Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

Marjeta Capl

UPORABA ANALOGIJE PRI POUČEVANJU VERJETNOSTI V OSNOVNI ŠOLI

Magistrsko delo

Maribor, februar 2020

Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje in matematiko

Marjeta Capl

UPORABA ANALOGIJE PRI POUČEVANJU VERJETNOSTI V OSNOVNI ŠOLI

Magistrsko delo

Maribor, februar 2020

UPORABA ANALOGIJE PRI POUČEVANJU VERJETNOSTI V OSNOVNI ŠOLI

Študentka:	CAPL Marjeta
Študijski program:	Univerzitetni študijski program Dvopredmetni študijski program izobraževalna matematika in izobraževalna kemija
Smer:	Izobraževalna matematika
Mentorica:	red. prof. dr. Alenka LIPOVEC
Somentorica:	asist. Jasmina FERME

SKLEP O MAGISTRSKEM DELU

ZAHVALA

Kdor misli, da ne zmore,
zagotovo ne bo zmogel.
(Alojz Capl)

Iskreno se zahvaljujem mentorici red. prof. dr. Alenki Lipovec in somentorici asist. Jasmini Ferme. Najlepša hvala za ves čas, ki sta ga namenili nastajanju mojega magistrskega dela, za vso pomoč, napotke in druge strokovne nasvete.

Zahvala velja tudi prof. Alojziji Mušič, za vso pomoč, iskreno podporo in motivacijo.

Posebna zahvala gre moji družini in najbližjim, za nesebično podporo ter zaupanje na moji študijski poti, in vsem prijateljem, ki so mi tekom študija stali ob strani ter soustvarili nepozabna študentska leta. Hvala!

UPORABA ANALOGIJE PRI POUČEVANJU VERJETNOSTI V OSNOVNI ŠOLI

Program magistrskega dela

V magistrskem delu naj bodo predstavljena tako teoretična spoznanja kot rezultati empiričnih študij o analognem sklepanju kot poučevalni strategiji pri pouku matematike v osnovni šoli. Strategija naj bo primerjana s spoznanji o transferju znanja in načeli kontekstualizacije in igrifikacije. V nalogi naj bodo opisana in analizirana s slovenske perspektive tudi osnovna spoznanja o poučevanju verjetnosti v osnovni šoli. Za primer pojma verjetnost v osnovni šoli naj se pripravijo igrificirana kontekstualizirana učna gradiva, ki spodbudijo analogno sklepanje pri verjetnosti. Učinkovitost gradiv naj se preveri v šolski situaciji na vzorcu vsaj 60-ih učencev. Na osnovi spoznanj naj se pripravi seznam napotkov za prakso, ki razen metodičnih napotkov za učitelje vključuje vsaj še tri dodelane module za analogno sklepanje, kot poučevalno strategijo pri pouku verjetnosti.

Osnovna literatura:

1. Richland, L. E., & Simms, N. (2015). Analogy, higher order thinking, and education. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*, 6(2), 177–192.

2. Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Springer.

UPORABA ANALOGIJE PRI POUČEVANJU VERJETNOSTI V OSNOVNI ŠOLI

Ključne besede: verjetnost, analogija, transfer znanja, didaktične igre

UDK: 37.091.3:519.2(043.2)

Povzetek

Analogija je kognitivni proces prenosa informacij ali pomena z določenega objekta na drug objekt. V magistrski nalogi preizkušamo uporabo analogije pri poučevanju verjetnosti v osnovni šoli, pri čemer analogijo razumemo kot posebni primer transferja znanja. Vzorec je sestavljalo 66 učencev devetih razredov osnovne šole. Za namen raziskave smo uporabili dve igri s področja verjetnosti, pri katerih učenci določajo vsoto/razliko padlih pik dveh igralnih kock. Prva igra je predstavljala vir analogije, druga pa tarčo analogije. Z vidika poučevanja je verjetnost zelo zahtevna, saj pri učencih pogosto prihaja do neskladja med intuitivnimi in kognitivnimi zaznavami ter posledično do napačnih predstav. Za učence osnovnih šol spada verjetnost med eno izmed najbolj zahtevnih snovi z vidika razumevanja. Zaradi tega je pomembno, da se jim snov predstavi izkušenjsko preko »igre« in izvajanja poskusov, saj si učenci tako pridobivajo izkušnje z napovedovanjem dogodkov in njihovih verjetnosti. Rezultati naloge povedo, da *večina učencev sklepanja z analogijo ni uporabila, prav tako se le v majhni meri prikazuje transfer znanja med virom in tarčo. V delu podamo tudi nekaj primerov nalog, preko katerih bi pri vsebini verjetnosti lahko spodbujali uporabo analogije.*

USING ANALOGY IN TECHING PROBABILITY AT ELEMENTARY SCHOOLS

Keywords: probability, analogy, transfer of knowledge, didactic games

UDK: 37.091.3:519.2(043.2)

Abstract:

An analogy is a cognitive process of transferring information or meaning from a particular object to another object. In the master's thesis, we test the use of analogy in teaching probability in elementary school, with analogy being understood as a specific example of transfer of knowledge. The sample consisted of 66 students from ninth grade of primary school. For the purpose of the research, we used two probability games, where students determine the sum/difference of the dots of two frown dices. The first game represented the source of the analogy and the second the target of the analogy. From a teaching point of view, probability is very challenging, as students often experience a mismatch between intuitive and cognitive perceptions and, consequently, misconceptions. For elementary school students, probability is one of the most challenging subject matters to understand. For this reason, it is important for the subject matter to be presented experientially through "play" and experimentation, as students gain experience in predicting events and their probabilities. The results of the assignment say that most students did not use reasoning by analogy and that transfer of knowledge between source and target is shown to a small extent. In the master`s thesis we also give some examples of tasks through which the content of probabilities could encourage the use of analogy.

IZJAVA O AVTORSTVU IN ISTOVETNOSTI TISKANE IN ELEKTRONSKE OBLIKE ZAKLJUČNEGA DELA

Podpisana CAPL Marjeta izjavljam, da:

→ je zaključno delo rezultat mojega samostojnega dela, ki sem ga izdelala ob pomoči mentorice in somentorice;

→ na Univerzo v Mariboru neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico ponuditi zaključno delo javnosti na svetovnem spletu preko DKUM;

→ sem seznanjen/-a, da bodo dela deponirana/objavljena v DKUM dostopna široki javnosti pod pogoji licence Creative Commons BY-NC-ND, kar vključuje tudi avtomatizirano indeksiranje preko spleta in obdelavo besedil za potrebe tekstovnega in podatkovnega rudarjenja ter ekstrakcije znanja iz vsebin; uporabnikom se dovoli reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo;

→ dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v magistrskem delu in tej izjavi, skupaj z objavo zaključnega dela;

→ je tiskana oblika zaključnega dela istovetna elektronski obliki zaključnega dela, ki sem jo oddal/-a za objavo v DKUM.

Marjeta Capl

KAZALO

KAZALO SLIK

KAZALO PRIKAZOV

KAZALO TABEL

1 UVOD

V osnovni šoli je eden izmed temeljnih predmetov matematika s številnimi funkcionalno-formativnimi, izobraževalno-informativnimi in vzgojnimi nalogami. »Pri pouku matematike spodbujamo različne oblike mišljenja, ustvarjalnost, formalna znanja in spretnosti ter učencem omogočamo, da spoznajo praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike.« (Žakelj idr., 2011, str. 4)

Pri pouku matematike včasih uporabimo didaktične igre. Le-te imajo pri poučevanju enake lastnosti kot običajne igre, le da je izobraževalni cilj didaktičnih iger določen vnaprej. Didaktične igre so tako igre z nalogami, ki so nujne za razvoj duševnih aktivnosti oziroma sposobnosti, ki so potrebne za dojemanje, ustvarjanje in doživljanje. Cilj didaktičnih iger je otroku ponuditi možnost, da preko igre usvoji določeno znanje (Mrak Merhar idr., 2013).

Med zahtevnejše snovi v učnem načrtu za matematiko zagotovo sodi tema o verjetnosti. Čeprav se z verjetnostjo začnemo srečevati že v vrtcu in nato skozi celotno osnovnošolsko izobraževanje, je to ena izmed najtežje razumljivih snovi. V osnovni šoli se tako pripravi podlaga za razumevanje, ki jo nato nadgradimo oz. bolje razumemo v srednji šoli in v nadaljnjem življenju.

Problem magistrske naloge je preučiti uporabo analogije pri poučevanju verjetnosti v osnovni šoli. Analogija je kognitivni proces prenosa informacij ali pomena iz določenega objekta na drug objekt. V našem primeru gre za prenos informacij iz ene didaktične igre na drugo didaktično igro s področja verjetnosti. V nalogi analogijo razumemo, podobno kot Novick in Holyoak (1991), kot poseben primer transferja znanja. Transfer obsega sposobnost učenja v enem primeru in nato uporabi naučenega, v spremenjeni ali posplošeni obliki v drugem primeru. Transfer je eden od ključnih ciljev učenja in poučevanja (Sousa, 2006).

V magistrski nalogi preučujemo uporabo analogije in transferja znanja med didaktičnima igrama s področja verjetnosti. Obe igri sta konceptualno zastavljeni enako, le da v eni igri računamo vsoto padlih pik dveh igralnih kock, v drugi igri pa računamo razliko padlih pik dveh igralnih kock, bistvo obeh iger pa je verjetnost. Glede na učni načrt za matematiko v osnovni šoli (Žakelj idr., 2011) igri uvrstimo v učni sklop Izkušnje s slučajnimi dogodki.

Vzorec, na katerem smo izvedli raziskavo, so tvorili učenci devetih razredov dveh osnovnih šol (N=66). Pred izvedbo raziskave so bili že vsi sodelujoči učenci formalno seznanjeni z verjetnostjo pri pouku matematike.

V prvem poglavju magistrske naloge podamo osnovne pojme verjetnosti ter opišemo tri različne definicije verjetnosti. V podpoglavju Poučevanje verjetnosti podamo nekaj informacij v zvezi s poučevanjem verjetnosti v vrtcih in osnovnih šolah. Naslednje poglavje je namenjeno transferju znanja. Analogija je predstavljena teoretično, uporabljena na primeru, podane pa so tudi smernice za poučevanje po analogiji. Po uvodnem teoretičnem delu sledita empirični del, ki zajema namen, podrobno opredelitev, metodologijo, vsebinsko-formalne značilnosti raziskave in obdelavo podatkov, ter poglavje o rezultatih in diskusiji, kjer so predstavljeni tudi moduli, ki jih lahko uporabimo v šolski praksi za poučevanje z analogijo.

2 VERJETNOST

V teoretičnem delu magistrske naloge so v poglavju Verjetnost predstavljene osnove o verjetnosti in opisane so tri različne definicije verjetnosti. Predstavljeni so zakoni verjetnosti, ki jih je v letih 1929 in 1933 opisal ruski matematik Andrej Nikolajevič Kolmogorov (Bertsekas in Tsitsiklis, 2008). Prav tako je v poglavju zapisano nekaj o verjetnosti iz učnega načrta in že znane ugotovitve o poučevanju verjetnosti v osnovni šoli.

2.1 Osnovni pojmi in statistična verjetnost

Teorija verjetnosti in njeni začetki segajo v 17. stoletje in so povezani z različnimi igrami na srečo, kot sta kockanje in kartanje. Pri igrah so igralci opazili določene pravilnosti in nenavadne lastnosti, kar je bil povod za preučevanje verjetnosti (Hladnik, 2002).

Teorija verjetnosti se ukvarja s pojmi, kot so: poskus, dogodek, slučajnost, verjetnost itd.

Poskus je realizacija/izvedba natanko določenih pogojev, pri katerih opazujemo enega ali več pojavov. Kadar spremenimo pogoje, spremenimo tudi poskus. Pri poskusu opazujemo pojav, ki ga imenujemo dogodek (Hladnik, 2002).

Dogodek se pri poskusu lahko zgodi ali pa se ne zgodi.

Poznamo tri vrste dogodkov, in sicer:

→ gotovi dogodek: dogodek, ki se zgodi v vsaki ponovitvi poskusa;

→ nemogoči dogodek: dogodek, ki ne se zgodi v vsaki ponovitvi poskusa;

→ slučajen dogodek: dogodek, ki se v nekaterih poskusih zgodi, v nekaterih pa ne.

Gotovi in nemogoči dogodek lahko obravnavamo kot mejna dogodka slučajnega dogodka. Zato je termin dogodek pravzaprav sinonim za slučajen dogodek. Gotovi dogodek označimo z veliko tiskano črko G, nemogoči dogodek pa z veliko tiskano črko N (Cedilnik, 2003). Dogodke sicer označujemo z velikimi tiskanimi črkami z začetka abecede (Berk, Draksler in Robič, 2005).

Za slučajne dogodke veljajo določeni zakoni (verjetnostni ali statistični zakoni), ki se pokažejo pri velikem številu ponovitev poskusa. Eden od zakon je stabilizacija relativne frekvence. Poskus, v katerem nastopa dogodek A, ponovimo n-krat. S $k(A)$ označimo število ponovitev poskusa, pri katerih se je dogodek A zgodil. Številu $k(A)$ rečemo frekvenca dogodka A. Relativna frekvenca $f_n(A)$ je razmerje frekvence dogodka A v n ponovitvah poskusa:

$$f_n(A) = \frac{k(A)}{n}$$

Relativna frekvenca se pri velikem številu poskusov ustali pri neki vrednosti p in pri tem velja asimptotičnosti $f_n(A) \sim p$.

V danem poskusu je verjetnost dogodka A, $P(A)$, število p, pri katerem se relativna frekvenca dogodka A, v velikem številu ponovitev (n velik) tega poskusa navadno stabilizira:

$$P(A) = p \sim f_n(A) \text{ (Hladnik, 2002)}$$

Primer 1: Pri metanju kovanca imamo dva dogodka, ki se lahko zgodita: pade cifra ali pade grb. Relativna frekvenca se pri klasičnem, poštenem kovancu ustali pri vrednosti ½, saj ni nobenega vzroka, zaradi katerega bi grb padel pogosteje kot cifra in obratno. Buffon je v 4040 metih 2060-krat vrgel grb, katerega relativna frekvenca znaša 0,5100, Pearson pa je v 12000 metih za grb dobil relativno frekvenco 0,5016, v 24000 metih pa relativno frekvenco za grb 0,5005 (Jamnik, 1987, Turk, 2012).

Tabela 2.1: Rezultati metanja (in lovljenja) kovanca (Turk, 2012).

Izvajalec poskusov	Število metov	Število grbov	Število številk	Relativna frekvenca	
				grbov	številk
Buffon (1707–1788)	4040	2060	1980	0,5100	0,4900
Morgan (1806–1871)	4090	2047	2043	0,5005	0,4995
Pearson (1857–1936	12000	6019	5981	0,5016	0,4984
Pearson (1857–1936)	24000	12012	11988	0,5005	0,4995
Mathematica (1998)	1000000	500274	499726	0,5003	0,4997

Na povezavi http://www.btwaters.com/probab/flip/coinmainD.html se nahaja simulacija, kjer lahko mečemo kovanec in opazujemo relativno frekvenco. Mete kovanca predstavljamo v Tabeli 2.2, kjer lahko opazimo, da se kljub 10 000 000. metom relativna frekvenca še ni ustalila.

Tabela 2.2: Rezultati metanja (in lovljenja) kovanca s pomočjo simulatorja.

Izvajalec poskusov	Število metov	Število grbov	Število številk	Relativna frekvenca	
				grbov	številk
Spletni simulator	3000000	1501813	1498187	0,5006	0,4994
	4000000	2001649	1998351	0,4996	0,5004
	5000000	2501096	2498904	0,5002	0,4998
	6000000	3001444	2998556	0,5002	0,4998
	7000000	3500620	3499380	0,5001	0,4999
	8000000	4001009	3998991	0,5001	0,4999
	9000000	1501225	4498775	0,5001	0,4999
	10000000	5001314	4998686	0,5001	0,4999

2.2 Klasična definicija verjetnosti

Obravnavajmo poskus, v katerem se lahko zgodi N med seboj enakovrednih izidov (verjetnost, da se zgodi posamezen izid v enem poskusu, je enaka za vse izide), ter opazujmo dogodek A, za katerega imamo $N(A)$ ugodnih izidov. V tem primeru lahko verjetnost dogodka A izračunamo glede na klasično definicijo verjetnosti, in sicer tako, da število ugodnih izidov za dogodek A, $N(A)$, delimo s številom vseh izidov (N) danega dogodka:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{število\ ugodnih\ izidov\ za\ dogodek\ A}{število\ vseh\ izidov}$$

Dobljeno verjetnost po definiciji imenujemo apriorna verjetnost, ker jo dobimo ne da bi poskuse sploh izvedli. Klasično definicijo verjetnosti uporabimo pri računanju verjetnosti pri poskusih, ki so pregledni in enostavni, kar pa v praksi večinoma odpove, saj je zahteva, da so izidi enako verjetni včasih prevelika (Cedilnik, 2003; Hladnik, 2002; Ward in Gundlach, 2016).

Primer 2: Kolikšna je verjetnost, da pri metu dveh igralnih kock znaša vsota vseh padlih pik točno 7?

Število vseh izidov (urejenih parov) je 36, kar je prikazano na Sliki 2.1. Vsi izidi imajo enake možnosti, torej so med seboj enakovredni. Vsota 7 lahko pade v šestih primerih (prikazano na Sliki 2.1). Po klasični definiciji lahko torej izračunamo verjetnost, da znaša vsota padlih pik 7 na naslednji način:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{6}{36}$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Verjetnost, da znaša vsota padlih pik sedem, je $\frac{1}{6}$ (Hladnik, 2002).

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Slika 2.1 Vse možnosti pri metu dveh igralnih kock (Hladnik, 2002).

2.3 Aksiomatična definicija verjetnosti

V 20. stoletju je veliko različnih matematikov poskušalo definirati matematično teorijo verjetnosti. Aksiome, ki so zapisani v nadaljevanju, je zapisal ruski matematik Andrej Nikolajevič Kolmogorov. V knjigi Splošna teorija mere in teorija verjetnosti iz leta 1929 najdemo prve opise aksiomov, ki jih je nato dopolnil v delu Osnove teorije verjetnosti iz leta 1933 (Bertsekas in Tsitsiklis, 2008).

Najprej si poglejmo operacije nad dogodki, oznake in zveze med dogodki, pri čemer so A, B in C dogodki.

1. Način dogodkov: $A \subset B$. Vedno, ko se zgodi A, se zgodi tudi B.
2. Enakost dogodkov: $A = B \Leftrightarrow A \subset B \; in \; B \subset A$.
3. Vsota dogodkov: $A + B$. Zgodi se vsaj eden od dogodkov A, B.

   Za vsoto dogodkov veljajo naslednje lastnosti.

   $$A + N = A$$
   $$A + G = G$$

4. Produkt dogodkov: AB. Zgodita se oba dogodka A in B hkrati.

   Nekatere lastnosti, ki veljajo za produkt dogodkov, so naslednje.

   $$AN = N$$
   $$AG = A$$

5. Nezdružljiva dogodka: $AB = N$.
6. Nasprotna dogodka: $AN = N \; in \; A + B = G$. Tedaj pišemo $B = \bar{A}$ in imenujemo $\bar{A}$ nasprotni dogodek k dogodka A.
7. Popoln sistem dogodkov: $E_1 + E_2 + \cdots + E_n = G, \quad E_i E_j = N \; (i \neq j)$

Poznamo še nekaj lastnosti operacij nad dogodki.

Idempotentnost: $A + A = A, \quad AA = A$

Komutativnost: $A + B = B + A, \quad AB = BA$

Asociativnost: $(A + B) + C = A + (B + C), \quad (AB)C = A(BC)$

Distributivnost: $(A+B)C = AC + BC, \qquad AB + C = (A+C)(B+C)$

De Morganov zakon: $\overline{(A+B)} = \bar{A}\bar{B}, \qquad \overline{(AB)} = \bar{A} + \bar{B}$

Zgoraj neštete operacije in pravila so istovetne z lastnostmi množic, zato jih tudi dokažemo podobno kot pri množicah: vsota je analogna uniji, produkt je preseku, nasprotni dogodek komplementu … Gotov dogodek je tako skladen z univerzalno množico, nemogoč dogodek pa s prazno množico. Vsak dogodek je torej množica izidov, ki so zanj ugodni.

V nadaljevanju sta definirani algebra in sigma algebra, s katerima definiramo verjetnost in njene lastnosti.

Definicija 1: Neprazna družina podmnožic (dogodkov) $\mathcal{D}$ v G je algebra, če velja:

→ $A \in \mathcal{D} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{D}$

→ $A, B \in \mathcal{D} \Longrightarrow A + B \in \mathcal{D}$.

Izrek 1: V vsaki algebri so dogodki G, N, A, B in AB.

Definicija 2: Neprazna družina podmnožic (dogodkov) $\mathcal{D}$ v G je σ −algebra, če velja:

→ $A \in \mathcal{D} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{D}$

→ $\{A_i\} \subset \mathcal{D}\ za\ vsak\ i = 1,2,\dots \Longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{D}$.

Definicija neskončne vrste dogodkov je posplošitev definicije vsote dveh dogodkov: zgodi se, če se zgodi vsaj eden od dogodkov A_i.

Definicija 3: Naj bo $\mathcal{D}$ poljubna σ −algebra v G. Verjetnost na G je preslikava $P: \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$ z lastnostmi:

I. $P(A) \geq 0$,

II. $P(G) = 1$,

III. $P(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$, če so $A_1, A_2, \dots, A_n$ paroma nezdružljivi dogodki.

Naštete lastnosti definicije 3 so tako imenovani aksiomi Kolmogorova (Hladnik, 2002).

2.3.1 Posledice definicije verjetnosti

Naj bodo A, B in $A_1, A_2, \dots A_n$ dogodki.

(a) Verjetnost nemogočega dogodka je nič: $P(N) = 0$.

(b) Verjetnost je končno aditivna: $P(A_1 + A_2 + \cdots A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$, če $A_i A_j = N$ $(i \neq j)$.

(c) Verjetnost načina dogodka je manjša od verjetnosti dogodka: $A \subset B \Longrightarrow P(A) \leq P(B)$.

(d) Verjetnost nasprotnega dogodka: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

(e) Verjetnost vsote poljubnih dogodkov: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ (Hladnik, 2002).

2.4 Poučevanje verjetnosti

2.4.1 Verjetnost v vrtcih

Z matematiko se otrok velikokrat seznanja v vsakdanjem življenju. Področje matematike v Kurikulumu za vrtce vključuje najrazličnejše dejavnosti v vrtcu, ki otroka spodbujajo, da preko igre, vsakodnevnih opravil pridobiva izkušnje, spretnosti in znanja o osnovah matematike. Cilj, ki ga najdemo v kurikulumu in je povezan z verjetnostjo, se glasi: »Otrok se seznanja z verjetnostjo dogodkov in rabi izraze za opisovanje verjetnosti dogodka.« (Bahovec idr., 1999, str. 44). Zapisane so tudi dejavnosti za otroke v starostnem obdobju od 1 do 3 leta. Otrok naj bi v vrtcu imel priložnost slišati odraslega uporabljati besede nikoli, skoraj, mogoče, verjetno, napoveduje rezultat, pridobiva izkušnje o tem, kaj je v dani okoliščini res in kaj ne ter kaj je vedno res. V starostnem obdobju od

3. do 6. leta dejavnosti iz prejšnjega obdobja nadgradi tako, da otrok v vsakdanjih situacijah pridobiva izkušnje o uporabi besed nikoli, skoraj, mogoče, verjetno, se pogovarja o tem, kaj se je zgodilo večkrat, kaj je verjetno, da se bo zgodilo naslednji dan glede na opazovanja (Bahovec idr., 1999). Iz zapisanega je razvidno, da se otrok z verjetnostjo sooči že zelo zgodaj.

