



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS

Predmet:	Analitični pristopi v geometriji
Course title:	Analytical Approaches in Geometry

Študijski program in stopnja Study programme and level	Študijska smer Study field	Letnik Academic year	Semester Semester
Matematika, 2. stopnja		1. ali 2.	1. ali 3.
Mathematics, 2 nd cycle		1. or 2.	1. or 3.

Vrsta predmeta / Course type

izbirni/elective

Univerzitetna koda predmeta / University course code:

Predavanja Lectures	Seminar Seminar	Sem. vaje Tutorial	Lab. vaje Laboratory work	Teren. vaje Field work	Samost. delo Individ. work	ECTS
45		30			135	7

Nosilec predmeta / Lecturer:

Bojan HVALA

Jeziki /

Languages:

Predavanja /

Lectures:

Vaje / Tutorial:

SLOVENSKO/SLOVENE

SLOVENSKO/SLOVENE

Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:

Vsaka izmed naštetih obveznosti mora biti opravljena s pozitivno oceno.

Opravljen pisni izpit je pogoj za pristop k teoretičnemu izpitu.

Vsebina:

- Analitična geometrija v kartezičnih koordinatah. Premice, stožnice. Uporaba v konkretnih primerih v geometriji. Eulerjeve stožnice.
- Analitična geometrija v homogenih kartezičnih koordinatah. Projektivna ravnina. Stožnice. Joachimstahlova enačba,

Prerequisites:

Each of the mentioned assessments must be assessed with a passing grade.

Passing grade of written exam is required to take the theoretical exam.

Content (Syllabus outline):

- Analytic geometry in Cartesian coordinates. Lines, conics. Examples of use in geometry. Euler's conics.
- Analytical geometry in homogeneous Cartesian coordinates. Projective plane. Conics. Joachimstahl's equation, tangent, pole, polar.

tangente, pol, polara.

- Analitična geometrija v trilinearnih koordinatah. Uporaba Eulerjeva premica, Kiepertova hiperbola. Kubične krivulje trikotnika.
- Kompleksna števila v geometriji. Potrebni in zadostni pogoji za podobnost trikotnikov z danimi oglišči. Pogoji za to, da so tri točke oglišča enakostraničnega trikotnika. Napoleonov, Thebaultov izrek, Napoleon – Barlotti je izrek. Kolinearnost in koncikličnost. Ptolomejev izrek. Cliffordovi izreki.

- Analytical geometry in trilinear coordinates. Examples of use. Euler line, Kiepert hyperbola. Isogonal transformation. Cubics associated with a triangle. Kimberling's definition of a triangle center.
- Complex numbers in geometry. Necessary and sufficient conditions for similarity of triangles with given vertices. Conditions that three given points are the vertices of an equilateral triangle. Napoleon and Thebault theorem. Napoleon – Barlotti theorem. Colinearity and concyclicity. Ptolemy theorem. Clifford theorems.

Temeljni literatura in viri / Readings:

O. Botema, R. Erne, R. Hartshorne: *Topics in elementary geometry*, Springer, New York, 2008.
Liang-shin Hahn: *Complex numbers & geometry*, MAA, Washington, 1994.

Dodatna literatura / Additional Readings:

B. Spain: *Analytical conics*, Dover Publications, Mineola, New York, 2007.

Cilji in kompetence:

Cilj predmeta je predstaviti ključna analitična okolja, primerna za uporabo v geometriji (kartezične koordinate, homogene kartezične koordinate, kompleksna števila, trilinearne koordinate). V vsakem od teh okolij bodo predstavljeni problemi, pri reševanju katerih je to okolje zelo učinkovito. Cilj predmeta je tudi prikazati (včasih nepričakovano) prepletenost različnih vej matematike.

Objectives and competences:

The objective of the course is to present key analytical environments suitable for use in geometry (Cartesian coordinates, homogeneous Cartesian coordinates, complex numbers, trilinear coordinates). In each of these environments problems will be presented in solving which this environment is very effective. The objective of the course is also to show (sometimes unexpected) interweaving of different branches of mathematics.