Stojanović Kolnik (2016) v svoji magistrski nalogi zapiše, da se otroci radi igrajo različne družabne igre (tombola, človek ne jezi se …), kar jim omogoča prve stike z verjetnostjo. Tudi Telban Stoiljković (2016) zapiše, da je otrokom mogoče v predšolskem obdobju približati osnove verjetnosti preko igre.

Bukovec (2017) zapiše, da so otroci v predšolskem obdobju že notranje motivirani, vzgojitelji pa so tisi, ki morajo otroke dodatno spodbuditi k raziskovanju matematike. Skupaj z otroki je prišla do novih spoznanj spoznavanja matematičnih pojmov (je mogoče, ni mogoče, zagotovo) preko različnih iger, kjer so otroci na preprostih trditvah uporabljali naštete pojme.

2.4.2 Poučevanje verjetnosti v osnovni šoli

Otroke tudi skozi vsa leta osnovnošolskega izobraževanja spremlja verjetnost. V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju so v sklopu Prikazi zapisani cilji, ki jih otroci dosežejo, kadar nastavijo in preštejejo vse možne izide pri najpreprostejših kombinatoričnih situacijah, kombinatorične situacije predstavijo grafično, s preglednico in kombinatoričnim drevesom. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci raziskujejo kombinatorične situacije ter pri tem razvijajo različne metode reševanja kombinatoričnih problemov.

V učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli se s formalno definicijo verjetnosti učenci srečajo v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju, natančneje v devetem razredu osnovne šole. V sklopu Izkušnje s slučajnimi dogodki so zapisani cilji, ki jih morajo učenci osvojiti na temo verjetnosti (Žakelj idr., 2011).

»Učenci:

→ pridobijo izkušnje o številsko izraženi verjetnosti;
→ ocenijo verjetnost s sklepanjem in z utemeljevanjem (življenjske situacije);
→ izvajajo poskuse (met kocke, met žebljičkov, met kovanca, met valja idr.), opazujejo izbrane dogodke;
→ zapišejo izide in napovedujejo verjetnost dogodka;
→ izvajajo poskuse in na podlagi analize s kombinatoričnim drevesom napovedujejo izide (npr. met kovanca);
→ zberejo, uredijo, analizirajo rezultate poskusa in ob konkretnih primerih (poskusih) spoznajo statistično verjetnost dogodka;
→ povežejo pojma statistična in matematična verjetnost.« (Žakelj idr., 2011, str. 58, 59)

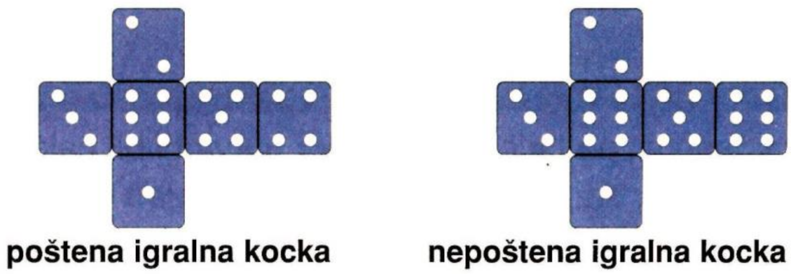
V učnem načrtu so zapisana tudi didaktična priporočila, kako obravnavati posamezno temo. Pojme poskus, dogodek, izid in verjetnost dogodka naj učenci usvajajo preko izvajanja poskusov (met kocke, met kovanca, vrtenje kazalca na vrtavki …). Pri poskusu naj si učenci najprej določijo opazovani dogodek, nato pa opazujejo in štejejo ugodne izide za izbran dogodek (primer: izbrani dogodek pri metu kocke je lahko pet pik). Pri vpeljevanju verjetnosti najprej pripravimo preproste situacije. Uporabimo lahko na primer vrtavko rdeče barve, s pomočjo katere vpeljemo pojma gotov in nemogoč dogodek. Dogodek, da se bo kazalec ustavil na rdeči barvi, je namreč gotov dogodek; dogodek, da se vrtavka ustavi na modri barvi, pa nemogoč dogodek. Situacije lahko nato stopnjujemo tako, da uporabimo dvobarvno vrtavko ter določamo verjetnost. Preko »igre« in izvajanja poskusov si učenci pridobivajo izkušnje z napovedovanjem dogodkov in njihovih verjetnosti (verjetnost gotovega dogodka je ena, verjetnost nemogočega dogodka je nič, verjetnost slučajnega dogodka pa med nič in ena). Pri tem naj se učenci zavedajo pomena števila ponovitev poskusa (Žakelj idr., 2011).

Cotič zapiše, da v osnovni šoli s poučevanjem verjetnosti pridobivamo izkušnje, na katerih učenci v srednji šoli učinkoviteje obravnavajo verjetnost. V osnovni šoli se učence pripravi na kasnejšo analizo slučajnih dogodkov (Cotič, 1999).

V članku Pristovnika in drugih (2010) je podano mnenje, da vsebinam iz verjetnosti posvečamo premalo časa in da naj bi učenci prva spoznanja o verjetnosti pridobili v nižjih razredih osnovne šole, kjer bi znali predvidevati negotove situacije, se znali odločati med različnimi možnostmi in reševati probleme. V ta namen so za raziskavo ustvarili e-gradiva, s katerimi želijo vzpodbuditi postopno uvajanje osnovnih vsebin iz verjetnosti v nižje razrede, še preden se učenci srečajo s formalno verjetnostjo (Pristovnik idr., 2010).

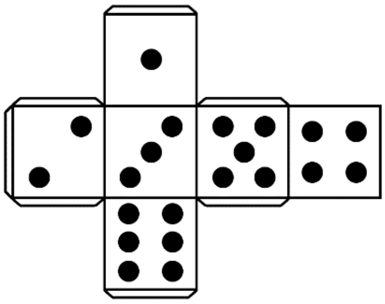
English in Watson (2016) sta analizirali razvoj razumevanja učencev 4. razreda na prehodu iz eksperimentalne relativne frekvence izidov do klasične verjetnosti s poudarkom na osnovah statistike. Učenci so praktično izvedli poskus tako, da so metali kovance in zapisovali rezultate v zvezke. Nato so s pomočjo računalnika in simulacije lahko izvedli enak poskus z velikim številom metov. Sledil je poskus meta dveh kovancev, kjer so morali napovedati rezultat, izvesti poskus in enako ponoviti še s pomočjo simulacije za veliko število metov. Zaključek raziskave pove, da vsi učenci 4. razreda niso uspeli razumeti cilja aktivnosti. Avtorici se strinjata z ostalimi, ki poudarjajo potrebo po večjem razumevanju znanstvenikov in učiteljev matematike, ki zagovarjajo, da je razmišljanje o verjetnosti v učni načrt potrebno vpeljati čim prej (English in Watson, 2016).

Felda (2013) zapiše, da se pri pouku in načrtovanju pouka večina učiteljev poslužuje uporabe učbenikov. Na šolah se odločijo za učbenik, ki je »všeč« učiteljem, le-ti pa so velikokrat preobsežno napisani za učence z različnimi razlagami, dodatki in zanimivostmi, ki so pomoč učiteljem pri izpeljavi ure. Veliko učiteljev je takih, ki slepo zaupajo učbenikom, ne pomislijo pa na napake, ki se, kljub potrjenim učbenikom za uporabo pri poučevanju, pojavljajo v učbenikih. V prispevku Neverjetna verjetnost, Felda (2013) opisuje nekaj spodrsljajev iz učbenikov za matematiko za 9. razred osnovne šole. Primeri, s kateri se uvaja verjetnost, so elementarni in primerni za seznanitev z osnovnimi pojmi, vendar so le-ti napačno, nepravilno in nekorektno vpeljani. Pobuda za prispevek so določeni napačni oziroma površni zapisi in postopki reševanja nalog, ki jih učenci oddajo na nacionalnem preverjanju znanja. Felda (2013) v prispevku pregleda dva učbenika: Kocka 9, matematika za 9. razred osnovne šole, in Skrivnosti števil in oblik, učbenik za matematiko v 9. razredu osnovne šole. V učbeniku Kocka so osnovni pojmi o verjetnosti napačno vpeljani. Met kocke je opredeljen kot dogodek namesto kot poskus. Zavajajoče so zapisani tudi primeri. V učbeniku Skrivnosti števil in oblik prav tako najdemo površne zapise. Zavajajoča je slika (Slika 2.2), ki naj bi ločevala pošteno igralno kocko od nepoštene. Poštenost igralne kocke pomeni, da se vsak izid zgodi z verjetnostjo $\frac{1}{6}$. Na Sliki 2.1 mreža desne igralne kocke predstavlja nepošteno igralno kocko, saj je na dveh ploskvah 6 pik, leva mreža igralne kocke pa v učbeniku predstavlja pošteno igralno kocko.



Slika 2.2: Zavajajoča slika poštene in nepoštene igralne kocke v učbeniku Skrivnosti števil in oblik (Felda, 2013).

V razlagi bi bilo potrebno poudariti, da gre v obeh primerih za neobičajno postavitev pik, saj ima običajna igralna kocka na nasproti ležečih mejnih ploskvah skupaj 7 pik (Slika 2.3).



Slika 2.3: Običajna poštena igralna kocka, ki ima na nasproti ležečih ploskvah skupaj 7 pik (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dice_Printing_Template.png).

V nadaljevanju učbenika je še nekaj nedomišljeno oblikovanih povedi. Primer: »Ker so v skledi 4 rumene in 4 bele kroglice, je naključno izvlečena kroglica ali rumene ali pa bele barve. Izbor barve bi bil naključen-slučajen, zato rečemo, da je takšen dogodek slučajen dogodek«. Tako oblikovana poved nam ne pove, kaj slučajen dogodek sploh je. Dogodek, da izvlečemo kroglico rumene barve, se lahko slučajno zgodi. Zato je ta dogodek slučajni dogodek. Enako lahko razmislimo za slučajen dogodek: »Izvlečena kroglica je bela.« Članek se nadaljuje s še večjimi nejasnostmi, saj v učbeniku popolnoma izgubimo rdečo nit. Pri definiciji klasične verjetnosti se pojavi zmeda, saj sta zapisani definicija in formula, ki se med seboj nekoliko razlikujeta. Zgledi, ki so zapisani v učbeniku, so nerazumljivo nastavljeni. Za primer, kolikšna je verjetnost pri metu dveh igralnih kock, da je vsota pik na obeh kockah 5, so zapisana še podvprašanja. Prvo podvprašanje se glasi, da opravimo 100 poskusov in ugotovimo, kolikokrat je ugoden izid. Zakaj je pravzaprav potrebno opraviti 100 poskusov, da bi ugotovili, kolikokrat je ugoden izid in kateri izid sploh? Pri naslednjem podvprašanju določimo verjetnost dogodka na osnovi meritev. Kako pa lahko to storimo, kaj merimo? Zgledi so kar pomanjkljivo zapisani, saj bralcu niso v pravo pomoč. Nasploh je zapisanih veliko protislovij in nekorektno vpeljanih pojmov tako, da bi morali pojme na novo vpeljati na znanem poskusu, kot je met kovanca (Felda, 2013).

Felda (2013) izpostavi nejasnosti v učbenikih ter jih konkretno tudi argumentira in zapiše tako, kot je pravilno.

Avsec (1974) v članku Pouk verjetnostnega računa v srednji šoli obravnava nekatere probleme iz verjetnostnega računa in statistike. Avtor zapiše, da je ugotavljanje, ali je ali ni dani dogodek slučajen, dokaj težaško ter je povezano z natančnim tehničnim in teoretskim delom. Splošen matematično dovolj strog kriterij za to ne obstaja, ali je ali ni mogoče govoriti o verjetnosti danega dogodka; to pa ne pomeni, da v posameznih primerih ne moremo imeti popolnega zaupanja v uporabnost verjetnostnega računa. V gimnaziji se pojem verjetnosti vpelje s pomočjo Kolmogorovih aksiomov. Posledica tega je, da v dijaku nehote ustvarjamo predstavo, da je vsak dogodek, to je izid poskusa, slučajen, če ima ta poskus lastnost, da pri izvršitvi tega poskusa dani dogodek nastopi ali ne. Ne vprašamo pa se, ali lahko takemu dogodku pripišemo tudi verjetnost, to je, ali so res izidi tega poskusa statistično stabilni (Avsec, 1974).

Rutarjeva (2014) v sklepu magistrskega dela zapiše, da so učenci drugega razreda, ki so bili vključeni v raziskavo, na takšni razvojni stopnji, da je vpeljava verjetnosti smiselna. To je preverila s pomočjo začetnega ter končnega testa, v vmesnem obdobju pa je sama uvajala verjetnost.

Periceva (2017) ugotavlja, da je pojem verjetnosti mogoče učinkovito spoznati s pomočjo didaktičnih iger. Didaktične igre spodbujajo k učenju učencev. V raziskavi uporabi igro z igralno kocko ter igro »Dogodek v vrečki«, kjer učenci tretjega razreda napovedujejo dogodke. Med izvajanjem so morali izpolnjevati preizkus. Preizkusi so pokazali, da se je znanje iz verjetnosti izboljšalo, saj so se učencem rezultati izboljšali.

Pristovnikova (2009) je v svojem magistrskem delu ugotovila, da so učenci v 4. razredu zelo uspešno usvojili nove pojme iz verjetnosti, za uvedbo katerih je potrebovala 5 šolskih ur. V namen raziskave je ustvarila e-gradiva. Učenci so po njenem mnenju na dovolj visoki razvojni stopnji. Zaradi tega je predlagala uvedbo verjetnosti že prej, ne pa šele v devetem razredu. Težave učencev so se pojavile pri primerjanju verjetnosti, kjer so učenci imeli na razpolago večje in različno število predmetov, in je za ustrezno rešitev bilo potrebno upoštevati tudi razmerja med predmeti.

Po le nekaj zapisanih ugotovitvah iz že zapisanih del lahko ugotovimo, da se verjetnost v predšolski dobi v veliki meri vpeljuje s pomočjo didaktičnih iger. Otroci so že na ustrezni razvojni stopnji, kar omogoča, da razumejo koncepte iger in so se pripravljeni srečati z verjetnostjo. Tudi v prvem triletju je največkrat izpostavljena vpeljava verjetnosti skozi didaktično igro ali z izvajanjem poskusov. Slednje je pomembno tudi v drugem in tretjem triletju, kjer je že smiselna uvedba definicije verjetnosti.

3 TRANSFER ZNANJA

V poglavju je zapisanih nekaj splošnih definicij transferja znanja. Transfer znanja opišemo, saj je prisoten pri uporabljenih igrah. Opisane so tudi različne vrste transferjev, glede na delitev različnih avtorjev. V nalogi upoštevamo delitev transferja na pozitivni in negativni transfer.

Transfer obsega sposobnost učenja v enem primeru in nato uporabo naučenega, v spremenjeni ali posplošeno obliki, v drugem primeru. Transfer je eden ključnih ciljev učenja in poučevanja (Sousa, 2006).

Procesi učenja in transfer znanja so ključni za razumevanje, kako ljudje razvijajo pomembne kompetence. Nihče se ne rodi z zmožnostjo, da bi se kompetentno vključeval v družbo kot odrasli človek. Zato je učenje pomembno (Bransford, Brown, Cocking, 2012).

V teoriji učenja in izobraževanja je transfer eden ključnih pojmov. Posebej pomemben je v sedanjem času, času hitrih, gospodarskih, znanstvenih sprememb in nepredvidljive prihodnosti. »Transfer znanja je prenos učnega učinka s prejšnjega na nadaljnje učenje, z enega predmetnega področja na drugo pa tudi iz znanih okoliščin, npr. šolskih, v nove – življenjske in poklicne.« (Marentič Požarnik, 2014)

Transfer se pojavi, kadar koli nekaj predhodno naučenega vpliva na sedanje učenje ali kadar reševanje prejšnjega problema vpliva na reševanje novega problema (Woolfolk, 2002).

Načelo učenja, imenovano transfer, opisuje dvodelni postopek.

- → Transfer med učenjem. Nanaša se na učinek naučenega v preteklosti na predelavo in pridobivanje novega znanja.
- → Transfer znanja. Nanaša se na stopnjo, do katere uporablja učenec novo pridobljeno znanje v prihodnjih situacijah.

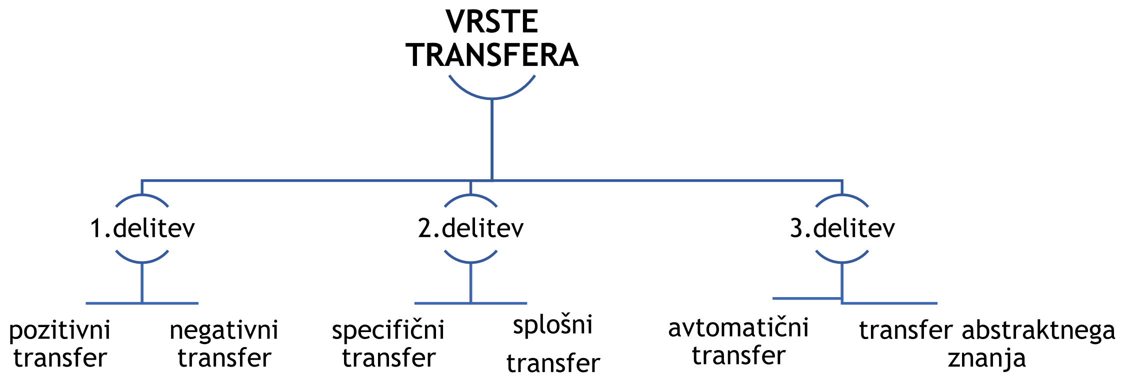
Proces poteka nekako tako: dolgoročni spomin simultano preišče dolgoročno hrambo za vso preteklo naučeno znanje ali znanje, ki je podobno novo naučenemu znanju. Kadar znanje obstaja, se pomnilniške mreže aktivirajo in pripadajoči pomnilniki se ponovno utrdijo ter se zapišejo v delovni spomin. V kolikšni meri preteklo naučeno znanje vpliva na sposobnost učenca za pridobivanje novega znanja ali veščin v drugačnem kontekstu, opisuje transfer (Sousa, 2006).

Transfer strategij je transfer, ko rešujemo miselne izzive, pri tem pa nehote iščemo in razvijamo strategije, ki nam ta izziv pomagajo rešiti. Pri razvijanju transferja strategij gremo skozi tri faze. V fazi pridobivanja učenec zraven navodil glede uporabe strategije vadi tudi uporabo strategije in se pri tem zaveda, kdaj in kako jo uporabiti. Naslednja faza je faza retencije. Vaja pomaga učencem izpiliti uporabo določene strategije, tako da učenci prejmemo povratno informacijo. Zadnja faza se imenuje faza transferja. V tej fazi naj bi učitelj poskrbel za nove probleme, ki jih lahko učenci rešijo z dano strategijo, čeprav so problemi na prvi pogled zelo drugačni od že znanih (Phye, Sanders, 1994).

Rittle-Johnson in Star sta leta 2009 objavila raziskavo z naslovom »Primerjava s čim?« V študiji je sodelovalo 162 učencev, ki so se učili reševati enačbe s primerjanjem ekvivalentnih problemov z enako metodo reševanja, s primerjanjem različnih tipov problemov, rešenih z enakimi postopki, in primerjanje različnih metod reševanja enakega problema. Pri pridobivanju podatkov so uporabili pred test, intervencijo, naknadno testiranje in test pomnjenja. V intervenciji so učenci dobili pakete delovnih primerov za vsako od treh stanj. Prvi dan so učenci dokončali pred test, za katerega so imeli na razpolago 40−50 minut. Drugi dan je inštruktor (učitelj, raziskovalni asistent, raziskovalec) izvedel 10-minutni kratek uvod. Učenci so morali rešiti enačbo $3(x+1)=12$ na svoj način. Inštruktorji so nato z učenci pregledali rešitve skupaj, pri tem pa so bili pozorni na korake reševanja. Po kratkem uvodu so bili učenci razdeljeni v pare. Vsak par je dobil svoj paket nalog. Tretji in četrti dan sta bila strukturirana enako kot dan dve, le da so enkrat bile neznanke na obeh straneh enačbe, drugič pa so bili uporabljeni ulomki. Peti dan so učenci dopolnjevali naknadno testiranje, ki je bilo identično pred testu. Čez dva tedna so vsi učenci dopolnjevali test pomnjenja, ki je bil prav tako enak kot pred test in naknadni test. Rezultati kažejo, da se je konceptualno znanje[1] od naknadnega testa do testa pomnjenja izboljšalo, prav tako se je izboljšalo proceduralno znanje[2]. Primerjave niso vsepovsod enako efektivne. Primerjava metod reševanja je bila bolj učinkovita kot primerjava ekvivalentnih enačb ali primerjava različnih tipov problemov (Rittle-Johnson, Star, 2009).

3.1 Vrste transferjev

Avtorji različnih del razdelijo vrste transferjev glede na tri različne delitve. Delitve vrste transferjev, ki jih lahko vidimo na Sliki 4.1, so opisane v nadaljevanju tega podpoglavja.



Slika 3.1: Vrste transferjev.

3.1.1 Pozitivni in negativni transfer

Pri pozitivnem transferju gre za pozitivne učinke iz prejšnjega na nadaljnje učenje. Negativni transfer je nasprotje pozitivnega transferja, saj pri negativnem transferju prejšnje znanje in izkušnje negativno vplivajo na

[1] Konceptualno znanje je razumevanje pojmov in dejstev. Obsega oblikovanje pojmov, strukturiranje pojmov in poznavanje relevantnih dejstev (Mlakar, 2013).
[2] Proceduralno znanje obsega poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur (Mlakar, 2013).

nadaljnje učenje. Z drugimi besedami lahko rečemo, da predznanje otežuje novo učenje (Marentič Požarnik, 2014).

Članek Miti o učenju drugega/tujega jezika (Nagode in Pižorn, 2016), predstavlja 4 mite o učenju drugega/tujega jezika. Drugi mit v njunem članku se glasi: »Večina napak, ki jih delajo učenci v drugem/tujem jeziku, nastane zaradi vpliva prvega jezika.« Kot razlaga sta podana tako pozitivni kot negativni transfer znanja. Pozitivni transfer pri učenju tujih jezikov je ta, da se tisti, ki obvlada več tujih jezikov, lažje in hitreje nauči novega tujega jezika. Pri učenju tujih jezikov se prenašajo nekatere jezikovne zakonitosti, pri sorodnih jezikih pa celo znanje korenov besed, podobnih predpon, pripon, slovničnih pravil. Negativni transfer negativno vpliva na učenje tujega jezika predvsem zaradi prenosa naučenih napak iz predhodno naučenega jezika. Prav tako se negativni transfer pojavlja pri besedah, ki so v različnih jezikih podobne, vendar imajo drugačen pomen (v italijanščini caldo pomeni toplo, nemško pa kalt pomeni hladno).

3.1.2 Specifični in splošni transfer

Druga delitev transferja glede na vrsto je delitev po Ausublu, ki ločuje specifični ali vertikalni in splošni ali horizontalni transfer. Pri specifičnem transferju se učinki prenašajo znotraj istega področja znanja ali predmeta s prejšnjega na nadaljnje učenje. Velikokrat gre za področja z razmeroma strogo hierarhično zgradbo, kjer je določeno predznanje pogoj za učenje v nadaljevanju (Marentič Požarnik, 2014).

V knjigi Woolfolkove (2002) je zapisano, da se specifični transfer pojavi, kadar naučeno v neki situaciji uporabimo v drugi, zelo podobni situaciji. Naveden primer je primer uporabe znanja abecede pri iskanju besede v slovarju.

Kadar se učni učinki prenašajo širše, med predmeti, med učenjem v šoli in življenjskimi situacijami, med teorijo in prakso, govorimo o splošnem ali horizontalnem transferju. Naučeno pri predmetu matematike naj bi se tako prenašalo na ostale predmete, npr. fiziko in kemijo. Podobno je z znanjem slovenskega jezika (sporazumevalne spretnosti), ki se povezuje na vsa ostala področja (Marentič Požarnik, 2010).

Splošni transfer prav tako vključuje uporabo načel in vedenja pri novih problemih, ki so bili naučeni v zelo različnih situacijah (Woolfolk, 2002).

3.1.3 Avtomatični transfer in transfer abstraktnega znanja

Avtomatični transfer in transfer abstraktnega znanja sta opisala Salomon ter Perkins (1992). Pri avtomatičnem transferju je razmišljanje skoraj nepotrebno, vključuje pa spontan transfer močno utrjenih spretnosti. Gre za večkratno urjenje spretnosti v zelo različnih okoliščinah, dokler izvajanje ne postane avtomatično.

Tabela 3.1: Razlika med avtomatičnim transferjem in transferjem abstraktnega znanja (Woolfolk, 2002).

	Avtomatični transfer	**Transfer abstraktnega znanja**
Definicija	Avtomatični transfer visoko izurjenih spretnosti.	Zavestna uporaba abstraktnega znanja v novih situacijah.
Ključni pogoji	Obsežno urjenje. Vrsta različnih okoliščin in pogojev. Prekomerno učenje do avtomatičnosti.	Pazljiva osredotočenost na povzemanje načela, glavne ideje ali postopka, ki ga lahko uporabimo v mnogih situacijah.
Primeri	Vožnja veliko različnih avtomobilov. Najdenje vašega terminala na letališču.	Uporaba PV4P strategije pri branju različnih besedil. Uporaba matematičnih postopkov pri oblikovanju strani za šolski časopis.

Transfer abstraktnega znanja vključuje zavestno uporabo abstraktnega znanja, naučenega v eni situaciji, v drugi situaciji (Woolfolk, 2002).

4 ANALOGIJA

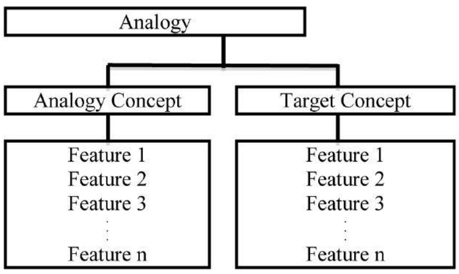
V tem poglavju opišemo analogijo, prikažemo uporabo analogije na problemu in predstavimo učenje po analogiji. Beseda analogija izhaja iz grške besede *analogos*, kar pomeni ujemanje, skladanje, sorodnost. Analogijo lahko tako uvrstimo med podobnost. Podobni predmeti se med sabo v določenem pogledu ujemajo, analogni predmeti pa se skladajo v določenih odnosih (relacijah) med ustreznimi deli dveh analognih predmetov.

Novick in Holyoak (1991) v članku uporabljata izraz analogni transfer tako, da lahko rečemo, da je analogija poseben primer transferja znanja.

V Slovarju slovenskega knjižnega jezika najdemo definicijo analogije, ki pove, da je analogija pojav, ki postane zaradi sorodnih, vzporednih vzrokov (skoraj) enak drugemu pojavu (SSKJ, 1994).

Analogija je kognitivni postopek prenosa informacij ali pomena iz določenega predmeta (analog ali vir) na drug predmet (tarča). Analogije primerjajo lastnosti struktur dveh področij, enega znanega in enega neznanega, ter podajajo podobnosti med njima (Devetak, 2012).

Tako vir kot tarča imata lastnosti (imenovane tudi atributi). Če imata vir in tarča podobne lastnosti, je med njima mogoče izvesti analogijo.



Slika 4.1: Konceptualni prikaz analogije z njenimi sestavnimi deli (Aberšek, 2016).

Analogno sklepanje je zasnovano na identičnosti dveh vrst ali tipov stvari, ki razpolagajo s skupnimi lastnostmi. Takšna opredelitev omogoča deduktivni sklep, po katerem sta lahko ti dve vrsti ali ta dva tipa stvari identična tudi v ostalih lastnostih. Zgornje trditve prikažemo na primeru. Kadar imamo dva objekta A in B, ki imata vrsto skupnih lastnosti (npr. $P_1, P_2, \dots, P_n$), in objekt A ima lastnost q, potem lahko po analogiji sklepamo, da ima tudi objekt B isto lastnost q (Chi, Zhang, 2005; povzeto po Rošker, 2010, str. 2). Richland in Simms (2015) znan pojem poimenujeta vir, neznan pojem pa tarča.

Pri reševanju problemov matematiki uporabljajo različne poti. Laplace v 18./19. stoletju govori o tem, da sta v matematiki glavni poti za doseganje resnice indukcija in analogija. Analogija je pomemben način dela z naslednjimi stopnjami analognega učenja:

1. razumevanje problema;
2. iskanje povezav in oblikovanje načrta;
3. uresničitev načrta;
4. pregled rešitev (Polya, 1985; Mordej, 1997).

Kobal (1992) predstavi metodo analogije kot strategijo za reševanje različnih problemov. Strategija predvideva prenos odnosov, ki jih opazimo oziroma spoznamo med pojavi na enem področju, na odnose v drugem področju. Idejo oz. ključ do rešitve problema lahko najdemo tudi v najbolj nenavadnih situacijah – v sanjah ali pri igri.

Na drugi strani Glynn (1994) analogijo predstavi kot pot pri identifikaciji podobnosti med dvema pojmoma. Po tej poti je ideja lahko transformirana s poznanega na nepoznan pojem. Poznan pojem se imenuje analogen (vir), nepoznan pa ciljni pojem (tarča). Oba, analogen in ciljni pojem, morata imeti skupne značilnosti, če želimo značilnosti enega prenašati na drugega.

Devetak (2012) zapiše, da analogija predstavlja most med neznanim, novim pojmom ali znanjem in že usvojenim znanjem. Z drugimi besedami je analogija iskanje podobnosti med dvema pojmoma tako, da znan pojem predstavlja analog (vir), neznan pojem pa objekt učenja (tarča).

Sistematična primerjava (ustna ali vizualna) med značilnostmi vira ter tarče se imenuje preslikava. Konceptualni prikaz analogije z njenimi sestavnimi deli je prikazan na Sliki 4.1. Sklepanje s pomočjo analogije je ključna značilnost učnih procesov znotraj konstruktivistične perspektive: vsak učni proces vključuje iskanje podobnosti med tem, kar je že znano, in tem, kar je neznano (Aberšek, 2016).

Primer analogije je sklep, da je pravokotnik analogen kvadru. Odnosi med stranicami pravokotnika so podobni odnosom med mejnimi ploskvami kvadra: vsaka stranica pravokotnika je vzporedna z eno samo drugo stranico in pravokotna na drugi dve stranici. Prav tako je vsaka mejna ploskev kvadra vzporedna z eno samo mejno ploskvijo in je pravokotna na druge mejne ploskve kvadra. Stranice pravokotnika imenujemo »mejni elementi«, prav tako imenujemo mejne ploskve kvadra. Zgornji dve povedi lahko posplošimo in zapišemo v eno samo poved, ki je veljavna za oba geometrijska lika in se glasi: vsak mejni element je vzporeden z enim samim mejnim elementom in pravokoten na druge mejne elemente. Na tak način so izraženi odnosi, ki so skupni dvema množicama predmetov, ki jih primerjamo (Polya, 1985).

4.1 Učenje po analogiji

Metode vzgojno-izobraževalnega dela so poti, ki vodijo k cilju, oblikovanju novega znanja, spretnosti, razvijanju osebnosti. Za dosego ciljev imamo na razpolago več metod. Metoda analogije pomaga pri gradnji mostov med konkretnim in abstraktnim; znanim in neznanim.

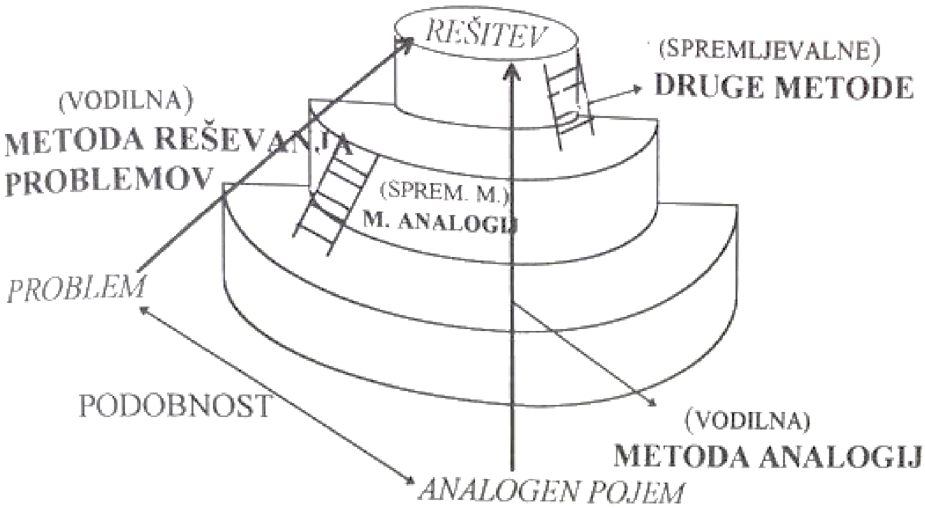
Metoda analogije bo uspešna, če:

→ bo učencu poznan analogni pojem;

→ učitelj gradi novo znanje ob pomoči že usvojenega znanja po zaporedju, značilnem za poučevanje z metodo analogij;

→ učitelj natančno opredeli mejo podobnosti med usvajanim in že usvojenim znanjem.

Metoda analogije je lahko vodilna ali spremljevalna metoda. Kot vodilno jo uporabimo takrat, kadar je ciljni pojem v celoti težko razumljiv, kot spremljevalno metodo pa takrat, kadar je v ciljnem geslu težko razumljiv pojem, ki ga razložimo s to metodo, vodilna metoda pa je lahko katerakoli druga metoda.



Slika 4.2: Metoda analogij kot vodilna učna metoda ali spremljevalna metoda metode reševanja problemov (Mordej, 1997).

Veliko vlogo pri metodi analogije ima učitelj. Pri tem mora predvideti težko razumljive pojme ali stopnje v reševanju problemov, domisliti mora analogijo, primerno ciljnemu pojmu. Analogna vsebina mora biti učencu poznana, sicer ni mogoče učiti s to metodo. Učitelj mora določiti meje podobnosti, da učenci natančno vedo, v čem si analogni in ciljni pojem nista podobna, kje se analogija konča. Naloga učitelja je tudi ta, da pripravi analogne tekste, slike, eksperimente … (Mordej, 1997).

Pri analogiji ločimo dva načina dela, ki se običajno uporabljata skupaj.

- → Prenos poti reševanja preprostejšega analognega problema na zahtevnejši problem.
- → Prenos rešitve preprostejšega analognega problema na zahtevnejši problem. V tem primeru nas pot, kako pridemo do rezultata, ne zanima. (Satler idr., 1996, str. 8).

Zaporedni koraki, ki morajo biti izpolnjeni, da zagotovimo, da je uporaba analogije čim bolj produktivna in da je čim manj napačno razumljena ter s čim manjšo možnostjo napačne predstave, so opisani v Teaching with Analogies Model (Glynn, 1991; povzeto po Richland in Simms, 2015, str. 11), ki je model, izhajajoč iz metod uspešnih učiteljev in uporabe učbenikov.

Model vključuje naslednjih šest korakov:

- → uvesti ciljni koncept (opredelimo ciljni pojem, ki je za učenca težko razumljiva vsebina, ki jo razložimo z analogijo);
- → pregledati analogni koncept (izluščimo analogni pojem, ki ga učenec dobro pozna in razume);
- → prepoznati ustrezne značilnosti ciljev in analogije (zaznamo podobnosti med ciljnim in analognim pojmom, ki jih natančno opredelimo);
- → zapis podobnosti (podobnost med ciljnim in analognim pojmom zapišemo jasno ter nedvoumno);
- → možnosti zrušenja analogije (analogen pojem je samo podoben ciljnemu, zato moramo natančno opredeliti, kje se podobnost konča);
- → sklepanje (nakažemo, kakšne nove možnosti in poti smo z analogijo odprli in pozovemo k njihovemu reševanju) (Richland in Simms, 2015; Mordej 1997).

5 EMPIRIČNI DEL

5.1 Namen

Namen magistrskega dela je preučitev ali uporaba analogije pri poučevanju vpliva na uspešnejše učne rezultate. V ta namen smo izvedli raziskave, s katerimi smo želeli preveriti prisotnost in učinkovitost uporabe analogije pri poučevanju verjetnosti.

Uporabo analogije pri poučevanju verjetnosti smo preverjali preko dveh iger (Pristanišča in Čebelice) pri učencih 9. razredov osnovnošolskega izobraževanja pri pouku matematike.

Najprej smo pripravili načrt izvedbe raziskave, nato pa smo opredelili cilje in namen iger, ki smo jih uporabili.

V času raziskave smo zajeli učno vsebino iz verjetnosti, s katero so se vsi učenci že predhodno seznanili, ter predelali vse učne teme, ki jih zajema učni načrt v sklopu Izkušnje s slučajnimi dogodki.

Raziskava je bila izvedena v dveh delih. V prvem delu so učenci igrali prvo igro, v drugem delu pa so pred igranjem druge igre pisno zapisali strategijo, ki jih bo popeljala do zmage.

Pred raziskavo smo si zastavili naslednja raziskovalna vprašanja.

Vprašanje 1: Ali uporaba analogije pri poučevanju verjetnosti vpliva na uspešnejše razumevanje verjetnosti?

Vprašanje 2: Ali je pri učencih prisoten transfer znanja iz prve igre na drugo igro?

Vprašanje 3: Ali je verjetnost intuitivno uporabljena pri igranju iger?

5.2 Metodologija

5.2.1 Raziskovalne metoda

V raziskavi smo uporabili deskriptivno, kavzalno metodo pedagoškega raziskovanja. Za empirični del naše raziskave smo uporabili eksperiment kot metodo sociološkega raziskovanja. Uporaba analogije pri poučevanju verjetnosti v osnovni šoli je potekala s pomočjo dveh iger. Učenci so igri odigrali v enakem časovnem obdobju in zanje v nespremenjenih okoliščinah (tiskana podlaga, samolepilni listki kot figure, enake igralne kocke). Med omejitve raziskave vključujemo različne načine poučevanja verjetnosti, saj so sodelovali učenci treh oddelkov s tremi različnimi učiteljicami matematike. Pred izvedbo raziskave so vsi učenci slišali in predelali enake učne vsebine.

5.2.2 Raziskovalni vzorec

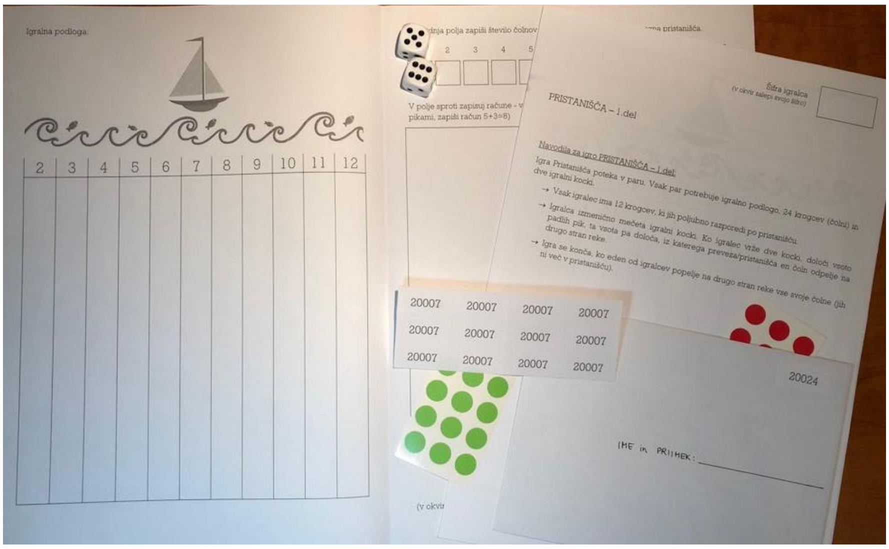
Vzorec, na katerem smo preučevali analogijo/transfer znanja ob dveh didaktičnih igrah, so tvorili učenci 9. razreda Osnovne šole Partizanska bolnišnica Jesen Tinje in učenci 9. razreda (9.a in 9.b) 2. osnovne šole Slovenska Bistrica. Skupaj je tako pri raziskavi sodelovalo 66 učencev. Osnovna šola Partizanska bolnišnica Jesen Tinje je bolj vaška šola, medtem ko je 2. osnovna šola Slovenska Bistrica šola v središču mesta Slovenska Bistrica. Vzorec je mešana populacija učencev glede na uspeh.

5.2.3 Zbiranje podatkov

Podatke za obdelavo smo zbirali osebno na obeh osnovnih šolah. Zaradi različne časovne obravnave snovi smo se prilagodili učiteljem in njihovi lastni razporeditvi učnih vsebin. Zaradi tega raziskave na obeh šolah nismo izvedli v enakih terminih.

Slika 5.1: Potek izvedbe.

Prva izvedba na 2. osnovni šoli Slovenska Bistrica je bila izvedena 11. 3. 2019. Naloge smo izvedli v dveh devetih razredih. Zaradi analogije in transfera, ki smo ga opazovali pri sami izvedbi, smo drugi del magistrske naloge izvedli čez 18 dni, 29. 3. 2019. Ker učitelji časovno različno obravnavajo snovi, smo prvi del magistrske naloge na Osnovni šoli Partizanska bolnišnica Jesen Tinje izvedli 18. 4. 2019 in nato čez enako časovno obdobje, 18 dni, še drugi del magistrske naloge, 6. 5. 2019.



Slika 5.2: Komplet vsakega posameznega para.

V prvem delu smo izvedli igro Pristanišče. Namen je bil, da igro izvedemo trikrat, vendar smo zaradi časovne omejitve ene šolske ure, 45 minut, lahko igro izvedli samo dvakrat. Sledilo je vprašanje učencem, ali vedo, katera matematična vsebina, ki so jo že obravnavali, se skriva v ozadju. Nekaj učencev je pomislilo na verjetnost, večina pa se ni spomnila na to, katera matematična vsebina bi to bila. S pomočjo prezentacije PowerPoint smo z učenci ponovili osnovne pojme o verjetnosti. Zaradi pomanjkanja časa smo imeli tudi pripravljene izračune verjetnosti za vsoto padlih pik.

V drugem delu so učenci zopet dobili igralne podlage (Priloga 6) in samolepilne krogce. Tokrat so bila navodila igre drugačna. Eden v paru je postavil čolne tako, da je bila verjetnost za vsoto padlih pik tam največja, drugi v paru pa je postavil čolne v pristanišča, kjer je bila verjetnost za vsoto padlih pik najmanjša. Učenci so odigrali igro, zalepili šifro zmagovalca in oddali igralne podlage ter igralne kocke.

V drugem delu izvedbe raziskave smo izvedli igro Čebelice. Igro Čebelice smo izvedli 18 dni po prvem delu. Učiteljica je učencem razdelila njihove šifre. Preden smo učencem razdelili igralne podlage, smo jim razdelili bele A4 liste (Priloga 5) z navodilom, da naj zapišejo strategijo igre, ki jo bodo uporabili za zmago. Pred tem smo učencem povedali navodila za igro Čebelice. Večkrat smo jih opozorili, da gre tokrat za računanje razlike in ne vsote, kot je bilo to pri Pristaniščih. Učence smo časovno omejili z največ desetimi minutami. Po zapisani strategiji za zmago smo učencem razdelili igralne podloge (Priloga 3), igralne kocke ter samolepilne listke, ki so predstavljali čebelice. Tokrat je vsak učenec dobil 6 krogcev. Število krogcev se je iz igre Pristanišča na igro Čebelice zmanjšalo, saj je bilo pri Pristaniščih na voljo enajst polj, v katera so učenci postavljali čolne, pri Čebelicah pa je bilo na voljo šest polj, v katera so učenci postavili čebelice. Z različnim številom krogcev smo zagotovili, da lahko postavimo krogec v vsako polje na igralni podlagi. Učencem smo dali čas, da si še sami enkrat preberejo navodila za igranje igre. Ker so postopek že poznali, je bila sama izvedba veliko bolj lažja kot pri igri Pristanišča. Učenci so odigrali igro, zalepili šifro zmagovalca ter oddali igralno podlogo. Počakali smo, da vsi učenci odigrajo igro. Enako kot pri izvedbi igre Pristanišča je sledil pogovor, da je v ozadju igre zopet verjetnost. Z učenci smo poračunali verjetnosti za razliko padlih pik dveh igralnih kock.

Učencem smo ponovno razdelili igralne podlage (Priloga 4) in samolepilne krogce. Navodila za igro so bila drugačna kot v prvem delu. Tokrat je eden v paru postavil čebelice v panje, kjer je verjetnost za razliko padlih pik največja, drugi pa ravno obratno; v panje, kjer je verjetnost za razliko padlih pik najmanjša. Učenci so odigrali igro, zalepili šifre zmagovalca ter vrnili igralne podloge in igralne kocke.

5.2.3.1 Pristanišča

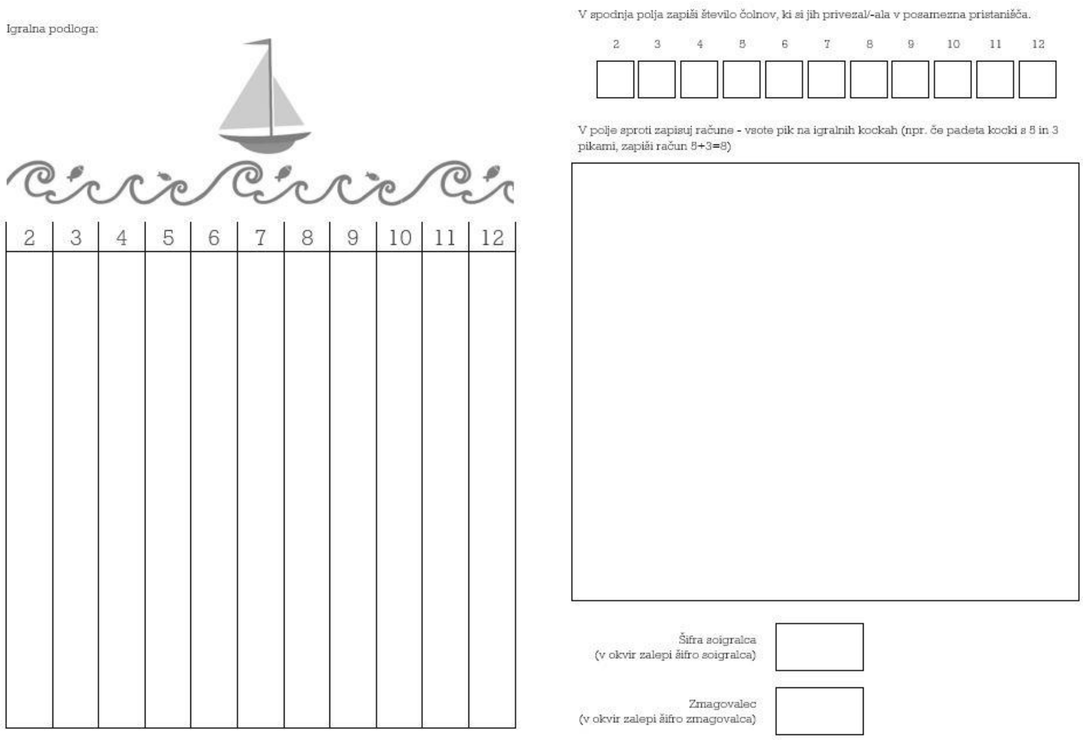
Prva igra, ki so jo odigrali učenci, je igra z naslovom Pristanišča. Učence smo naključno razdelili v pare. Vsak par je dobil dve igralni površini (pola A3), dve pošteni igralni kocki ter dve kuverti, v kateri je bila šifra igralca in samolepilni krogci. Na zunanji strani pole so bila zapisana navodila igre. Učencem smo na razpolago dali nekaj časa, da so prebrali navodila. Nato smo skupaj preleteli navodila, tako da smo imeli pripravljeno PowerPoint prezentacijo, ter polo, na kateri smo pokazali, kako poteka sama igra.