Predvideni študijski rezultati:

Znanje in razumevanje:

Po zaključku tega predmeta bo študent

- Obvladal ključne metode dela v najpogostejših analitičnih okoljih, primernih za uporabo v geometriji (kartezične koordinate, homogene kartezične koordinate, kompleksna števila, trilinearne koordinate).
- Glede na naravo geometrijskega problema

Intended learning outcomes:

Knowledge and Understanding:

On completion of this course a student will be able to

- Master the key methods of work in the most common analytical environments suitable for use in geometry (Cartesian coordinates, homogeneous Cartesian coordinates, complex numbers, trilinear coordinates).
- Given the nature of the geometric problem,

bo znal izbrati najugodnejše od teh okolij in uporabiti njegova sredstva. • Razumel prednosti obravnave geometrijskih problemov v projektivni ravnini in obvladal delo v njej preko različnih vrst homogenih koordinat. • Spoznal prepletenost različnih vej matematike (lastne vrednosti matrik, simetrični polinomi, kompleksna števila). • Znal predstaviti novejša rezultate iz geometrije trikotnika in jih ilustrirati z računalniškimi programi za dinamično geometrijo. Prenesljive/ključne spretnosti in drugi atributi: • <i>Kreativnost</i>: Zavest o inovativnosti matematikov pri preseganju omejitev določenih matematičnih okolij z ustvarjanjem novih okolij (projektivna ravnina, trilinearne koordinate). • <i>Reševanje problemov</i>: Zavest o tem, da so specifična orodja lahko izjemno učinkovita za reševanje določenih problemov, pri drugih tipih problemov pa so lahko zelo nerodna. • <i>Tehnične spretnosti</i>: Obvladovanje dela z računalniškimi programi (za dinamično geometrijo, za izražanje simetričnih polinomov z elementarnimi simetričnimi polinomi).		he will be able to choose the most favorable of these environments and use his means. • Understand the advantages of dealing with geometric problems in a projective plane and mastering work in it through various types of homogeneous coordinates. • Comprehend the interweaving of different branches of mathematics (linear algebra, symmetric polynomials, complex numbers). • Describe some recent results in triangle geometry and to illustrate them with computer programs for dynamic geometry. Transferable / Key Skills and other attributes: • <i>Creativity</i>: Awareness of the innovativeness of mathematicians in overcoming the limitations of certain mathematical environments by creating new environments (a projective plane, trilinear coordinates). • <i>Problem solving</i>: Awareness that specific tools can be extremely effective in solving certain problems, but can be completely inappropriate for solving other types of problems. • <i>Technical skills</i>: Using computer programs (for dynamic geometry, for expressing symmetric polynomials with elementary symmetric polynomials etc.).	
Metode poučevanja in učenja: • Predavanja • Teoretične vaje • Individualno delo • Poučevanje in učenje potekata z didaktično uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije		Learning and teaching methods: • Lectures • Theoretical exercises • Individual work • Teaching and learning are done through the didactic use of ICT	
Načini ocenjevanja:		Assessment:	
	Delež (v %) / Weight (in %)		

Pisni izpit	50%	Written exam
Teoretični izpit	50%	Theoretical exam

Reference nosilca / Lecturer's references:

1. HVALA, Bojan. Cevian cousins of a triangle centroid. *Journal for geometry and graphics*, ISSN 1433-8157, 2015, vol. 19, no. 2, str. 211-218. [COBISS.SI-ID [22024200](#)]
2. HVALA, Bojan. A generalized Seebach's theorem. *Beiträge zur Algebra und Geometrie*, ISSN 0138-4821, 2014, vol. 55, iss. 2, str. 471-478, doi: [10.1007/s13366-013-0165-3](#). [COBISS.SI-ID [20843272](#)]
3. HVALA, Bojan. Značilne točke trikotnika kot funkcije. *Obzornik za matematiko in fiziko*, ISSN 0473-7466, 2014, letn. 61, št. 1, str. 1-14. [COBISS.SI-ID [16937817](#)]