Navodila za igro Pristanišča – 1.del

Igra Pristanišča poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 24 krogcev (čolni) in dve igralni kocki.

- → Vsak igralec ima 12 krogcev (čolnov), ki jih poljubno razporedi po pristanišču.
- → Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi vsoto padlih pik, ta vsota pa določa, iz katerega preveza/pristanišča en čoln odpelje na drugo stran reke.

→ Igra se konča, ko eden od igralcev popelje na drugo stran reke vse svoje čolne.



Slika 5.3: Igralna podlaga igre Pristanišča.

Navodila za igro Pristanišča – 2.del

Igra Pristanišča poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 24 krogcev (čolni) in dve igralni kocki.

→ Vsak igralec ima 12 krogcev. Eden v paru krogce razporedi tako, da je verjetnost za vsoto padlih pik največja (verjetnost, da pade vsota pik 7, je največja), drugi pa ravno obratno (verjetnost, da pade vsota pik 2 ali 12, je najmanjša). Torej, eden izmed učencev npr. razporedi svojih 12 čolnov v polja z vsoto pik 6, 7, 8, saj je takrat verjetnost največja, drugi igralec pa razporedi svojih 12 čolnov v polja z vsoto pik 2, 3, 11, 12, saj je takrat verjetnost najmanjša.

→ Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi vsoto padlih pik, ta vsota pa določa, iz katerega preveza/pristanišča en čoln odpelje na drugo stran reke.
→ Igra se konča, ko eden od igralcev popelje na drugo stran reke vse svoje čolne (jih ni več v pristanišču).

V ozadju igre je torej verjetnost. Boljše pogoje za zmago imajo zagotovo tisti, ki pomislijo, katera vsota pik je najbolj verjetna, da pade pri metu dveh igralnih kock. Igra Pristanišča se je v istem terminu odigrala dvakrat. Prvič so bili učenci samo podrobno seznanjeni z navodili z igro, ki so narekovala, da učenci poljubno privežejo/nalepijo čolne v pristanišča. Po odigrani prvi igri je sledila razlaga, da je igra povezana z verjetnostjo, ki so jo vsi sodelujoči učenci že spoznali pri urah matematike. Na drsnicah smo imeli prikazane izračunane verjetnosti za vsoto padlih pik 2, 3, 4, 5, … 12. Ko smo z učenci predelali in osvežili snov o verjetnosti, smo učencem še enkrat razdelili igralne pole. Tokrat je eden v paru nastavil čolne tako, da je bila verjetnost za vsoto padlih pik tam največja, drugi v paru pa je storil ravno obratno. Verjetnost za vsoto padlih pik je največja za vsoto pik 7, nato sledita vsoti pik 6 in 8 ter 5 in 9. Verjetnost za vsoto padlih pik je najmanjša za vsote 2 in 12, 3 in 11 ter 4 in 10.

5.2.3.2 Čebelice

Druga igra, ki so jo odigrali učenci, je igra z naslovom Čebelice. Učencem smo prepustili možnost, da sami formirajo pare. Vsak par je dobil dve igralni površini (pola A3), dve pošteni igralni kocki ter kuverto s samolepilnimi krogci. Na zunanji strani pole so bila zapisana navodila igre. Učencem smo dali nekaj časa, da so v miru prebrali navodila. Nato smo skupaj preleti navodila tako, da sem imela pripravljeno PowerPoint prezentacijo ter polo, na kateri smo pokazali, kako poteka sama igra.

Učiteljica posameznega oddelka je učencem pred začetkom igre razdelila njihove šifre. Preden smo z učenci izvedli igro, so dobili pred sabo bel list papirja, na katerega so morali zapisati svojo strategijo, kako bodo premagali sošolca.

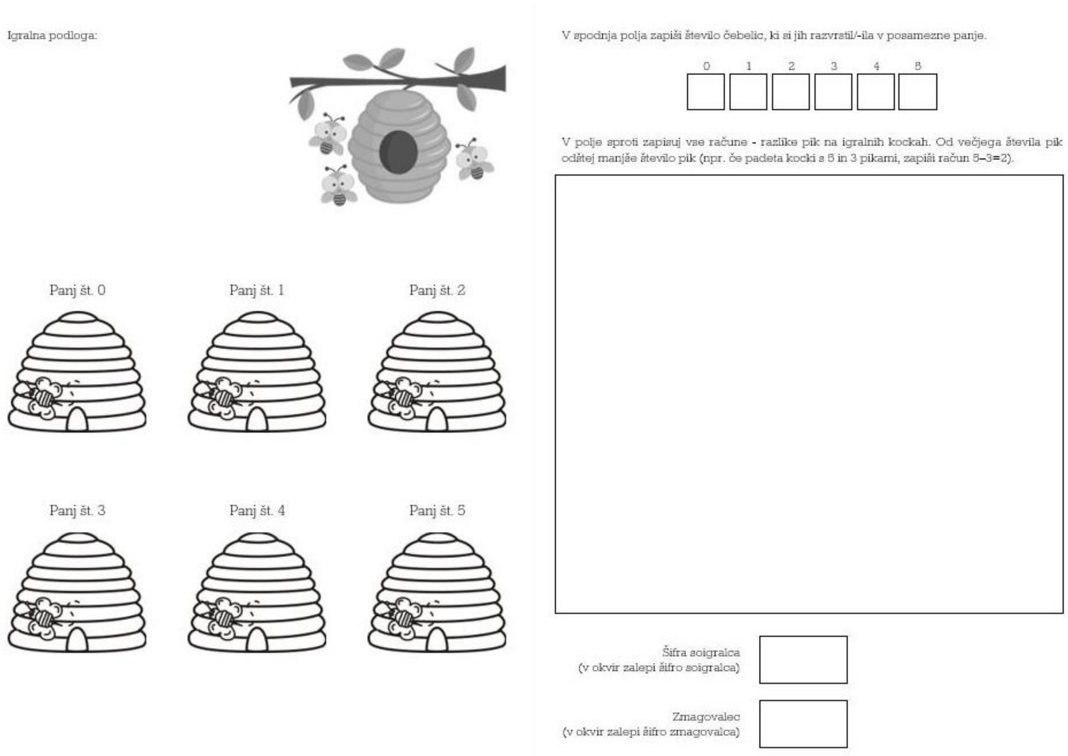
Navodila za igro Čebelice − 1. del

Igra Čebelice poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 12 krogcev (čebelice) in dve igralni kocki.

→ Vsak igralec ima 6 krogcev, ki jih poljubno razporedi v panje (možne so vse kombinacije).

→ Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi razliko padlih pik, ta razlika pa določa, iz katerega panja lahko izpusti čebelice (eno po eno).

→ Igra se konča, ko eden od igralcev izpusti vse svoje čebelice in tako zmaga.



Slika 5.4: Igralna podlaga za igro Čebelice.

Navodilo za igro Čebelice – 2.del

Igra Čebelice poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 12 krogcev (čebelice) in dve igralni kocki.

→ Vsak igralec ima 6 krogcev. Eden v paru krogce razporedi tako, da je verjetnost za razliko padlih pik največja (verjetnost, da pade razlika pik 1, je največja), drugi pa ravno obratno (verjetnost, da pade razlika pik 5, je najmanjša). Torej, eden izmed učencev npr. razporedi svojih 6 čebelic v panje z razliko pik 1 in 2, saj je takrat verjetnost največja, drugi igralec pa razporedi svojih 6 čebelic v panje z razliko pik 4 in 5, saj je takrat verjetnost najmanjša.

→ Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi razliko padlih pik, ta razlika pa določa, iz katerega panja lahko izpusti čebelice (eno po eno).

→ Igra se konča, ko eden od igralcev izpusti vse svoje čebelice ter tako zmaga.

Igra Čebelice se je v istem terminu odigrala dvakrat. Prvič so bili učenci samo podrobno seznanjeni z navodili za igro, ki so narekovala, da učenci poljubno nalepijo čebelice/nalepke v panje. Po odigrani prvi igri je sledila razlaga, da je igra povezana z verjetnostjo. Na drsnicah smo imeli prikazane izračunane verjetnosti. Ko smo z učenci predelali in osvežili snov o verjetnosti, smo učencem še enkrat razdelili igralne pole. Tokrat je eden v paru nastavil čebelice tako, da je bila verjetnost za razliko padlih pik tam največja, drugi v paru pa je storil ravno obratno.

5.3 Obdelava podatkov

Igralne podlage smo analizirali tako, da smo v program Excel vnesli vse podatke, ki smo jih potrebovali za analizo: koliko čolnov je v posameznem pristanišču, katera vsota je padla pri metu dveh igralnih kock, koliko čebelic je v posameznem panju, katera razlika je padla pri metu dveh igralnih kock, ter zmagovalca igre.

6 REZULTATI IN DISKUSIJA

6.1 Analogija

V magistrski nalogi nas je zanimala analogija med igrama. Da smo lahko le-to določili, smo ustvarili točkovnik, s katerim smo ovrednotili igranje iger učencev. Številčno ovrednotenje smo uporabili pri drugi ponovitvi igre Pristanišča, kjer so učenci vedeli, na katerih mestih je verjetnost največja ter kje je verjetnost najmanjša za vsoto padlih pik dveh igralnih kock. Točkovnik smo prav tako uporabili pri prvi ponovitvi igranja igre Čebelice, saj so takrat učenci že vedeli, kaj je to verjetnost in kako le-ta pripomore k boljšemu igranju igre, saj so se z njo spoznali pri igri Pristanišča. Zanimale so nas torej povezave med igrama, kjer igra Pristanišča predstavlja vir, igra Čebelice pa predstavlja tarčo. Za uspešne povezave med igrama smo torej izdelali številčno lestvico ovrednotenja igranja iger učencev.

Skupno število točk, ki so jih učenci lahko pridobili pri posamezni igri, je 9 točk. Rezultate učencev smo ovrednotili po lestvici, ki je prikazana v tabeli. Izdelali smo tri tabele, s katerimi smo si pomagali pri številčnem vrednotenju. Za igro Pristanišča smo morali izdelati dve tabeli, saj so učenci v parih igro igrali tako, da je en učenec v paru postavil figure na območje, kjer je verjetnost največja, drugi pa na območje, kjer je verjetnost najmanjša. Tabela za igro Čebelice je bila za vse učence enaka.

Tabela 6.1: Ocenjevalna lestvica za igro Pristanišča (verjetnost največja).

PRISTANIŠČA (postavitev na območja, kjer je verjetnost največja)					
Pristanišče	Št. čolnov (1)	Št. čolnov (2)	→ 0,5 T za vsako pravilno postavitev figure glede na stolpca št. čolnov (1)	12 x 0,5 T = 6 T	**6 T**
2	0	0			

3	0	0	in št. čolnov (2), ki sta optimalni postavitvi figur pri igranju igre		
4	0	0	→ 1 T za optimalno postavitev	1 T	**1 T**
5	2	2	→ 1 T za postavitev figur v polja 5, 6, 7, 8, 9 (- 0,1 T za vsako polje, v katerem ni nobene figure).	1 T	**1 T**
6	2	3			
7	3	3			
8	3	2	→ 1 T za prazna polja 2, 3, 4, 10, 11, 12 (- 0,1 T za vsako polje, v katerem je vsaj ena figura)	1 T	**1 T**
9	2	2			
10	0	0			
11	0	0			
12	0	0		**SKUPAJ:**	**9 T**

Tabela 6.2: Ocenjevalna lestvica za igro Pristanišča (najmanjša verjetnost).

PRISTANIŠČA (postavitev na območja, kjer je verjetnost najmanjša)					
Pristanišče	Št. čolnov (1)				
2	3		→ 0,5 T za vsako pravilno postavitev figure glede na stolpec št. čolnov (1), ki je optimalna postavitev figur pri igranju igre	12 x 0,5 T = 6 T	**6 T**
3	2				
4	1		→ 1 T za optimalno postavitev	1 T	**1 T**
5	0		→ 1 T za postavitev figur v polja 2, 3, 4, 10, 11, 12 (- 0,1 T za vsako polje, v katerem ni nobene figure)	1 T	**1 T**
6	0				
7	0		→ 1 T za prazna polja 5, 6, 7, 8, 9 (- 0,1 T za vsako polje, v katerem je vsaj ena figura)	1 T	**1 T**
8	0				
9	0				
10	1			**SKUPAJ:**	**9 T**
11	2				
12	3				

Pri ocenjevanju postavitev figur v polja smo dodali tudi odbitek točk. Odbitek znaša 0,1 T in je upoštevan pri pogojih, kateri so zapisani v Tabelah 6.1, 6.2 in 6.3. Povezave med virom in tarčo so številčno prikazane. Če se je število nabranih točk od igre Pristanišča do igre Čebelice povečalo (↑), potem je analogija med njima prisotna (prisotne povezave, transfer znanja); v primeru, ko se je število nabranih točk od ene do druge igre zmanjšalo (↓), potem analogija med igrama ni prisotna. V Tabeli 6.4 smo podali vse nabrane točke prve in druge igre ter s puščicama navzgor in navzdol nakazali, ali se je število nabranih točk povečalo ali zmanjšalo.

Tabela 6.3: Ocenjevalna lestvica za igro Čebelice (poljubna postavitev).

ČEBELICE (poljubna postavitev)					
Panj	Št. čebelic (1)		→ 1 T za vsako pravilno postavitev figure glede na stolpec št. čebelic (1), ki je optimalna postavitev figur pri igranju igre	12 x 0,5 T = 6 T	**6 T**
0	1		→ 1 T za optimalno postavitev	1 T	**1 T**
1	2		→ 1 T za postavitev figur v polja 0, 1, 2, 3, 4 (- 0,1 T za vsako polje, v katerem ni nobene figure)	1 T	**1 T**
2	1				
3	1		→ 1 T za prazna polja 5 (- 0,1 T za vsako figuro, ki je v polju 5)	1 T	**1 T**
4	1				
5	0			**SKUPAJ:**	**9 T**

Tabela 6.4: Uporaba analogije pri igrah s področja verjetnosti.

Šifra igralca	**Št. točk pri igri Pristanišča [T]**	**Št. točk pri igri Čebelice [T]**	**Zvišanje/zmanjšanje točk [↑/↓]**	**Šifra igralca**	**Št. točk pri igri Pristanišča [T]**	**Št. točk pri igri Čebelice [T]**	**Zvišanje/zmanjšanje točk [↑/↓]**
10001	5,8	4,7	↓	**20006**	5,8	3,8	↓
10002	5,8	3,6	↓	**20007**	6,3	3,6	↓

10003	7,0	4,8	↓	**20008**	7,0	5,8	↓
10004	5,8	5,8	=	**20009**	6,9	5,8	↓
10005	5,3	2,3	↓	**20010**	5,9	3,6	↓
10006	5,8	2,3	↓	**20011**	6,9	4,8	↓
10007	5,8	5,9	↑	**20012**	6,9	4,7	↓
10008	5,8	6,9	↑	**20013**	6,8	2,3	↓
10009	6,5	4,6	↓	**20014**	5,8	2,2	↓
10010	6,4	5,9	↓	**20015**	6,8	4,7	↓
10011	7,4	4,8	↓	**20016**	6,9	5,8	↓
10012	5,4	4,8	↓	**20017**	7,0	2,1	↓
10013	5,8	5,9	↑	**20018**	5,9	4,7	↓
10014	7,0	5,8	↓	**20019**	6,0	4,7	↓
10015	5,8	5,9	↑	**20020**	6,2	4,8	↓
10016	6,8	6,9	↑	**20021**	7,4	6,9	↓
10017	6,8	5,9	↓	**20022**	9,0	2,3	↓
10018	5,8	3,7	↓	**20023**	6,3	5,8	↓
10019	5,8	4,6	↓	**20024**	4,6	4,7	↑
10020	4,3	4,8	↑	**20025**	4,0,	6,9	↑
10021	6,3	5,8	↓	**20026**	6,3	5,8	↓
10022	6,4	5,9	↓	**30001**	7,4	6,9	↓
10023	6,9	5,8	↓	**30002**	6,3	4,6	↓
10024	4,6	6,9	↑	**30003**	6,8	9,0	↑
10025	6,8	5,8	↓	**30004**	6,5	5,8	↓
10026	6,9	6,9	=	**30005**	5,8	5,9	↑
10027	5,8	4,6	↓	**30006**	6,8	7,0	↑
10028	6,8	4,8	↓	**30007**	5,8	6,8	↑
20001	5,8	2,3	↓	**30008**	6,3	4,7	↓
20002	5,8	3,6	↓	**30009**	6,4	7,0	↑
20003	7,0	5,9	↓	**30010**	6,9	5,8	↓
20004	3,0	6,9	↑	**30011**	5,3	7,0	↑
20005	3,3	5,8	↑	**30012**	7,0	5,9	↓

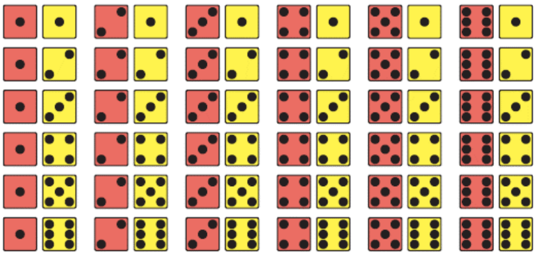
V primeru, ko je vir igra Pristanišča in tarča igra Čebelice ter kjer so povezave točke, glede na tabele, ki smo jih ustvarili, je analogija prisotna pri 17-ih učencih. Pri le-teh se je skupni seštevek točk od prve do druge igre zvišal. Pri dveh učencih je bil seštevek točk pri igrah enak, kar lahko tudi umestimo v območje, kjer analogija ni prisotna. Pri 47-ih učencih se je seštevek točk znižal in tako analogija ni bila prisotna.

6.2 Pristanišča

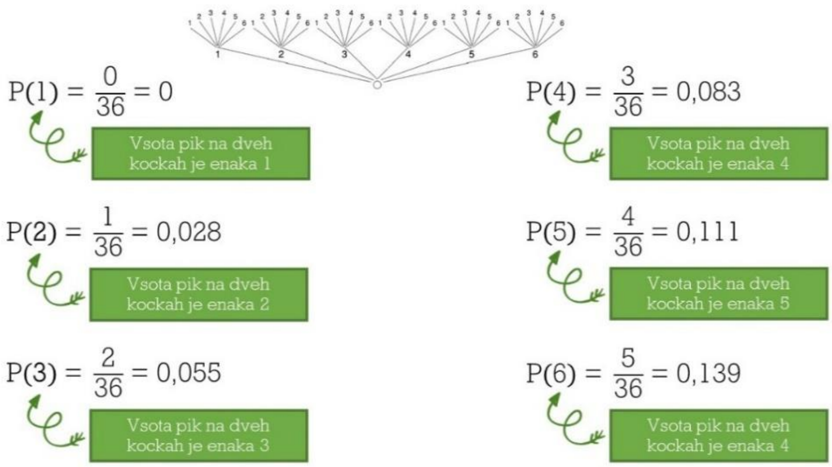
Verjetnost pri igri Pristanišča

Matematični pojem, ki ga srečamo pri igri Pristanišča, je pojem verjetnosti. Pri igri torej računamo vsoto padlih pik dveh igralnih kock. Števila na igralni kocki, ki lahko padejo pri metu kocke, so: 1, 2, 3, 4, 5 in 6.

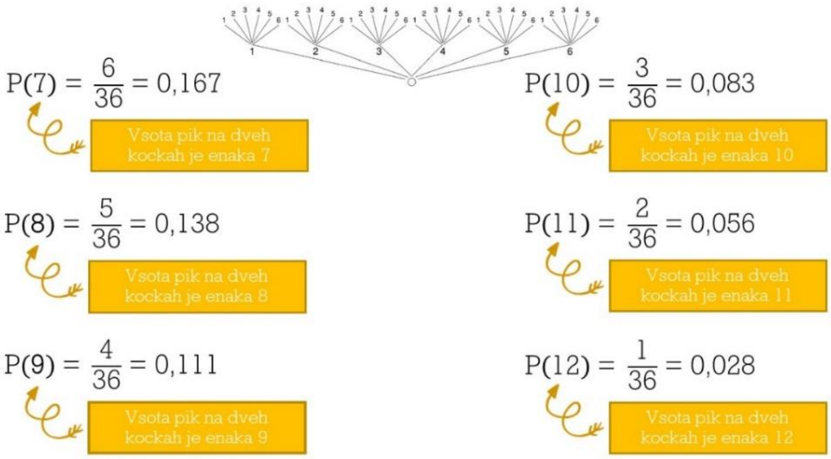
Vseh možnih izidov pri metu dveh igralnih kock je 36, kar lahko vidimo na Sliki 6.1, izračunane verjetnosti pa so podane v Tabeli 6.5.



Slika 6.1: Vsi možni izidi pri metu dveh igralnih kock (https://www.chegg.com/homework-help/36-possible-outcomes-tossing-two-dice-6-produce-sum-7-comple-chapter-8.1-problem-1-solution-9780070172999-exc).



Slika 6.2: Izračun verjetnosti za vsoto padlih pik (PowerPoint).



Slika 6.3: Izračun verjetnosti za vsoto padlih pik (PowerPoint).

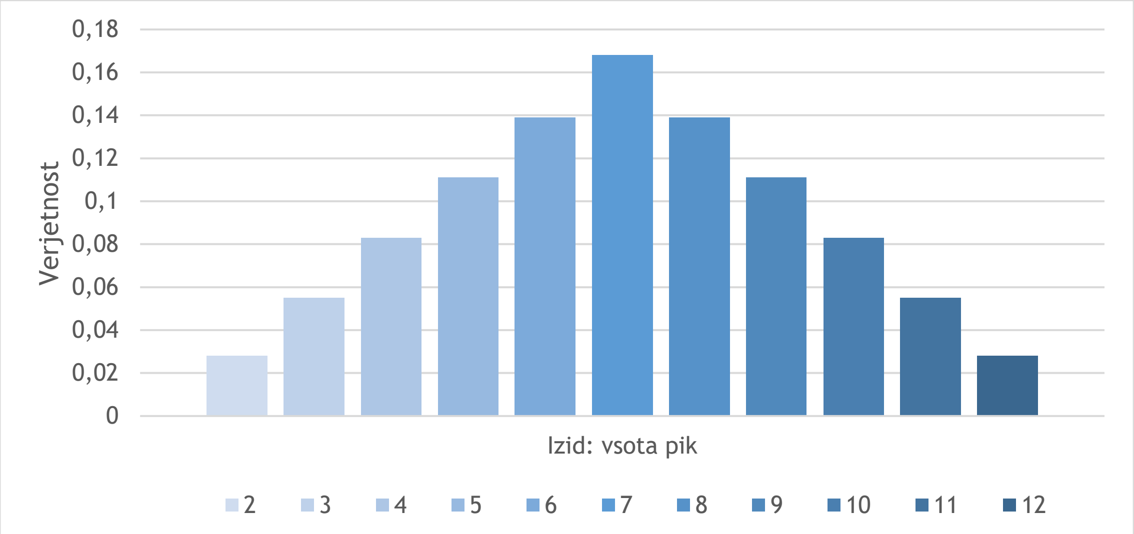
Tabela 6.5: Vsi možni izidi vsot pri metu dveh igralnih kock ter verjetnost.

	IGRALNA KOCKA 1	IGRALNA KOCKA 2	VSOTA PADLIH PIK	P(vsota padlih pik je x); $x = \{2, 3, \ldots 12\}$
1.	1	1	2	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 2) = \frac{1}{36} = \mathbf{0,028}$
2.	2	1	3	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 3) = \frac{2}{36} = \mathbf{0,055}$
3.	1	2	3	
4.	3	1	4	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 4) = \frac{3}{36} = \mathbf{0,083}$
5.	2	2	4	
6.	1	3	4	
7.	4	1	5	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 5) = \frac{4}{36} = \mathbf{0,111}$
8.	3	2	5	
9.	2	3	5	
10.	1	4	5	
11.	5	1	6	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 6) = \frac{5}{36} = \mathbf{0,139}$
12.	4	2	6	
13.	3	3	6	
14.	2	4	6	
15.	1	5	6	
16.	6	1	7	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 7) = \frac{6}{36} = \mathbf{0,168}$
17.	5	2	7	
18.	4	3	7	
19.	3	4	7	
20.	2	5	7	
21.	1	6	7	
22.	6	2	8	
23.	5	3	8	

24.	4	4	8	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 8) = \frac{5}{36} = \mathbf{0,139}$
25.	3	5	8	
26.	2	6	8	
27.	6	3	9	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 9) = \frac{4}{36} = \mathbf{0,111}$
28.	5	4	9	
29.	4	5	9	
30.	3	6	9	
31.	6	4	10	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 10) = \frac{3}{36} = \mathbf{0,083}$
32.	5	5	10	
33.	4	6	10	
34.	6	5	11	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 11) = \frac{2}{36} = \mathbf{0,055}$
35.	5	6	11	
36.	6	6	12	$P(vsota\ padlih\ pik\ je\ 12) = \frac{1}{36} = \mathbf{0,028}$

Prikaz 6.1 predstavlja verjetnosti histogram za vsoto padlih pik dveh igralnih kock. Višina vsakega stolpca prikazuje verjetnost dogodka, ki ga ta stolpec predstavlja. Ker višine stolpcev predstavljajo verjetnost, se višine stolpcev seštejejo v ena.

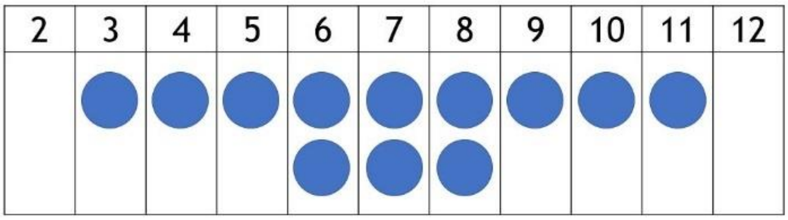
Prikaz 6.1: Verjetnostni histogram za vsoto padlih pik dveh igralnih kock.



Pri igri Pristanišča lahko uporabimo zgornji histogram, ki prikazuje, da je verjetnost, da bo padla vsota pik sedem največja, najmanjša je verjetnost, da bomo vrgli vsoto pik 2 ali 12. Idealizacija je popolnoma simetrična, pri zelo velikem številu metov. Za strategijo igre lahko uporabimo zgornje izračune, vendar je za zmago odvisna tudi »srečna roka« pri metu igralnih kock. Glede na verjetnost in na število čolnov, ki so jih učenci imeli na razpolago, je teoretično najboljša postavitev čolnov prikazana na Sliki 6.4. Vrednosti pri izračunih so zaokrožene, saj ne moremo v pristanišče postaviti samo pol čolna, ampak samo celega. V spodnji Tabeli 6.6 so verjetnosti preračunane glede na 12 čolnov, ki jih imamo na voljo.

Tabela 6.6: Najbolj optimalna postavitev čolnov.

Pristanišče	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Izračunano št. čolnov glede na verjetnost	0,3336	0,66	0,996	1,332	1,668	2,016	1,668	1,332	0,996	0,66	0,336
Čolni	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1	0



Slika 6.4: Teoretično najbolje postavljeni čolni.

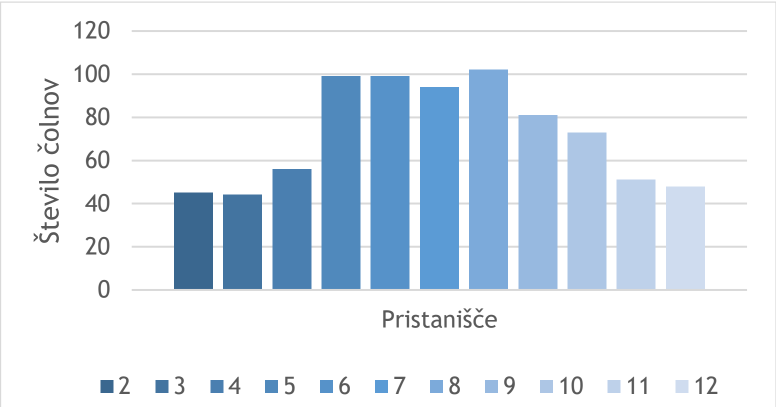
6.2.1 Pristanišča, 1.del

Igro Pristanišča je skupaj odigralo 66 učencev. V pristanišča so tako skupno postavili/privezali 792 čolnov. Glede na to, da so se z dano igro prvič srečali, so svoje čolne, glede na celotno skupino, kar dobro postavili. Vidna so odstopanja od teoretične verjetnosti, prav tako graf ni enakomerno porazdeljen tako kot je pri teoretični verjetnosti za vsoto padlih pik.

Tabela 6.7: Privez čolnov v pristanišča (1. del).

Pristanišče	Število čolnov	Praktični rezultati	Odstopanje od teoretične verjetnosti
2	45	0,057	+ 0,029
3	44	0,055	± 0
4	56	0,071	– 0,012
5	99	0,125	+ 0,014
6	99	0,125	– 0,014
7	94	0,119	– 0,049
8	102	0,129	– 0,010
9	81	0,102	– 0,009
10	73	0,092	+ 0,009
11	51	0,064	+ 0,009
12	48	0,061	+ 0,033

Prikaz 6.2: Privezi čolnov v posamezna pristanišča.



Glede na Tabelo 6.1 smo številčno ovrednotili igro učencev. Z rezultati smo ugotavljali, ali so učenci pri prvi seznanitvi z igro intuitivno uporabili verjetnost ali ne. Število točk, ki jih lahko doseže posamezen učenec, je devet. Če ima učenec pri postavitvi čolnov 5 točk ali več, potem ga uvrstimo v skupino, ki je intuitivno uporabila verjetnost. V Tabeli 6.8 so prikazani rezultati učencev.

Tabela 6.8: Intuitivna uporaba verjetnosti pri igri Pristanišča.

Šifra igralca	Št. točk pri igri Pristanišča [T]	Prisotnost verjetnosti [DA/NE]	Šifra igralca	Št. točk pri igri Pristanišča [T]	Prisotnost verjetnosti [DA/NE]
10001	3,8	NE	**20006**	4,0	NE
10002	3,9	NE	**20007**	6,2	DA
10003	5,1	DA	**20008**	5,9	DA
10004	3,9	NE	**20009**	3,8	NE
10005	5,6	DA	**20010**	5,2	DA
10006	5,7	DA	**20011**	7,4	DA
10007	2,7	NE	**20012**	5,7	DA
10008	5,1	DA	**20013**	4,6	NE
10009	6,4	DA	**20014**	6,3	DA
10010	5,1	DA	**20015**	5,1	DA
10011	5,9	DA	**20016**	5,1	DA
10012	3,4	NE	**20017**	6,3	DA
10013	2,4	NE	**20018**	6,8	DA
10014	6,2	DA	**20019**	6,2	DA
10015	3,3	NE	**20020**	5,1	DA
10016	3,9	NE	**20021**	6,3	DA
10017	4,4	NE	**20022**	6,4	DA
10018	4,3	NE	**20023**	6,2	DA
10019	4,0	NE	**20024**	4,5	NE
10020	4,1	NE	**20025**	5,2	DA
10021	5,1	DA	**20026**	4,7	NE
10022	5,0	DA	**30001**	4,4	NE
10023	5,3	DA	**30002**	3,9	NE
10024	6,9	DA	**30003**	4,9	NE
10025	6,2	DA	**30004**	5,0	DA
10026	3,9	NE	**30005**	3,9	NE
10027	4,6	NE	**30006**	3,2	NE
10028	4,4	NE	**30007**	4,4	NE
20001	6,4	DA	**30008**	4,4	NE
20002	4,6	NE	**30009**	4,5	NE
20003	5,8	DA	**30010**	4,4	NE
20004	6,8	DA	**30011**	5,1	DA

20005	4,0	NE		**30012**	3,4	NE

34 učencev (51 %) je pri igri Pristanišča zbralo 5 točk ali več in jih umestimo v skupino, ki je pri igri intuitivno uporabila verjetnost. 32 (49 %) učencev je zbralo manj kot 5 točk in pri igri niso intuitivno uporabili verjetnosti.

6.2.2 Pristanišča, 2. del

V drugem delu izvedbe igre Pristanišča so učenci igro odigrali tako, da je eden v paru postavil čolne v tista pristanišča, za katera je verjetnost največja, da bo padla vsota pik, drugi v paru pa postavi čolne v tista pristanišča, za katera je verjetnost najmanjša. Pogoje za izvedbo igre so imeli vsi pari enake. Igralne kocke so bile od istega proizvajalca, prav tako so vsi učenci kocki metali na ravni podlagi (šolska miza). Vsega skupaj je bilo 33 igralnih parov. Od vseh 33 parov je vedno zmagal tisti, ki je postavil čolne v območja z največjo verjetnostjo za vsoto padlih pik. Navodila niso natančno narekovala, koliko čolnov je potrebno postaviti v posamezna pristanišča, tako da so se učenci sami odločili in razporedili 12 čolnov v pristanišča, kjer je verjetnost največja, prav tako so se samostojno odločili, koliko čolnov bodo postavili v pristanišča, za katera je verjetnost najmanjša.

6.3 Transfer strategije

Pred začetkom igre Čebelice smo v drugem delu izvedbe (18 dni po prvi izvedbi) najprej učence pozvali, da so nam na liste papirja napisali svojo strategijo, kako bodo premagali sošolca. Preden so pričeli s pisanjem, smo učencem povedali navodila igre, ki so se od igre Pristanišč razlikovale v računski operaciji. Tokrat so morali učenci odštevati. Učence smo časovno omejili, tako da so imeli na voljo 10 minut časa.

Redko so se učenci odločili za računanje, katere razlike vse so možne pri metu dveh igralnih kock. V Tabeli 6.9 so prikazane vse strategije, ki so jih zapisali učenci.

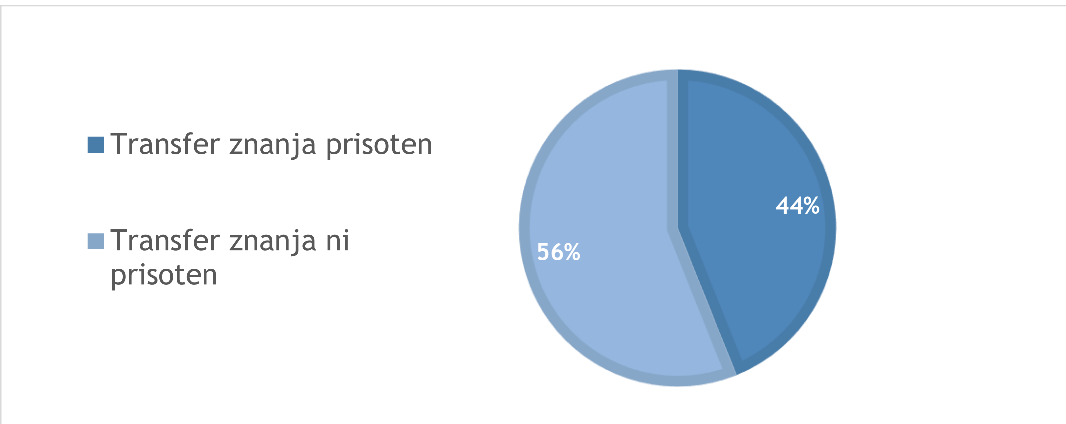
Tabela 6.9: Vse zapisane strategije učencev.

Strategija	**Število učencev**	**Transfer znanja**
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 3, 4, 5.	2	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 2, 3, 4.	9	Transfer znanja opazen, saj je v igri Pristanišča bila verjetnost največja na sredini igralne podlage.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 2, 4, 5.	1	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 3, 4.	1	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 0, 1, 2, 3.	1	Transfer znanja prisoten, saj je verjetnost na teh poljih največja.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 1, 2, 3.	3	Transfer znanja prisoten, saj je verjetnost na teh poljih največja.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 0, 1, 2.	2	Transfer znanja prisoten, saj je verjetnost na teh poljih največja.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 0, 2, 3, 4.	1	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 1, 2.	5	Transfer znanja prisoten, saj je verjetnost na teh poljih največja.
Čebelice bom nalepil/-a naključno.	6	Ni prisoten.
Igral/-a bom na srečo.	6	Ni prisoten.
Čebelice bom enakomerno razporedil/-a v panje.	4	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a na sredino.	6	Transfer znanja opazen, saj je v igri Pristanišča bila verjetnost največja na sredini igralne podlage.

Ne bom razporedil/-a v panje št. 0 in 5, ker je verjetnost tam najmanjša.	1	Transfer znanja opazen, saj je v igri Pristanišča bila verjetnost najmanjša na robovih igralne podlage.
Ne bom razporedil/-a v panje z veliko št., saj odštevamo.	1	Dobra ugotovitev, transfer znanja prisoten.
Razporedil/-a bom v panje , ki so sodi, ker je verjetnost večja kot pri lihih panjih.	1	Ni prisoten.
Moja strategija je, da zmagam.	7	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil tja, kjer je velika možnost.	8	Ni prisoten.
Čebelice bom nalepil/-a v panje št. 0, 1 (zapisani računi).	1	Transfer znanja prisoten, saj je verjetnost za razliko pik 0 in 1 največja.
	66	Transfer znanja prisoten: **29** Transfer znanja ni prisoten: **37**

Skozi igro Pristanišča so se učenci seznanili s pravili igre in z verjetnostjo kot matematično snovjo, ki gradi samo igro. Pri zapisani strategiji je 29 učencev uporabilo znanje, ki so ga pridobili pri igri Pristanišča. Nekaj je bilo takih, ki so verjetnosti za razliko padlih pik tudi izračunali.

Prikaz 6.3: Prikaz prenosa transferja znanja z igre Pristanišč na zapis strategije.

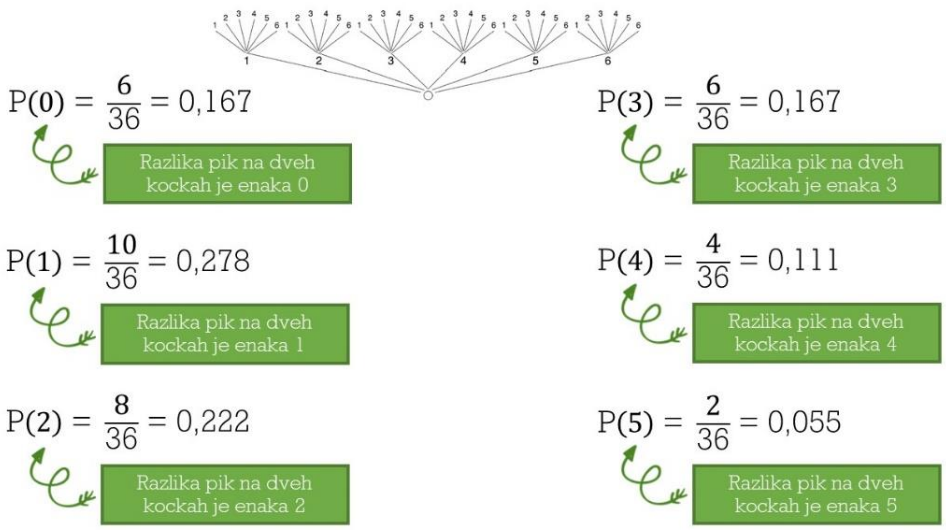


Transfer znanja je prisoten ne samo v pozitivnem smislu, ampak tudi v negativnem (pozitivni in negativni transfer, poglavje 4.1). Negativni smisel je ta, da so učenci prenesli informacijo, da je bila verjetnost pri igri Pristanišča na sredini igralne podlage, kar je res za primer računanja vsote pik dveh igralnih kock. V primeru igre Čebelice, kjer se računa razlika pik dveh igralnih kock, pa verjetnost ni ravno na sredini igralne podlage. Veliko učencev, 15, je zapisalo, da bodo čebelice nalepili na sredino igralne površine, en učenec pa je zapisal, da čebelic ne bo postavil na rob igralne površine, saj je verjetnost tam najmanjša, kar je zopet negativni transfer, ki se je prenesel z igre Pristanišča.

6.4 Čebelice

Verjetnost pri igri Čebelice

Podobno kot pri igri Pristanišča, kjer računamo vsoto padlih pik, pri igri Čebelice računamo razliko padlih pik. Možnosti za razliko pik so zapisane v nadaljevanju.



Slika 6.5: Izračun verjetnosti za razliko padlih pik (PowerPoint).

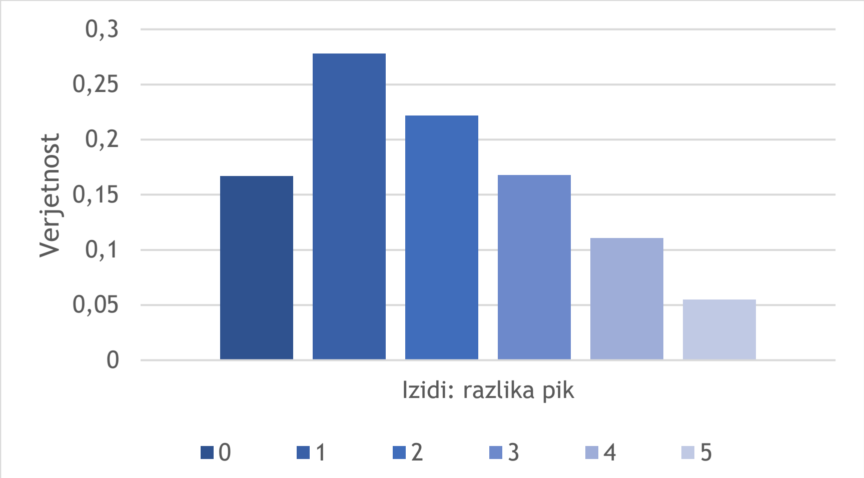
Tabela 6.10: Vsi možni izidi razlik pri metu dveh igralnih kock in verjetnost.

	IGRALNA KOCKA 1	IGRALNA KOCKA 2	RAZLIKA PADLIH PIK	**P(razlika padlih pik je x); $x = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \ldots \mathbf{5}\}$**
1.	1	1	0	
2.	2	2	0	
3.	3	3	0	
4.	4	4	0	
5.	5	5	0	
6.	6	6	0	$P(razlika\ padlih\ pik\ je\ 0) = \frac{6}{36} = \mathbf{0,167}$
7.	2	1	1	
8.	1	2	1	
9.	3	2	1	
10.	2	3	1	
11.	4	3	1	
12.	3	4	1	
13.	5	4	1	
14.	4	5	1	
15.	6	5	1	
16.	5	6	1	$P(vstota\ padlih\ pik\ je\ 1) = \frac{10}{36} = \mathbf{0,278}$
17.	3	1	2	
18.	1	3	2	
19.	4	2	2	
20.	2	4	2	
21.	5	3	2	
22.	3	5	2	
23.	6	4	2	
24.	4	6	2	$P(razlika\ padlih\ pik\ je\ 2) = \frac{8}{36} = \mathbf{0,222}$
25.	4	1	3	
26.	1	4	3	
27.	5	2	3	
28.	2	5	3	
29.	6	3	3	
30.	3	6	3	$P(razlika\ padlih\ pik\ je\ 3) = \frac{6}{36} = \mathbf{0,167}$
31.	5	1	4	
32.	1	5	4	
33.	6	2	4	
34.	2	6	4	$P(razlika\ padlih\ pik\ je\ 4) = \frac{4}{36} = \mathbf{0,111}$
35.	6	1	5	
36.	1	6	5	$P(vstota\ padlih\ pik\ je\ 5) = \frac{2}{36} = \mathbf{0,055}$

Prikaz 6.4 predstavlja verjetnosti histogram za razliko padlih pik dveh igralnih kock. Višina vsakega stolpca prikazuje verjetnost dogodka, ki ga ta stolpec

predstavlja. Ker višine stolpcev predstavljajo verjetnost, se višine stolpcev seštejejo v ena. Porazdelitev je v primeru razlike nesimetrična v primerjavi z porazdelitvijo pri vsoti padlih pik.

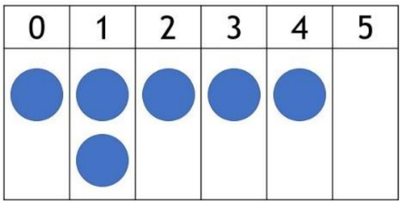
Prikaz 6.4: Verjetnostni histogram za razliko padlih pik dveh igralnih kock.



Glede na verjetnost in na število čebelic, ki so jih učenci imeli na razpolago, je teoretično najboljša postavitev čebelic prikazana na Sliki 6.6. Vrednosti pri izračunih so zaokrožene, saj v panj ne moremo postaviti samo pol čebelice, ampak samo celo. V spodnji tabeli so verjetnosti preračunane glede na 6 čebelic, ki jih imamo na voljo.

Tabela 6.11: Najbolj optimalna postavitev čebelic.

Panj	0	1	2	3	4	5
Izračunano št. čebelic glede na verjetnost	1,002	1,668	1,332	1,002	0,666	0,33
Čebelice	1	2	1	1	1	0



Slika 6.6: Teoretično najbolje postavljene čebelice.

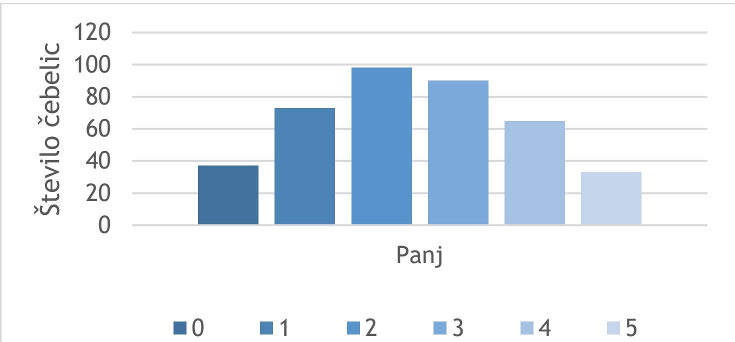
6.4.1 Čebelice, 1. del

Igro Čebelice je skupaj odigralo 66 učencev. V panje so tako skupno postavili 396 čebelic. Vidna so odstopanja od teoretične verjetnosti za razliko padlih pik dveh igralnih kock. Za razliko od prve igre Pristanišča so tokrat učenci že slišali za ozadje igre, v kateri se skriva matematična verjetnost. Pričakovali smo, da bodo učenci to bolj uporabili pri igri Čebelice.

Tabela 6.12: Čebelice v panjih (1. del).

Panj	Število čebelic	Praktični rezultati	Odstopanje od teoretične verjetnosti
0	37	0,094	– 0,073
1	73	0,184	– 0,094
2	98	0,248	+ 0,026
3	90	0,227	+ 0,060
4	65	0,164	+ 0,053
5	33	0,083	+ 0,028

Prikaz 6.5: Čebelice v posameznih panjih.



Glede na Tabelo 6.3 smo številčno ovrednotili igro učencev. Z rezultati smo ugotavljali, ali so učenci pri igri uporabili verjetnost ali ne. Število točk, ki jih lahko doseže posamezen učenec, je devet. Če ima učenec pri postavitvi čebelic

5 točk ali več, potem ga uvrstimo v skupino, ki je uporabila verjetnost. V Tabeli 6.13 so prikazani rezultati učencev.

Tabela 6.13: Uporaba verjetnosti pri igri Čebelice.

Šifra igralca	Št. točk pri igri Čebelice [T]	Prisotnost verjetnosti [DA/NE]	Šifra igralca	Št. točk pri igri Čebelice [T]	Prisotnost verjetnosti [DA/NE]
10001	4,7	NE	**20006**	3,8	NE
10002	3,6	NE	**20007**	3,6	NE
10003	4,8	NE	**20008**	5,8	DA
10004	5,8	DA	**20009**	5,8	DA
10005	2,3	NE	**20010**	3,6	NE
10006	2,3	NE	**20011**	4,8	NE
10007	5,9	DA	**20012**	4,7	NE
10008	6,9	DA	**20013**	2,3	NE
10009	4,6	NE	**20014**	2,2	NE
10010	5,9	DA	**20015**	4,7	NE
10011	4,8	NE	**20016**	5,8	DA
10012	4,8	NE	**20017**	2,1	NE
10013	5,9	DA	**20018**	4,7	NE
10014	5,8	DA	**20019**	4,7	NE
10015	5,9	DA	**20020**	4,8	NE
10016	6,9	DA	**20021**	6,9	DA
10017	5,9	DA	**20022**	2,3	NE
10018	3,7	NE	**20023**	5,8	DA
10019	4,6	NE	**20024**	4,7	NE
10020	4,8	NE	**20025**	6,9	DA
10021	5,8	DA	**20026**	5,8	DA
10022	5,9	DA	**30001**	6,9	DA
10023	5,8	DA	**30002**	4,6	NE
10024	6,9	DA	**30003**	9,0	DA
10025	5,8	DA	**30004**	5,8	DA
10026	6,9	DA	**30005**	5,9	DA
10027	4,6	NE	**30006**	7,0,	DA
10028	4,8	NE	**30007**	6,8	DA
20001	2,3	NE	**30008**	4,7	NE

20002	3,6	NE	**30009**	7,0	DA
20003	5,9	DA	**30010**	5,8	DA
20004	6,9	DA	**30011**	7,0	DA
20005	5,8	DA	**30012**	5,9	DA

35 učencev (53 %) je pri igri Čebelice zbralo 5 točk ali več in jih umestimo v skupino, ki je pri igri uporabila verjetnost. 31 (47 %) učencev je zbralo manj kot 5 točk in pri igri niso uporabili verjetnosti.

Primerjava intuitivne uporabe verjetnosti pri igri Pristanišča in uporaba verjetnosti pri igri Čebelice pokaže, da je en učenec več uporabil verjetnost pri drugi igri.

6.4.2 Čebelice, 2. del

V drugem delu izvedbe igre Čebelice so učenci igri odigrali tako, da je en učenec v paru postavil čebelice v tiste panje, za katere je verjetnost največja, da bo padla razlika pik, drugi v paru pa postavi čebelice v tiste panje, za katere je verjetnost najmanjša. Pogoje za izvedbo igre so imeli vsi pari enake. Igralne kocke so bile od istega proizvajalca, prav tako so vsi učenci kocki metali na ravni podlagi (šolska miza). Vsega skupaj je bilo 33 igralnih parov. Od vseh 33 parov je v 31 primerih vedno zmagal tisti, ki je postavil čebelice v območja z največjo verjetnostjo za razliko padlih pik. Dva para se nista držala navodil in sta čebelice nalepila poljubno, zato smo ju iz te analize izvzeli. Navodila niso natančno narekovala, koliko čebelic je potrebno postaviti v posamezne panje, tako da so se učenci sami odločili in razporedili 6 čebelic v panje, kjer je verjetnost največja. Prav tako so se učenci samostojno odločili, koliko čebelic bodo postavili v panje, za katere je verjetnost najmanjša.

6.5 Diskusija

Namen magistrske naloge je preučiti uporabo analogije pri poučevanju verjetnosti v osnovni šoli. Zanimalo nas je, ali s pomočjo uporabe analogije pri poučevanju verjetnosti vplivamo na uspešnejše razumevanje verjetnosti in ali je verjetnost intuitivno uporabljena pri igranju iger. Poleg tega nas je zanimalo, ali je pri učencih prisoten transfer znanja.

Uporabo analogije smo merili med igrama Pristanišča in Čebelice. Za primerjanje rezultatov smo uporabili drugo ponovitev igre Pristanišča, ko so učenci že spoznali koncept igre ter prvo ponovitev igre Čebelice, ki je bila izvedena 18 dni po igri Pristanišča. Rezultate smo obdelali s pomočjo tabel, ki smo si jih predhodno nastavili ter številčno ovrednotili postavitev figur učencev. Ustvarili smo dve tabeli za igro Pristanišča in eno tabelo za igro Čebelice. Rezultati kažejo, da je bila analogija prisotna pri 17-ih učencih (26 %) od sodelujočih 66 učencev. Opazovali smo, ali se je število točk iz prve igre do druge igre zvišalo ali znižalo oziroma je bilo enako. Dva učenca, ki sta imela enake točke med igrama, smo uvrstilo v skupino, kjer se analogija ni prenesla.

Prav tako nas je zanimalo, ali je bila verjetnost intuitivno uporabljena pri igranju iger, kar smo prav tako ugotovili s pomočjo ustvarjenih tabel. Pri tem smo opazovali prvo ponovitev igre Pristanišča, ko učenci še niso bili seznanjeni, da igrajo igro s področja verjetnosti. Za analizo smo uporabili Tabelo 6.1, saj nas je zanimalo, v kolikšni meri so se učenci približali optimalni postavitvi figur, ki je najboljša z vidika verjetnosti. Postavili smo kriterij, če ima učenec 5 točk ali več, sodi v skupino, ki verjetnost intuitivno uporablja. 34 učencev (51 %) je pri igri Pristanišča doseglo 5 točk in več; zanje lahko rečemo, da so intuitivno uporabili verjetnost. Pri igri čebelice smo opazovali samo uporabo verjetnosti, saj so učenci že bili seznanjeni s konceptom igre. Kriterij je enak kot pri igri Pristanišča. 35 učencev (53 %) je pri postavitvi figur uporabilo znanje s področja verjetnost.

Raziskovalno vprašanje, ki smo si ga zastavili, je bilo tudi to, ali je bil pri učencih prisoten transfer znanja iz ene igre na drugo igro. Transfer znanja smo opazovali iz prve izvedbe obeh ponovitev igre Pristanišča ter druge izvedbe, ko so učenci na list papirja zapisali strategijo za zmago pri igri Čebelice. 29 učencev (44 %) je uporabilo znanje, ki so ga pridobili pri prvi igri Pristanišča. Zanimivo je dejstvo, da kar so zapisali kot strategijo, niso nujno uporabili pri igri Čebelice. Naša pričakovanja so bila, da bodo učenci zapisali račune, katere razlike pik vse so pri metu dveh igralnih kock in nato iz tega vidika odigrali igro v nadaljevanju.

7 MODULI ZA ANALOGNO SKLEPANJE

V nadaljevanju poglavja podajamo module, ki jih lahko uporabimo v šolski praksi z namenom spodbujanja sklepanja z analogijo. Vsak modul je sestavljen iz dveh nalog: vira in tarče. S pomočjo vira učenec usvoji določeno znanje, ki ga potem nadgrajeno uporabi v tarči.

7.1 Modul: Računanje verjetnosti

Vir: Kroglice

V posodi imamo 3 modre in 2 rdeči kroglici. Izračunaj verjetnost dogodka, da izvlečemo rdečo kroglico, in izračunaj verjetnost dogodka, da izvlečemo modro kroglico.

Rešitev. Verjetnost, da izvlečemo rdečo kroglico, je enaka $\frac{2}{5} = 0{,}4$; verjetnost, da izvlečemo modro kroglico, pa je enaka $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

Tarča: Ploščki

V vrečki imamo enake ploščke s števili od 1 do 200. Iz vrečke potegnemo en plošček. Kolikšna je verjetnost, da smo izvlekli plošček s števko 9?

Rešitev. Ploščki, ki vsebujejo števko 9, so naslednji: 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 109, 119, 129, 139, 149, 159, 169, 179, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199. Verjetnost, da izvlečemo plošček s števko 9, je enaka:

$$\frac{38}{200} = \frac{19}{100} = 0{,}19$$

Povezava med virom in tarčo. Nalogi sta si konceptualno podobni. Z virom učenci izračunajo verjetnost dogodkov in imajo pri tem na razpolago 3 modre ter 2 rdeči kroglici za lažjo predstavo. Naučeno računanje verjetnosti nato prenesejo na tarčo. Pri nalogi morajo učenci najprej določiti vse možne ploščke in šele nato izračunajo verjetnost danega dogodka.

7.2 Modul: Uporaba Pascalovega trikotnika

Vir: Met kovancev

V zrak vržemo kovanec. Koliko možnih različnih dogodkov imamo? Kaj lahko rečemo pri velikem številu metov, približno kolikokrat bo padla številka in kolikokrat grb? Podobno razmisli za met 2, 3 in 4 kovancev. Naštej vse možnosti in različne kombinacije. Oglej si Pascalov trikotnik in razmisli, ali obstaja kakšna povezava med meti kovancev ter Pascalovim trikotnikom.

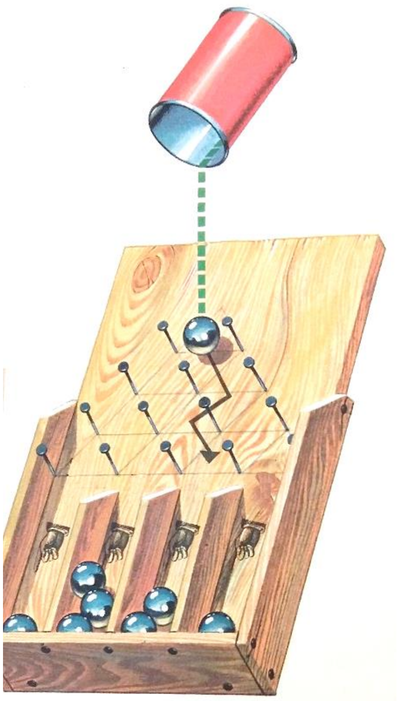
```
            1
          1   1
        1   2   1
      1   3   3   1
    1   4   6   4   1
  1   5  10  10   5   1
1   6  15  20  15   6   1
```

Slika 7.1: Pascalov trikotnik (https://www.101computing.net/pascal-triangle/).

Rešitev. Pri metu enega kovanca imamo dva različna dogodka: pade številka ali pade grb. Za veliko število metov lahko rečemo, da je verjetnost, da pade številka, enaka $\frac{1}{2}$, prav tako lahko rečemo, da je verjetnost, da pade grb, enaka $\frac{1}{2}$. Pri metu dveh kovancev imamo naslednje dogodke: na obeh kovancih padeta številki (1), na obeh kovancih padeta grba (1), na enem kovancu pade številka, na drugem kovancu pa pade grb (2). Met dveh kovancev se ujema s tretjo vrstico (od zgoraj navzdol) Pascalovega trikotnika. Pri metu treh kovancev so možni naslednji dogodki: na vseh treh kovancih pade številka (1), na vseh treh kovancih pade grb (1), na dveh kovancih pade številka in na enem grb (3), na dveh kovancih pade grb in na enem številka (3). Meti treh kovancev se ujemajo s četrto vrstico Pascalovega trikotnika. Pri metu 4 kovancev imamo možne naslednje dogodke: na vseh štirih kovancih padejo številke (1), na vseh štirih kovancih padejo grbi (1), na treh kovancih padejo številke in na enem grb (4), na treh kovancih padejo grbi in na enem številka (4), na dveh kovancih padeta številki in na dveh kovancih padeta grba (6). Met štirih kovancev se ujema s peto vrstico Pascalovega trikotnika.

Tarča: Porazdelitev kroglic v predalčke

Kroglica ima pri vsakem žeblju dve možni poti: zakotali se levo ali desno od žeblja. Kroglica, ki se je kotalila mimo treh žebljev, je morala trikrat izbirati. Koliko različnih možnih poti ima kroglica? Kakšne je porazdelitev osmih kroglic v štiri predalčke?



Slika 7.2: Porazdelitev kroglic v predalčke (Adler, 1973).

Rešitev. Kroglica ima pri vsakem žeblju dve možni poti. Kroglica se do predalčka zakotali mimo treh žebljev in je tako morala trikrat izbirati smer kotaljenja. Kroglica je na svoji poti lahko izbrala med štirimi možnostmi: 3-krat levo, 2-krat levo in 1-krat desno, 2-krat desno in 1-krat levo, 3-krat desno. Če zamenjamo levo stran z grbom na kovancu ter desno stran s številko na kovancu, dobimo problem treh kovancev. Porazdelitev 8 kroglic v predalčke se ujema s četrto vrsto Pascalovega trikotnika.

Povezava med virom in tarčo. Učenci s pomočjo vira teoretično in praktično določijo vse možne dogodke pri različnem številu kovancev. Dobljene rezultate primerjajo s Pascalovim trikotnikom in določijo povezavo med meti kovancev ter Pascalovim trikotnikom. Usvojeno znanje prenesejo učenci na tarčo z namenom uporabe Pascalovega trikotnika. Razmislek o tem, da ima kroglica 4 različne možnosti, da se zakotali do predalčka, ter da imamo na voljo osem kroglic, je enak kot problem treh kovancev. Povezava je prisotna v Pascalovem trikotniku.

7.3 Modul: Ocenjevanje in primerjanje verjetnosti

Vir: Vrtavka

Vrtavko razporedimo na 8 enakih delov in jih označimo s številkami od ena do osem. Na sredini pritrdimo kazalec. Kazalec zavrtimo in opazujemo, kje se ustavi. Razvrsti spodnje dogodke od najbolj verjetnih do najmanj verjetnih.

Dogodek A: Kazalec se ustavi na polju s sodim številom.

Dogodek B: Kazalec se ustavi na polju s številom 5.

Dogodek C: Kazalec se ustavi na polju s številom, večjim od 5.

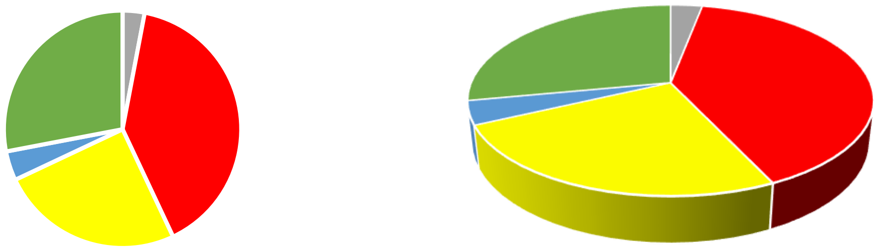
Slika 7.3: Vrtavka.

Rešitev. Vrtavka je razdeljena na osem enakih delov, kar za dani poskus pomeni osem enakovrednih izidov. Verjetnost dogodka A, $P(A)$, je enaka $\frac{1}{2}$. Verjetnost dogodka B, $P(B)$, je enaka $\frac{1}{8} = 0{,}125$. Verjetnost dogodka C, $P(C)$, je enaka $\frac{3}{8} = 0{,}375$. Najbolj verjeten dogodek, ki se bo zgodil, je dogodek A, sledi dogodek C in najmanj verjeten je dogodek B.

Tarča: Krožna plošča

Na Sliki 7.4 je krožna plošča razdeljena na pet različno obarvanih krožnih izsekov. Na središču plošče pritrdimo kazalec. Kazalec zavrtimo in opazujemo, kje se ustavi.

- $\rightarrow$ Na katerem krožnem izseku se bo kazalec najverjetneje ustavil?
- $\rightarrow$ Ali je verjetneje, da se ustavi kazalec na rumenem ali rdečem polju?
- $\rightarrow$ Na katerem polju se kazalec ustavi z verjetnostjo $\frac{1}{4}$?
- $\rightarrow$ Jana trdi, da je verjetnost, da se kazalec ustavi na modrem polju $\frac{1}{5}$, ker je krog razdeljen na pet delov. Ali sklepa prav?



Slika 7.4: Krožna plošča.

Rešitev. Poudarek naloge ni na računanju verjetnosti, temveč na ocenjevanju in primerjanju verjetnosti. Največji delež zavzema rdeči krožni izsek, zato je najverjetneje, ne pa nujno, da se kazalec ustavi na tem polju. Rumeno polje predstavlja četrtino kroga. Rdeče polje predstavlja več kot četrtino kroga, zato je bolj verjetneje, da se kazalec ustavi na rdečem polju. Janino sklepanje ni pravilno, saj modro polje ne predstavlja $\frac{1}{5}$ celotnega kroga.

Povezava med virom in tarčo. Vir predstavlja nalogo, pri kateri je vrtavka razdeljena na enakovredne dele, kar predstavlja enakovredne izide. Tarča pa je sestavljena ravno nasprotno. Deli niso enakomerno razporejeni, za kar je potreben razmislek in prenos naučenega iz vira, da je pri verjetnosti pomemben podatek ta, da so izidi enakovredni.

7.4 Raziskava o uporabi analogij

Fast (1999) v raziskavi ugotavlja, ali uporaba analogij lahko vpliva na poustvaritev znanja. V raziskavi je sodelovalo 41 dijakov, 25 moških in 16 žensk. Vsi so bili vpisani v napredni tečaj algebre, prav tako so se že vsi predhodno srečali z verjetnostjo. Raziskava je bila sestavljena iz dveh testov. Test A je vseboval 10 nalog oziroma virov. Test B je bil sestavljen iz 10 nalog oziroma tarč. Ko so sodelujoči rešili test A, so takoj začeli reševati test B. Cilj testov je bil ugotoviti učinkovitost nalog v testu B, po reševanju analognega testa A. Na Sliki 6.8 so podani rezultati raziskave.

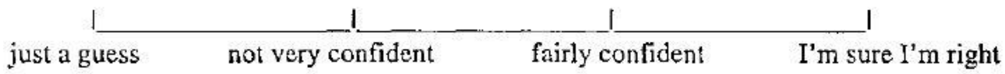
7.4.1 Vir

Primeri nalog iz testa A, ki predstavljajo vir.

1. Kovanec vržemo petkrat. Rezultat je naslednji: ŠŠŠŠŠ. Kateri izid ima boljše možnosti, številka (Š) ali grb (G)?

a) Š ima večjo možnost, da se zgodi.
b) G ima večjo možnost, da se zgodi.
c) Oba imata enake možnosti.

Zakaj?



Slika 7.5: Lestvica za utemeljitev odločitve (Fast, 1999).

2. Kateri vrstni red rojstva nastopi bolj verjetno v družini s petimi otroki: FDDFD ali FFFFF? F = fant, D = dekle.

a) FDDFD nastopi bolj verjetno.
b) FFFFF nastopi bolj verjetno.
c) Oba vrstna reda nastopita enako verjetno.

3. Tom živi v Ljubljani. Vozi se na dolge distance, pretežno po zasneženih cestah ali grobih in blatnih poteh. Včasih mora prečkati plitve reke in se povzpeti po hribih s svojim vozilom. Katera od spodnjih povedi ima več možnosti, da se zgodi?

a) Tom vozi tovornjaka.
b) Tom vozi tovornjak na štirikolesni pogon.

4. V posodi imamo oštevilčene kroglice. Povprečna vrednost vseh števil na kroglicah je 100. Tri kroglice izvlečemo, pri čemer kroglice vračamo v posodo. Če sta zapisani števili na prvih dveh kroglicah obe enaki 130, kakšna je tvoja ocena za povprečje številk na treh izvlečenih kroglicah?

a) 100

b) 115
c) 120
d) 130

5. Jack je visok in mišičast. Telovadi občasno in je ponosen na svojo moč ter tekaške in metalne sposobnosti. Pogosto ga lahko vidimo na športnih dogodkih in pri vožnji s hitrim športnim avtom. Katera od spodnjih dveh povedi ima večjo verjetnost, da je pravilna?

a) Jack je kmet.
b) Jack je profesionalni nogometni igralec.

7.4.2 Tarča

Analogni primeri iz testa B, ki predstavljajo tarčo nalogam iz testa A.

1. Kovanec vržemo v zrak in rezultat je Š. Katera možnost je bolj verjetna pri naslednjem metu kovanca?

a) Š ima večjo možnost, da se zgodi.
b) G ima večjo možnost, da se zgodi.
c) Oba imata enake možnosti.

2. V loterijski igri, imenovani Izberi 4, se ustvari štirimestna številka 2798. Za zmago mora sodelujoči izbrati enako štirimestno število. Albert izbere število 2222 in Bill izbere število 2332. Primerjaj njune možnosti za zmago.

a) Albert ima boljše možnosti za zmago.
b) Bill ima boljše možnosti za zmago.
c) Oba imata enake možnosti za zmago.

3. Voziš se po avtocesti in se peljete mimo avtomobila. Katera od spodnjih povedi ima večje možnosti, da se zgodi?

a) Avto je rdeče barve.
b) Avto je rdeč kabriolet.

4. V posodi imamo oštevilčene kroglice. Povprečna vrednost vseh števil na kroglicah je 100. Dve kroglici izvlečemo, pri čemer kroglice vračamo v posodo. Številki na kroglicah zapišemo, vendar jih sami ne vidimo. Če sedaj zapišemo število tretje kroglice, katera je najboljša odločitev za številko na kroglici?

a) 40
b) 70
c) 100
d) 130
e) 160

5. Če poljubno izberemo osebo iz kanadske populacije, katera trditev je bolj verjetna: da je oseba stara več kot 100 let ali, da je oseba stara manj kot 100 let?

a) Oseba je stara več kot 100 let.
b) Oseba je stara manj kot 100 let

7.4.3 Ugotovitve

Na testu B je bilo od 410 skupnih odgovorov 330 odgovorov pravilnih. Na testu A pa je bilo od 410 odgovorov pravilnih 178. Večina sodelujočih je torej imela več pravilnih odgovorov na testu B kot na testu A. Rezultati raziskave so pokazali, da so napačne predstave o verjetnosti med srednješolci pogoste in, da je bila uporaba analogij pri napačnih predstavah učinkovita metoda (Fast, 1999).

	Version A	Version B
Number of Students	41	41
Number of Questions	10	10
Number of Responses	410	410
Total Number Correct	178	330
Possible Misconceptions	232	80
Potential Anchors		166
Anchors		113

Slika 7.6: Rezultati raziskave (Fast, 1999).

8 ZAKLJUČEK

V vsakdanjem življenju se velikokrat srečamo z analogijo. To velja tudi za pouk matematike. Obstaja npr. analogija med trikotnikom in tetraedrom, analogija je prisotna v reševanju enačb in neenačb. S pomočjo analogij lahko enostavneje pojasnimo nekatere matematične pojme.

Uporaba analogij lahko učencem v veliki meri pozitivno pomaga obravnavati določene pojme. Pri pouku je torej učitelj tisti, ki lahko z načinom govora nenehno kaže na analogijo, kot sredstvo povezovanja in lažjega razumevanja snovi. Fraze, ki jih učitelj lahko uporablja, so naslednje: »podobno se izpelje«, »analogno dobimo«, »na podoben način dokažemo«, to je podobna naloga« …

Pri reševanju nekega problema moramo učence usmerjati na obravnavo bližnjega, sorodnega postopka reševanja problema. Sprva učitelj samo usmerja, potem pa postopoma prepušča samostojnost učencem.

Raziskava, izvedena v sklopu magistrske naloge, je pokazala, da uporaba analogije pri poučevanju verjetnosti v osnovni šoli v majhni meri vpliva na uspešnejše razumevanje verjetnosti. Na drugi strani pa je približno polovica sodelujočih učencev intuitivno uporabila verjetnost pri postavitvi figur v polja. Prav tako je pri polovici učencev prisoten transfer znanja, ki predstavlja kratkoročni transfer.

Z vidika analogije, kjer igra Pristanišča predstavlja vir ter igra Čebelice predstavlja tarčo, je bila le-ta prisotna pri 17-ih učencih, kar je 26 % od vseh 66-ih učencev, ki so sodelovali pri magistrski nalogi. Pri ostalih 47-ih učencih pa analogija ni bila prisotna. Vzrok, zakaj analogija ni prisotna, je po mojem mnenju v neresnosti učencev, saj je igra zanje zabava, ne pa tudi učenje. Verjamem, da je marsikdo našo navzočnost za potrebe magistrske naloge izkoristil za zabavo, ne pa tudi za učenje. Že opravljene raziskave kažejo, da so v vrtcu otroci na dovolj visoki razvojni stopnji za doseganje ciljev s področja verjetnosti. V vrtcu in v prvi triadi osnovne šole verjetnost spoznavamo preko igre. Menimo, da bi si večina morala zapomniti koncept prve igre in ga uporabiti pri drugi igri, saj je bilo med igrama samo kratko časovno obdobje. Analogija je torej stvar, ki je pri pouku malo uporabljena, na slovenskih tleh tudi nerazvita, saj marsikdo ne pozna njenega bistvenega pomena, prenosa znanja s pomočjo vira, tarče ter podobnosti. Za prvo raziskovalno vprašanje, ki smo si ga zastavili, lahko rečemo, da uporaba analogije pri poučevanju verjetnosti le v majhni meri vpliva na uspešnejše razumevanje verjetnosti.

Iz prve na drugo igro je bil pri 44 % vseh sodelujočih učencih zaznan transfer znanja. Menimo, da bi bil transfer znanja iz prve na drugo igro prisoten pri več učencih, če bi bil časovni razmik med igrama krajši. Na drugo raziskovalno vprašanje lahko torej odgovorimo, da je skoraj pri polovici sodelujočih učencev prisoten transfer znanja.

Na tretjo raziskovalno vprašanje lahko odgovorimo pritrdilno. Iz igre Pristanišča, kjer je verjetnost uporabilo 35 učencev, je na igro Čebelice en učenec več uporabil verjetnost. Želeli smo si, da bi več učencev preneslo verjetnost iz igre Pristanišča na igro Čebelice, vendar smo vsaj dosegli, da je en učenec intuitivno uporabil verjetnost pri igri Čebelice.

Za nadaljnjo raziskavo uporabe analogije bi bilo smiselno uporabiti igri Pristanišča in Čebelice ter ostale tri module za analogno sklepanje in jih uporabiti na krajšem časovnem razmiku.

9 LITERATURA

Aberšek B. (2016). Teaching with analogies: Examples of a self-healing porous material. *Problems of education in the 21st century*, *70*(7), 4—7.

Adler I. (1973). *Matematika od zlatega reza do teorije množic*. Ljubljana: DZS

Avsec F. (1974). Pouk verjetnostnega računa v srednji šoli. *Obzornik za matematiko in fiziko, 21*(3-4), 102—112.

Bahovec, E.D., Bregar-Golobič, K. in Kranjc, S. (1999). *Kurikulum za vrtce: predšolska vzgoja v vrtcih*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport : Zavod RS za šolstvo.

Batanero, C., Chernoff, E.J., Engel, J., Lee, H.S. in Sánchez, E. (2016). *Research on Teaching and Learning Probability*. Hamburg: Springer Open.

Berk, J., Draksler, J. in Robič, M. (2005). *Skrivnosti števil in oblik 9. Učbenik za matematiko v 9. razredu osnovne šole*. Ljubljana: Rokus.

Bertsekas, P.D. in Tsitsiklis, N.J. (2008). *Introduction to Probability*. U.S.A.: Massachusetts Institute of Technology. Athena Scientific.

Bransford J.D., Brown A.L. in Cocking R.R. (2012). Učni transfer. *Vzgoja in izobraževanje*, *63*(5), 45—59.

Bukovec, A. (2017). *Verjetnost v predšolskem obdobju* (Diplomsko delo). Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Koper.

Cedilnik, A. (2003). *Uvod v verjetnostni račun*. Ljubljana: Fakulteta za družbene vede.

Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1-5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Devetak, I. (2012). *Zagotavljanje kakovostnega znanja naravoslovja s pomočjo submikroreprezentacij*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.

English, L. D. in Watson, J. M. (2016). Development of Probabilistic Understanding in Fourth Grade. *Journal for Research in Matematics Education*, *47*(1), 28—62.

Fast, G.R. (1999). Analogies and Reconstruction of Probability Knowledge. *School Science and Mathematics, 99*(5), 230—240.

Felda, D. (2013). Neverjetna verjetnost. *Obzornik za matematiko in fiziko*, *60*(2), 59—70.

Glynn, S.M. (1994). Teaching Science with Analogies: A Strategy for Teachers and Textbook. *Reading Research Report*, *15*, 2—30.

Hladnik, M. (2002). *Verjetnost in statistika: zapiski predavanj*. Ljubljana: Fakulteta za računalništvo in informatiko.

Jamnik, R. (1987). *Verjetnostni račun*. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

Kobal, E. (1992). Uspešnejše reševanje problemov v kemiji; II. del Analogije in ustvarjalno reševanje problemov, *Kemija v šoli, 4*(2), 24—26.

Marentič Požarnik, B. (2010). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.

Marentič Požarnik, B. (2014). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.

Mlakar, V. (2013). Fleksibilna diferenciacija pri matematiki na razredni stopnji (Diplomsko delo). Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, Ljubljana.

Mordej, D. (1997). *Metoda analogij pri pouku kemije (Diplomsko delo)*. Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Maribor.

Mrak Merhar, I., Jemec, J., Umek, L. in Repnik, P. (2013). *Didaktične igre in druge dinamične metode*. Ljubljana: Salve d.o.o.

Nagode, G., Pižorn, K. (2016). Miti o učenju drugega/tujega jezika. *Vestnik za tuje jezike*, *8*(1), 203—215.

Novick, R.L. in Holyoak, J.K. (1991). Mathematical Problem Solving by Analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 17*(3), 398—415.

Peric, N. (2017). *Razumevanje pojma verjetnosti v tretjem razredu osnovne šole* (Diplomsko delo). Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Koper.

Phye, G.D. in Sanders, C.E. (1994). Advice and feedback: Elements of practice for problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, 17, 286—301.

Polya, G. (1985). *Kako rešujemo matematične probleme*. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov.

Pristovnik, T. (2009). *Poučevanje in učenje izbranih vsebin iz verjetnosti z e-gradivom v 4. razredu OŠ* (Magistrsko delo). Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta, Ljubljana.

Pristovnik, T., Peer, P. in Hodnik, T. (2010). Učni pristop za poučevanje in učenje vsebin iz verjetnosti z e-gradivom v 4. razredu. *Razredni pouk: Revija Zavoda RS za šolstvo*, *11*(3), 10—15.

Richland, L.E. in Simms, N. (2015). Analogy, higher order thinking, and education. *Wiley Interdisciplinary Reviewa: Cognitive Science*, *6*(2), 177—192.

Rittle-Johnson, B. in Star, J.R. (2009). Compared to what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Osychology*, *101*(3), 529—544.

Rošker, J.S. (2010). Kitajska strukturna semantika: primer klasične analogije. *Azijske in afriške študije*, *14*(2), 1—20.

Rutar, V. (2014). *Verjetnost v prvem triletju osnovne šole* (Diplomsko delo). Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Koper.

Salomon, G. in Perkins, D.N. (1992). *Transfer of Learning*. Oxford, England: Pergamon Press.

Satler, R., Treiber, L., Filipič, L., Krump, L., Niedorfer, J. in Bukovec, T. (1996). *"V sami matematiki sta glavni poti za doseganje resnice indukcija in analogija" (La Place, 18./19. st.)* (Raziskovalna naloga). Maribor: OŠ Bojana Ilicha.

Slovar slovenskega knjižnega jezika (1994). Ljubljana: Državna založba Slovenije.

Sousa D.A. (2006). *How the brain learns*. United States of America: Corwin Press.

Stojanović Kotnik, E. (2016). *Prvi koraki v svet verjetnosti* (Diplomsko delo). Univerza na Primorskem. Pedagoška fakulteta. Koper.

Telban Stoiljković, D. (2016). *Z uporabo didaktičnih iger do znanja verjetnosti v predšolskem obdobju* (Diplomsko delo). Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Koper.

Turk G. (2012). *Verjetnostni račun in statistika*. Ljubljana: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Ward M.D. in Gundlach E. (2016). *Introduction to Probability*. United States of America: W.H.Freeman & Company.

Woolfolk, A. (2002). *Pedagoška psihologija*. Ljubljana: Educy.

Žakelj, A., Prinčič Rohler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, B. in Bregar Umek, Z. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo.

10 PRILOGE

10.1 Priloga 1 – Podatki: Pristanišča, 1. del

	Koliko ladjic je igralec postavil v posamezno pristanišče.											Kolikokrat se pri metu dveh igralnih kock pojavi naslednja vsota pik.													
Šifra igralca	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Število metov	Šifra zmagovalca	Šifra soigralca
10001	0	3	0	0	3	0	2	0	1	2	1	1	2	3	9	3	7	2	1	1	7	3	39	10015	10015
10002	1	3	0	3	0	2	1	0	1	0	1	1	3	4	4	2	5	5	4	3	3	1	35	10002	10016
10003	1	1	0	3	1	2	1	1	0	1	1	1	2	4	5	4	4	2	2	3	1	0	28	10018	10018
10004	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	3	4	2	2	2	3	1	2	23	10004	10017
10005	0	0	2	2	3	1	2	0	1	1	0	0	1	2	3	3	2	2	1	1	1	0	16	10005	10019
10006	1	0	0	1	2	3	1	1	2	1	0	1	1	0	3	9	4	3	1	2	1	2	27	10006	10020
10007	1	1	0	1	0	0	2	0	3	2	2	0	1	1	3	3	2	2	3	2	2	1	20	10021	10021
10008	0	1	1	1	1	2	2	1	2	1	0	0	4	0	4	0	4	2	5	3	1	1	24	10024	10024
10009	0	0	2	3	3	2	1	1	0	0	0	2	2	4	3	3	8	5	4	5	1	0	37	10009	10023
10010	0	1	1	2	1	1	2	1	2	0	1	1	2	4	6	15	11	11	9	6	6	0	71	10022	10022
10011	0	0	0	1	1	1	3	3	3	0	0	1	0	3	3	8	6	6	4	3	1	1	36	10011	10026
10012	3	0	0	0	0	2	0	2	0	2	3	2	3	1	3	10	15	8	7	3	5	3	60	10027	10027
10013	4	0	0	0	0	0	0	6	0	0	2	4	1	0	1	5	6	2	6	0	0	0	25	10025	10025
10014	0	0	1	1	2	3	1	2	1	1	0	2	3	1	1	2	3	5	2	2	1	1	23	10014	10028
10015	1	0	2	0	0	2	2	0	0	4	1	2	0	4	8	5	3	6	2	5	4	1	40	10015	10001
10016	1	2	3	0	1	3	1	0	0	1	0	0	3	2	1	4	2	9	9	1	2	1	34	10002	10002
10017	2	0	1	1	2	0	3	0	0	2	1	1	1	3	4	4	2	2	1	2	1	1	22	10004	10004
10018	1	1	0	3	0	2	0	2	1	1	1	1	1	2	6	4	4	3	2	3	2	1	29	10018	10003
10019	0	2	3	3	2	1	0	0	1	0	0	0	2	2	3	2	2	2	0	1	1	0	15	10005	10005
10020	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	6	2	0	1	4	2	7	5	0	0	0	5	26	10006	10006
10021	0	0	2	0	2	0	4	3	0	1	0	1	1	2	0	3	1	4	4	2	1	2	21	10021	10007
10022	1	0	1	0	1	3	1	2	1	2	0	1	8	6	7	12	12	10	2	6	6	0	70	10022	10010

10023	0	2	3	2	1	2	1	1	0	0	0	1	2	1	3	7	4	5	2	6	3	2	36	10009	10009
10024	0	0	0	1	2	2	3	2	2	0	0	1	1	1	4	3	2	3	7	3	0	0	25	10024	10008
10025	0	1	1	2	1	2	3	1	1	0	0	1	1	1	2	5	4	3	5	2	2	0	26	10025	10013
10026	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	0	2	9	3	5	6	3	3	4	1	37	10011	10011
10027	2	0	0	1	2	0	2	1	3	0	1	2	3	3	5	7	8	15	5	7	5	1	61	10027	10012
10028	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	0	1	3	2	1	7	2	1	3	2	0	22	10014	10014
20001	0	0	0	4	3	2	1	1	1	0	0	0	2	1	4	3	3	1	2	1	0	1	18	20001	20015
20002	0	0	2	1	1	2	1	1	2	1	1	0	0	2	4	3	9	6	8	5	2	1	40	20002	20016
20003	0	0	2	2	2	1	2	1	2	0	0	1	0	2	3	4	6	1	1	2	1	1	22	20003	20022
20004	0	0	1	1	2	3	3	1	1	0	0	0	3	1	1	5	3	3	2	3	1	0	22	20004	20017
20005	0	1	1	1	1	0	1	2	3	2	0	0	1	2	4	5	5	1	3	5	2	0	28	20005	20020
20006	3	2	1	1	0	1	2	1	1	0	0	2	3	2	2	10	7	6	5	4	2	1	44	20021	20021
20007	0	0	1	2	2	1	3	1	1	0	1	1	0	1	5	3	4	1	2	1	1	0	19	20019	20019
20008	0	0	0	1	1	1	4	2	3	0	0	3	0	0	2	5	1	4	0	0	2	1	18	20018	20018
20009	1	1	1	0	2	0	2	1	0	2	2	0	1	2	2	2	5	1	2	0	1	0	16	20025	20025
20010	2	0	0	1	4	1	0	3	0	1	0	1	0	1	6	8	5	3	2	0	2	0	28	20023	20023
20011	0	0	1	1	2	3	3	2	0	0	0	1	0	3	2	2	6	11	5	2	2	0	34	20011	20024
20012	0	0	1	2	1	2	2	1	2	0	1	1	4	3	4	4	7	5	3	2	2	0	35	20026	20026
20013	0	2	0	3	0	2	0	3	0	2	0	0	1	1	4	4	8	9	9	3	0	2	41	20014	20014
20014	1	0	1	3	2	1	3	1	0	0	0	1	3	3	3	10	8	4	2	8	0	0	42	20014	20013
20015	0	0	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	0	0	3	0	2	1	5	1	3	1	17	20001	20001
20016	0	0	1	1	2	1	2	1	2	1	1	1	1	0	3	8	7	7	6	4	2	0	39	20002	20002
20017	0	0	1	2	3	1	3	1	1	0	0	1	2	2	1	4	4	4	1	1	1	0	21	20004	20004
20018	0	0	1	1	2	3	2	2	1	0	0	1	1	1	1	4	3	2	2	3	1	0	19	20018	20008
20019	0	1	1	2	2	3	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	3	3	1	2	0	1	20	20019	20007
20020	0	1	0	2	2	1	1	2	1	1	1	0	1	3	1	3	6	6	2	3	1	1	27	20005	20005
20021	0	0	0	1	3	1	3	2	1	1	0	0	2	3	4	3	10	5	7	4	7	0	45	20021	20006
20022	0	0	0	1	3	2	3	1	2	0	0	2	1	4	3	0	1	5	1	3	1	0	21	20003	20003
20023	0	1	0	1	3	2	1	2	1	1	0	0	2	2	5	2	4	4	5	2	1	2	29	20023	20010
20024	2	0	1	2	1	0	3	0	3	0	0	1	2	1	2	7	2	7	6	5	0	0	33	20011	20011
20025	0	1	1	2	2	1	1	1	3	0	0	1	2	0	2	4	2	1	2	3	0	0	17	20025	20009
20026	0	0	1	1	2	1	2	1	2	1	1	0	1	1	6	8	6	4	3	3	3	1	36	20026	20012
30001	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	2	4	1	1	3	2	3	1	2	3	22	30007	30007

30002	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	3	1	1	5	4	0	0	1	0	15	30008	30008
30003	1	0	1	3	2	0	3	0	1	1	0	0	1	3	4	3	12	4	2	4	3	0	36	30009	30009
30004	1	1	1	3	1	2	0	2	0	1	0	2	1	2	3	7	6	10	8	3	4	0	46	30004	30010
30005	1	2	0	1	2	1	1	0	1	2	1	0	2	7	5	7	7	5	5	5	3	2	48	30011	30011
30006	2	1	1	1	0	2	0	1	1	1	2	4	3	6	12	16	22	12	9	9	5	2	100	30006	30012
30007	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	4	4	1	2	2	1	23	30007	30001
30008	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	1	1	2	1	16	30008	30002
30009	1	2	1	3	1	2	0	1	0	1	0	1	2	1	3	7	4	5	6	5	1	2	37	30009	30003
30010	1	1	1	3	2	1	1	0	1	1	0	0	2	4	4	5	6	11	7	5	0	1	45	30004	30004
30011	0	1	1	1	2	1	1	2	1	0	2	1	2	4	2	4	14	5	6	5	4	2	49	30011	30005
30012	2	1	0	2	0	1	0	1	1	0	4	2	4	12	10	13	19	16	10	7	5	1	99	30006	30006
	45	44	56	99	99	94	102	81	73	51	48	64	107	154	236	314	373	318	239	198	134	58	2195		

10.2 Priloga 2 – Podatki: Pristanišča, 2. del

	Koliko ladjic je igralec postavil v posamezno pristanišče.											Kolikokrat se pri metu dveh igralnih kock pojavi naslednja vsota pik.													
Šifra igralca	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	Število metov	Šifra zmagovalca	Šifra soigralca
10001	0	0	0	0	5	3	4	0	0	0	0	0	2	2	4	5	8	4	3	3	2	1	34	10001	10015
10002	0	0	0	0	3	5	4	0	0	0	0	2	0	1	5	3	7	5	0	4	7	1	35	10002	10016
10003	0	0	0	1	3	4	3	1	0	0	0	1	0	1	1	6	6	3	2	0	1	0	21	10003	10018
10004	0	0	0	0	5	3	4	0	0	0	0	0	4	4	3	5	5	7	6	4	0	0	38	10004	10017
10005	1	4	0	0	0	0	0	0	0	1	6	1	2	0	2	2	4	2	3	4	1	2	23	10019	10019
10006	0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	0	0	1	1	4	4	4	1	1	0	0	16	10006	10020
10007	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	3	5	4	6	1	4	1	1	25	10007	10021
10008	0	0	0	0	2	6	4	0	0	0	0	0	2	4	3	8	9	4	4	3	4	2	43	10008	10024
10009	1	2	3	0	0	0	0	0	2	2	2	0	1	0	6	5	10	8	9	1	3	2	45	10023	10023
10010	0	0	0	0	4	4	3	1	0	0	0	1	2	5	5	7	6	3	3	3	0	0	35	10010	10022
10011	3	3	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	5	6	1	4	5	11	3	4	0	2	41	10026	10026
10012	1	1	2	2	0	0	0	0	2	3	1	1	2	1	7	8	6	0	3	1	2	1	32	10027	10027
10013	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	4	3	3	8	7	5	3	4	1	1	39	10013	10025
10014	0	0	0	1	3	4	3	1	0	0	0	0	2	1	1	6	5	4	1	1	1	1	23	10014	10028
10015	2	4	0	0	0	0	0	0	0	4	2	1	1	1	2	7	6	3	2	3	3	4	33	10001	10001
10016	3	2	0	0	0	0	0	0	0	3	4	0	3	3	3	1	8	7	4	4	3	0	36	10002	10002
10017	3	2	0	0	0	0	0	0	0	3	4	2	3	3	7	6	2	5	1	5	1	2	37	10004	10004
10018	2	4	0	0	0	0	0	0	0	4	2	3	2	1	4	4	1	1	1	2	1	0	20	10003	10003
10019	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	1	1	1	3	5	4	7	1	1	0	0	24	10019	10005
10020	1	9	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	3	1	1	3	2	2	1	2	0	0	15	10006	10006
10021	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	1	3	1	1	2	6	3	3	2	1	1	24	10007	10007
10022	3	3	3	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	3	5	2	5	7	2	7	0	2	34	10010	10010
10023	0	0	0	2	2	3	2	1	2	0	0	1	4	5	2	5	7	7	4	4	4	3	46	10023	10009
10024	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	1	4	4	8	8	6	7	2	1	1	42	10008	10008
10025	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	3	5	6	5	3	3	3	3	4	3	38	10013	10013

10026	0	0	0	1	2	3	2	2	2	0	0	3	0	2	4	5	8	9	2	3	5	1	42	10026	10011
10027	0	0	0	0	3	4	5	0	0	0	0	0	2	0	7	3	9	6	1	4	1	0	33	10027	10012
10028	4	2	0	0	0	0	0	0	0	2	4	1	0	3	1	3	4	2	2	4	1	1	22	10014	10014
20001	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	3	7	3	4	5	4	4	4	5	1	40	20001	20015
20002	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	4	4	3	3	6	7	3	1	3	2	36	20002	20016
20003	0	0	0	3	2	2	2	3	0	0	0	2	0	2	3	5	6	4	4	5	3	2	36	20003	20022
20004	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	4	2	2	6	5	5	2	0	0	28	20017	20017
20005	1	1	1	1	1	2	2	1	2	0	0	0	1	9	4	6	5	5	4	3	0	0	37	20020	20020
20006	1	2	1	1	0	0	0	3	1	2	1	1	2	2	2	5	6	10	3	0	1	1	33	20021	20021
20007	0	0	2	2	4	2	2	0	0	0	0	0	1	2	4	5	2	8	2	1	3	0	28	20007	20019
20008	0	0	0	1	3	4	3	1	0	0	0	2	3	2	8	3	6	5	1	1	2	0	33	20008	20018
20009	0	0	0	3	3	3	3	0	0	0	0	0	1	0	3	4	4	3	0	1	0	1	17	20009	20025
20010	0	0	0	0	4	1	4	3	0	0	0	2	3	4	5	10	8	5	3	7	1	0	48	20010	20023
20011	0	0	0	0	2	4	4	2	0	0	0	1	0	2	2	5	5	4	3	2	3	1	28	20011	20024
20012	2	1	1	1	0	0	0	0	1	2	4	0	3	2	5	2	11	8	5	5	4	2	47	20026	20026
20013	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	2	3	0	4	5	3	3	3	0	1	24	20014	20014
20014	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	3	5	4	4	4	2	1	2	0	25	20014	20013
20015	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	1	6	1	7	5	5	5	5	1	2	1	39	20001	20001
20016	3	2	1	0	0	0	0	0	0	4	2	0	3	2	3	3	5	7	5	4	2	1	35	20002	20002
20017	0	0	0	1	3	4	3	1	0	0	0	0	2	1	2	5	5	3	6	2	2	1	29	20017	20004
20018	2	1	1	3	0	0	0	0	2	2	1	0	1	3	5	6	4	4	3	4	2	0	32	20008	20008
20019	1	2	3	0	0	0	0	0	3	2	1	1	2	2	1	5	4	4	5	2	1	0	27	20007	20007
20020	0	0	0	0	2	3	2	3	1	0	1	2	0	3	1	3	7	8	5	1	4	2	36	20020	20005
20021	0	0	0	1	3	3	2	2	0	1	0	0	1	5	3	6	3	3	9	2	2	0	34	20021	20006
20022	3	2	1	0	0	0	0	0	1	2	3	0	3	6	5	2	9	5	4	2	0	1	37	20003	20022
20023	2	3	0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	3	1	4	8	5	10	6	6	1	2	47	20010	20010
20024	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	1	1	4	6	5	3	3	2	1	1	27	20011	20011
20025	0	0	0	0	0	0	2	2	3	3	2	0	1	1	2	1	1	4	2	2	3	1	18	20009	20009
20026	0	2	0	2	3	1	2	1	1	0	0	1	2	3	4	9	9	7	4	4	4	1	48	20026	20012
30001	0	0	0	1	3	3	2	2	1	0	0	0	0	2	3	4	3	3	2	1	0	1	19	30001	30007
30002	2	2	0	2	0	0	0	0	2	2	2	2	5	1	3	2	0	3	0	1	3	1	21	30008	30008
30003	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	1	0	2	2	3	4	3	5	7	1	0	28	30009	30009
30004	2	3	2	0	0	0	0	0	1	3	1	2	2	2	5	4	0	5	3	1	1	0	25	30010	30010

30005	0	0	0	0	4	5	3	0	0	0	0	0	0	2	3	4	8	3	5	2	3	2	32	30005	30011
30006	0	0	0	2	3	3	2	0	2	0	0	5	3	7	8	3	4	8	3	4	4	2	51	30006	30012
30007	1	2	2	3	0	0	0	0	0	2	2	0	3	1	2	3	3	3	0	1	1	1	18	30001	30001
30008	0	1	2	2	2	2	2	1	0	0	0	1	1	2	3	3	5	3	1	2	1	0	22	30008	30002
30009	0	0	0	0	4	4	3	1	0	0	0	0	1	2	3	4	7	3	3	2	3	1	29	30009	30003
30010	0	0	0	1	3	3	3	1	1	0	0	1	0	1	2	4	6	8	1	2	1	0	26	30010	30004
30011	1	1	2	2	0	0	0	1	2	2	1	2	0	1	5	0	7	6	3	5	2	0	31	30005	30005
30012	3	1	2	0	0	0	0	0	2	2	2	2	7	6	7	7	7	5	3	5	0	1	50	30006	30006
	87	77	29	39	109	116	108	38	35	74	84	50	124	166	231	297	354	325	204	184	119	63	2117		

Igralci postavijo čolne tja, kjer je verjetnost za vsoto padlih pik največja

10.3 Priloga 3 – Podatki: Čebelice, 1. del

Šifra igralca	Koliko čebelic je igralec postavil v posamezni panj.						Kolikokrat se pri metu dveh igralnih kock pojavi naslednja razlika pik.						Število metov	Šifra zmagovalca	Šifra soigralca
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**			
10001	0	1	0	1	3	1	2	3	3	2	1	1	12	10015	10015
10002	0	0	2	0	3	1	4	2	5	0	2	1	14	10016	10016
10003	0	0	2	2	2	0	1	1	2	2	2	0	8	10003	10018
10004	0	2	2	2	0	0	3	6	1	3	1	1	15	10017	10017
10005	0	0	0	0	3	3	0	8	3	6	2	1	20	10019	10019
10006	0	0	0	0	3	3	1	9	4	4	3	2	23	10020	10020
10007	0	1	2	2	1	0	1	1	5	3	2	0	12	10007	10021
10008	1	2	2	1	0	0	0	8	2	3	2	1	16	10024	10024
10009	2	1	0	1	0	2	8	14	12	8	3	0	45	10023	10023
10010	0	1	2	2	1	0	1	1	5	3	2	1	13	10010	10027
10011	0	1	3	2	0	0	1	4	2	0	3	0	10	10028	10028
10012	0	0	2	2	2	0	4	9	14	9	1	3	40	10013	10013
10013	0	1	2	2	1	0	6	13	9	2	9	2	41	10013	10012
10014	1	1	0	2	1	1	3	5	2	3	5	1	19	10014	10025
10015	0	1	1	3	1	0	2	3	3	3	2	0	13	10015	10001
10016	1	2	2	1	0	0	2	2	3	3	4	1	15	10016	10002
10017	0	1	2	2	1	0	3	6	2	3	2	0	16	10017	10004
10018	0	0	3	3	0	0	0	1	4	1	0	1	7	10003	10003
10019	0	0	1	1	2	2	3	6	5	2	2	3	21	10019	10005
10020	0	0	2	2	2	0	4	9	4	5	2	0	24	10020	10006
10021	0	1	1	2	1	1	4	1	4	2	0	0	11	10007	10007
10022	1	1	3	1	0	0	2	3	3	0	1	0	9	10026	10026
10023	1	0	2	1	1	1	10	6	12	12	5	1	46	10023	10009
10024	1	2	2	1	0	0	7	5	2	1	1	1	17	10024	10008

10025	0	1	2	1	1	1	1	6	6	4	1	0	18	10014	10014
10026	1	2	2	0	1	0	3	2	2	2	1	0	10	10026	10022
10027	1	0	1	2	0	2	2	3	0	3	4	0	12	10010	10010
10028	0	1	3	2	0	0	1	4	3	2	0	1	11	10028	10011
20001	0	0	0	2	2	2	1	0	1	1	1	1	5	20015	20015
20002	0	1	2	1	1	1	0	3	3	1	1	1	9	20002	20016
20003	0	1	2	0	2	1	3	4	2	5	0	0	14	20019	20019
20004	0	2	2	2	0	0	2	2	2	5	1	0	12	20017	20017
20005	0	1	1	1	3	0	9	11	8	5	1	0	34	20020	20020
20006	1	2	2	1	0	0	1	3	2	3	1	2	12	20006	20021
20007	0	1	2	3	0	0	2	3	6	3	0	0	14	20007	20024
20008	1	1	2	2	0	0	5	1	5	4	1	0	16	20008	20011
20009	1	1	0	0	2	2	3	2	1	2	0	1	9	20025	20025
20010	2	1	2	1	0	0	3	2	4	3	1	0	13	20010	20023
20011	1	3	2	0	0	0	3	4	1	2	3	2	15	20008	20008
20012	1	1	1	1	1	1	3	6	3	1	2	0	15	20014	20014
20013	0	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1	0	10	20013	20018
20014	0	4	2	0	0	0	4	4	2	2	3	1	16	20014	20012
20015	0	0	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	6	20015	20001
20016	0	1	0	2	2	1	3	4	1	0	0	0	8	20002	20002
20017	2	2	1	1	0	0	4	5	2	1	1	0	13	20017	20004
20018	0	1	1	2	1	1	4	1	0	1	3	0	9	20013	20013
20019	1	0	2	1	2	0	1	6	2	2	3	1	15	20019	20003
20020	2	2	0	2	0	0	12	2	11	7	1	2	35	20020	20005
20021	3	2	1	0	0	0	1	4	2	2	1	1	11	20006	20006
20022	0	2	2	1	1	0	3	2	3	3	2	0	13	20022	20026
20023	1	0	1	2	2	0	1	3	4	2	0	2	12	20010	20010
20024	0	0	2	3	1	0	2	5	1	3	1	1	13	20007	20007
20025	1	2	0	2	1	0	1	4	1	3	1	0	10	20025	20009
20026	0	1	1	2	1	1	3	3	2	3	0	1	12	20022	20022
30001	2	2	1	1	0	0	1	2	4	4	2	1	14	30007	30007
30002	0	0	1	1	2	2	9	11	4	2	5	2	33	30002	30008
30003	1	2	1	1	1	0	1	2	3	2	1	0	9	30003	30009

30004	1	2	3	0	0	0	1	2	3	2	0	0	8	30004	30010
30005	2	1	1	2	0	0	2	3	1	2	2	1	11	30005	30011
30006	1	1	1	2	1	0	3	1	5	1	1	1	12	30012	30012
30007	0	2	1	1	1	1	2	2	7	2	1	1	15	30007	30001
30008	0	1	0	1	3	1	3	12	10	0	2	5	32	30002	30002
30009	1	1	2	1	1	0	2	2	2	2	0	0	8	30003	30003
30010	0	3	2	1	0	0	1	0	2	3	1	0	7	30004	30004
30011	1	1	2	1	1	0	2	2	2	3	0	1	10	30005	30005
30012	1	1	2	2	0	0	3	3	5	2	0	0	13	30012	30006
	37	73	98	90	65	33	185	270	243	184	109	50	1041		

10.4 Priloga 4 – Podatki: Čebelice, 2.del

Šifra igralca	Koliko čebelic je igralec postavil v posamezni panj.						Kolikokrat se pri metu dveh igralnih kock pojavi naslednja razlika pik.						Število metov	Šifra zmagovalca	Šifra soigralca
	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5			
10001	0	0	0	0	2	4	2	4	0	2	0	1	9	10015	10015
10002	0	0	0	0	3	3	1	5	5	3	2	0	16	10016	10016
10003	0	0	0	0	3	3	2	6	3	3	2	1	17	10018	10018
10004	0	0	0	0	3	3	4	5	1	3	2	1	16	10017	10017
10005	0	0	0	0	3	3	1	2	3	2	0	0	8	10019	10019
10006	0	0	0	0	6	0	2	6	3	2	0	1	14	10020	10020
10007	0	0	0	1	2	3	2	3	3	2	0	1	11	10021	10021
10008	0	0	0	3	2	1	4	4	2	2	1	1	14	10024	10024
10009	2	2	1	1	0	0	2	3	4	1	3	0	13	10009	10023
10010	0	0	0	1	2	3	3	1	0	2	1	1	8	10027	10027
10011	0	4	2	0	0	0	4	4	2	5	3	0	18	10011	10028
10012	1	0	0	3	1	1	2	5	3	3	0	0	13	10013	10013
10013	0	4	2	0	0	0	3	5	2	0	3	1	14	10013	10012
10014	2	0	0	0	2	2	4	2	1	2	2	2	13	10014	10025
10015	0	3	3	0	0	0	0	4	3	2	1	0	10	10015	10001
10016	0	3	3	0	0	0	7	3	3	3	1	0	17	10016	10002
10017	0	3	3	0	0	0	4	6	3	2	2	0	17	10017	10004
10018	0	3	3	0	0	0	3	6	3	4	1	1	18	10018	10003
10019	0	3	3	0	0	0	1	4	3	0	1	0	9	10019	10005
10020	0	3	3	0	0	0	0	7	3	4	0	1	15	10020	10006
10021	0	3	3	0	0	0	2	4	3	1	2	0	12	10021	10007
10022	0	0	0	1	3	2	1	4	3	7	2	0	17	10026	10026
10023	2	0	0	0	3	1	1	3	2	3	2	1	12	10009	10009
10024	1	3	2	0	0	0	2	4	4	3	1	1	15	10024	10008

10025	0	2	2	2	0	0	1	2	1	3	4	1	12	10014	10014
10026	1	3	2	0	0	0	3	3	4	3	4	1	18	10026	10022
10027	0	2	2	0	2	0	0	3	2	1	3	0	9	10027	10010
10028	2	0	0	1	1	2	2	6	2	5	2	0	17	10011	10011
20001	0	0	0	0	3	3	4	6	1	3	2	0	16	20015	20015
20002	0	0	0	3	2	1	1	9	3	2	3	0	18	20016	20016
20003	0	1	2	1	2	0	1	1	2	2	3	1	10	20003	20019
20004	1	2	2	1	0	0	2	3	5	1	0	1	12	20004	20017
20005	0	2	2	2	0	0	1	4	2	2	0	0	9	20005	20020
20006	0	0	0	3	2	1	1	5	3	2	1	3	15	20021	20021
20007	0	0	0	4	1	1	2	1	4	3	1	1	12	20024	20024
20008	1	2	3	0	0	0	2	3	3	0	1	2	11	20008	20011
20009	2	2	0	2	0	0	2	2	1	2	0	0	7	20009	20025
20010	0	0	0	2	3	1	2	3	4	2	4	2	17	20010	20023
20011	1	0	0	1	4	0	1	4	4	1	0	0	10	20008	20008
20012	0	3	3	0	0	0	0	5	3	4	2	0	14	20012	20014
20013	0	0	0	0	3	3	6	2	4	1	2	0	15	20018	20018
20014	0	0	0	0	2	4	3	5	4	1	0	0	13	20012	20012
20015	0	3	3	0	0	0	3	5	3	4	0	2	17	20015	20001
20016	1	3	2	0	0	0	3	3	2	7	3	1	19	20016	20002
20017	0	0	0	0	0	5	2	4	1	3	1	0	11	20004	20004
20018	0	3	3	0	0	0	1	3	3	5	1	3	16	20018	20013
20019	0	3	3	0	0	0	1	2	4	2	0	0	9	20003	20003
20020	1	0	3	2	0	0	3	1	2	2	0	0	8	20005	20005
20021	1	2	2	1	0	0	3	7	2	3	1	0	16	20021	20006
20022	0	0	0	0	3	3	5	3	5	3	2	1	19	20026	20026
20023	2	3	1	0	0	0	1	4	5	4	2	0	16	20010	20010
20024	0	4	2	0	0	0	1	7	2	2	1	0	13	20024	20007
20025	1	2	1	2	0	0	1	3	0	2	0	0	6	20009	20009
20026	0	2	3	0	1	0	4	5	8	0	1	2	20	20026	20022
30001	0	0	0	1	2	3	1	2	2	2	0	3	10	30007	30007
30002	1	3	2	0	0	0	2	3	4	3	2	0	14	30002	30008
30003	0	1	2	3	0	0	5	14	12	3	3	0	37	30003	30009

30004	1	2	3	0	0	0	2	10	3	3	3	1	22	30004	30010
30005	0	0	0	0	3	3	7	3	5	2	1	0	18	30011	30011
30006	2	2	1	1	0	0	2	5	1	1	2	1	12	30006	30012
30007	2	2	2	0	0	0	2	2	3	3	1	0	11	30007	30001
30008	2	0	0	0	2	2	1	4	4	1	3	0	13	30002	30002
30009	1	0	0	0	3	2	7	9	9	8	3	0	36	30003	30003
30010	1	0	0	0	2	3	4	4	6	4	3	0	21	30004	30004
30011	1	1	2	2	0	0	3	5	5	2	2	2	19	30011	30005
30012	1	0	0	0	3	2	2	4	2	2	0	1	11	30006	30006
	34	89	81	44	79	38	157	279	207	170	99	43	955		

10.5 Priloga 5 - Pristanišča, 1.del

Šifra igralca

(v okvir zalepi svojo šifro)

PRISTANIŠČA 1

<u>Navodila za igro PRISTANIŠČA – 1. del</u>

Igra Pristanišča poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 24 krogcev (čolni) in dve igralni kocki.

→ Vsak igralec ima 12 krogcev, ki jih poljubno razporedi po pristanišču.

→ Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi vsoto padlih pik, ta vsota pa določa, iz katerega preveza/pristanišča en čoln odpelje na drugo stran reke.

→ Igra se konča, ko eden od igralcev popelje na drugo stran reke vse svoje čolne (jih ni več v pristanišču).

Igralna podloga:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

V spodnja polja zapiši število čolnov, ki si jih privezal/-ala v posamezna pristanišča.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

V polje sproti zapisuj račune - vsote pik na igralnih kockah (npr. če padeta kocki s 5 in 3 pikami, zapiši račun 5+3=8)

Šifra soigralca

(v okvir zalepi šifro soigralca)

Zmagovalec

(v okvir zalepi šifro zmagovalca)

10.6 Priloga 6 – Pristanišča, 2.del

Šifra igralca

(v okvir zalepi svojo šifro)

PRISTANIŠČA 2

Navodila za igro PRISTANIŠČA – 2.del:

Igra Pristanišča poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 24 krogcev (čolni) in dve igralni kocki.

→ Vsak igralec ima 12 krogcev. Eden v paru krogce razporedi tako, da je verjetnost za vsoto padlih pik največja (verjetnost, da pade vsota pik 7 je največja), drugi pa ravno obratno (verjetnost, da pade vsota pik 2 ali 12 je najmanjša). Torej eden izmed učencev npr. razporedi svojih 12 čolnov v polja z vsoto pik 6,7,8, saj je takrat verjetnost največja, drugi igralec pa razporedi svojih 12 čolnov v polja z vsoto pik 2,3,11,12, saj je takrat verjetnost najmanjša.

→ Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki določi vsoto padlih pik, ta vsota pa določa, iz katerega preveza/pristanišča en čoln odpelje na drugo stran reke.

→ Igra se konča, ko eden od igralcev popelje na drugo stran reke vse svoje čolne (jih ni več v pristanišču).

Igralna podloga:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

V spodnja polja zapiši število čolnov, ki si jih privezal/-ala v posamezna pristanišča.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

V polje sproti zapisuj račune - vsote pik na igralnih kockah (npr. če padeta kocki s 5 in 3 pikami, zapiši račun 5+3=8)

Šifra soigralca

(v okvir zalepi šifro soigralca)

Zmagovalec

(v okvir zalepi šifro zmagovalca)

10.7 Priloga 7 - Čebelice 1

Šifra igralca

(v okvir zalepi svojo šifro)

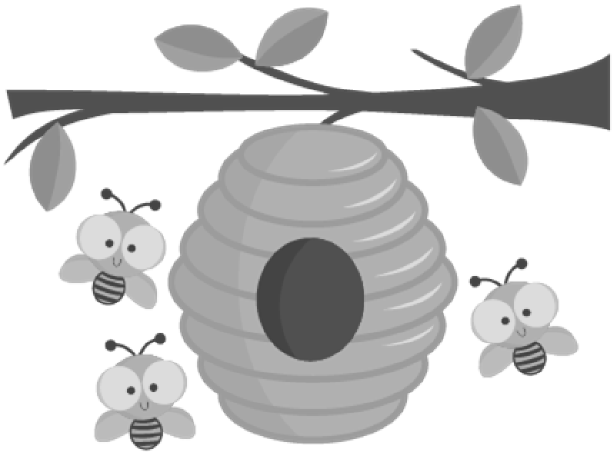
ČEBELICE 1

Navodila za igro ČEBELICE – 1. del

Igra Čebelice poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 12 krogcev (čebelice) in dve igralni kocki.

- → Vsak igralec ima 6 krogcev, ki jih poljubno razporedi v panje (možne so vse kombinacije).
- → Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi razliko padlih pik, ta razlika pa določa, iz katerega panja lahko izpusti čebelice (eno po eno).
- → Igra se konča, ko eden od igralcev izpusti vse svoje čebelice ter tako zmaga.

Igralna podloga:



Panj št. 0

Panj št. 1

Panj št. 2

Panj št. 3

Panj št. 4

Panj št. 5

V spodnja polja zapiši število čebelic, ki si jih razvrstil/-ila v posamezne panje.

0	1	2	3	4	5

V polje sproti zapisuj vse račune - razlike pik na igralnih kockah. Od večjega števila pik odštej manjše število pik (npr. če padeta kocki s 5 in 3 pikami, zapiši račun 5–3=2).

Šifra soigralca
(v okvir zalepi šifro soigralca)

Zmagovalec
(v okvir zalepi šifro zmagovalca)

10.8 Priloga 8 - Čebelice 2

Šifra igralca

(v okvir zalepi svojo šifro)

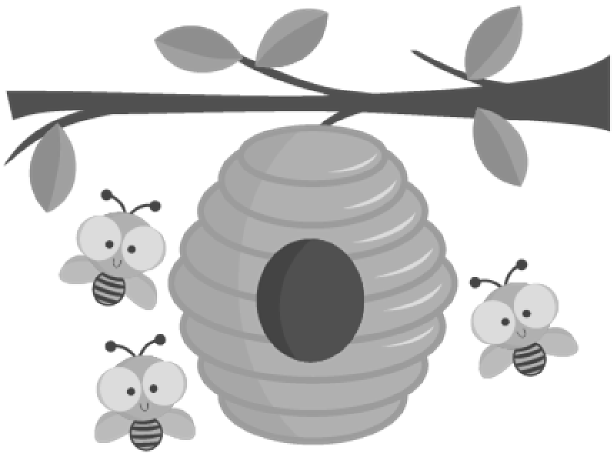
ČEBELICE 2

<u>Navodila za igro ČEBELICE – 2. del</u>

Igra Čebelice poteka v paru. Vsak par potrebuje igralno podlogo, 12 krogcev (čebelice) in dve igralni kocki.

- → Vsak igralec ima 6 krogcev. Eden v paru krogce razporedi tako, da je verjetnost za razliko padlih pik največja (verjetnost, da pade razlika pik 1 je največja), drugi pa ravno obratno (verjetnost, da pade razlika pik 5 je najmanjša). Torej eden izmed učencev npr. razporedi svojih 6 čebelic v panje z razliko pik 1 in 2, saj je takrat verjetnost največja, drugi igralec pa razporedi svojih 6 čebelic v panje z razliko pik 4 in 5, saj je takrat verjetnost najmanjša.
- → Igralca izmenično mečeta igralni kocki. Ko igralec vrže dve kocki, določi razliko padlih pik, ta razlika pa določa, iz katerega panja lahko izpusti čebelice (eno po eno).
- → Igra se konča, ko eden od igralcev izpusti vse svoje čebelice ter tako zmaga.

Igralna podloga:



Panj št. 0

Panj št. 1

Panj št. 2

Panj št. 3

Panj št. 4

Panj št. 5

V spodnja polja zapiši število čebelic, ki si jih razvrstil/-ila v posamezne panje.

0	1	2	3	4	5

V polje sproti zapisuj vse račune - razlike pik na igralnih kockah. Od večjega števila pik odštej manjše število pik (npr. če padeta kocki s 5 in 3 pikami, zapiši račun 5–3=2).

Šifra soigralca

(v okvir zalepi šifro soigralca)

Zmagovalec

(v okvir zalepi šifro zmagovalca)

10.9 Priloga 9 – List za strategijo

Šifra igralca

(v okvir zalepi svojo šifro)

Na list zapiši svojo strategijo igre, ki te bo popeljala do zmage.