



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko

UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS

Predmet:	Analitični pristopi v geometriji
Course title:	Analytical Approaches in Geometry

Študijski program in stopnja Study programme and level	Študijska smer Study field	Letnik Academic year	Semester Semester
Izobraževalna matematika – enopredmetna, 2. Stopnja	Modul I1	1. ali 2.	1. ali 3.
Educational mathematics - single- major, 2nd degree	Module I1	1. or 2.	1. or 3.

Vrsta predmeta / Course type

obvezni / compulsory

Univerzitetna koda predmeta / University course code:

Predavanja Lectures	Seminar Seminar	Sem. vaje Tutorial	Lab. vaje Laboratory work	Teren. vaje Field work	Samost. delo Individ. work	ECTS
45		30			105	6

Nosilec predmeta / Lecturer:

Mateja GRAŠIČ

Jeziki /

Predavanja / Lectures:

SLOVENSKO/SLOVENE

Languages:

Vaje / Tutorial:

SLOVENSKO/SLOVENE

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje
študijskih obveznosti:**

Vsaka izmed naštetih obveznosti mora biti
opravljena s pozitivno oceno.

Opravljen pisni izpit – problemi je pogoj za pristop
k teoretičnemu izpitu.

Prerequisites:

Each of the mentioned assessments must be
assessed with a passing grade.

Passing grade of written exam – problems is
required to take the theoretical exam.

Vsebina:

- Analitična geometrija v kartezičnih koordinatah. Premice, stožnice. Uporaba v konkretnih primerih v geometriji. Eulerjeve stožnice.
- Analitična geometrija v homogenih kartezičnih koordinatah. Projektivna ravnina. Stožnice. Joachimstahlova enačba, tangente, pol, polara.
- Analitična geometrija v trilinearnih koordinatah. Uporaba. Eulerjeva premica, Kiepertova hiperbola. Izogonalna

Content (Syllabus outline):

- Analytic geometry in Cartesian coordinates. Lines, conics. Examples of use in geometry. Euler's conics.
- Analytical geometry in homogeneous Cartesian coordinates. Projective plane. Conics. Joachimstahl's equation, tangent, pole, polar.
- Analytical geometry in trilinear coordinates. Examples of use. Euler line, Kiepert hyperbola. Isogonal transformation. Cubics associated with

transformacija. Kubične krivulje trikotnika. Kimberlingova definicija značilne točke trikotnika.

- Kompleksna števila v geometriji. Potrebni in zadostni pogoji za podobnost trikotnikov z danimi oglišči. Pogoji za to, da so tri točke oglišča enakostraničnega trikotnika. Napoleonov, Thebaultov izrek, Napoleon – Barlotti izrek. Kolinearnost in koncikličnost. Ptolomejev izrek. Cliffordovi izreki.

a triangle. Kimberling's definition of a triangle center.

- Complex numbers in geometry. Necessary and sufficient conditions for similarity of triangles with given vertices. Conditions that three given points are the vertices of an equilateral triangle. Napoleon and Thebault theorem. Napoleon – Barlotti theorem. Colinearity and concyclicity. Ptolemy theorem. Clifford theorems.

Temeljni literatura in viri / Readings:

- O. Botema, R. Erne, R. Hartshorne: *Topics in elementary geometry*, Springer, New York, 2008
- Liang-shin Hahn: *Complex numbers & geometry*, MAA, Washington, 1994
- I. Burger, *Algebra z analitično geometrijo*, Maribor : Pedagoška akademija, 1965.

Dodatna literatura / Additional Readings:

- B. Spain: *Analytical conics*, Dover Publications, Mineola, New York, 2007.

Cilji in kompetence:

Cilj predmeta je predstaviti ključna analitična okolja, primerna za uporabo v geometriji (kartezične koordinate, homogene kartezične koordinate, kompleksna števila, trilinearne koordinate). V vsakem od teh okolij bodo predstavljeni problemi, pri reševanju katerih je to okolje zelo učinkovito. Cilj predmeta je tudi prikazati (včasih nepričakovano) prepletenost različnih vej matematike.

Objectives and competences:

The objective of the course is to present key analytical environments suitable for use in geometry (Cartesian coordinates, homogeneous Cartesian coordinates, complex numbers, trilinear coordinates). In each of these environments problems will be presented in solving which this environment is very effective. The objective of the course is also to show (sometimes unexpected) interweaving of different branches of mathematics.

Predvideni študijski rezultati:

Znanje in razumevanje:

Po zaključku tega predmeta bo študent

- Obvladal ključne metode dela v najpogostejših analitičnih okoljih, primernih za uporabo v geometriji (kartezične koordinate, homogene kartezične koordinate, kompleksna števila, trilinearne koordinate).
- Glede na naravo geometrijskega problema bo znal izbrati najugodnejše od teh okolij in uporabiti njegova sredstva.
- Razumel prednosti obravnave geometrijskih problemov v projektivni ravnini in obvladal

Intended learning outcomes:

Knowledge and Understanding:

On completion of this course a student will be able to

- Master the key methods of work in the most common analytical environments suitable for use in geometry (Cartesian coordinates, homogeneous Cartesian coordinates, complex numbers, trilinear coordinates).
- Given the nature of the geometric problem, he will be able to choose the most favorable of these environments and use his means.
- Understand the advantages of dealing with geometric problems in a projective plane and mastering work in it through various types of

delo v njej preko različnih vrst homogenih koordinat. • Spoznal prepletenost različnih vej matematike (lastne vrednosti matrik, simetrični polinomi, kompleksna števila). • Znal predstaviti novejšje rezultate iz geometrije trikotnika in jih ilustrirati z računalniškimi programi za dinamično geometrijo. Prenesljive/ključne spretnosti in drugi atributi: • <i>Kreativnost</i>: Zavest o inovativnosti matematikov pri preseganju omejitev določenih matematičnih okolij z ustvarjanjem novih okolij (projektivna ravnina, trilinearne koordinate). • <i>Reševanje problemov</i>: Zavest o tem, da so specifična orodja lahko izjemno učinkovita za reševanje določenih problemov, pri drugih tipih problemov pa so lahko zelo nerodna. • <i>Tehnične spretnosti</i>: Obvladovanje dela z računalniškimi programi (za dinamično geometrijo, za izražanje simetričnih polinomov z elementarnimi simetričnimi polinomi).	homogeneous coordinates. • Comprehend the interweaving of different branches of mathematics (linear algebra, symmetric polynomials, complex numbers). Describe some recent results in triangle geometry and to illustrate them with computer programs for dynamic geometry. Transferable / Key Skills and other attributes: • <i>Creativity</i>: Awareness of the innovativeness of mathematicians in overcoming the limitations of certain mathematical environments by creating new environments (a projective plane, trilinear coordinates). • <i>Problem solving</i>: Awareness that specific tools can be extremely effective in solving certain problems, but can be completely inappropriate for solving other types of problems. • <i>Technical skills</i>: Using computer programs (for dynamic geometry, for expressing symmetric polynomials with elementary symmetric polynomials etc.).
Metode poučevanja in učenja: • Predavanja • Teoretične vaje • Individualno delo • Poučevanje in učenje potekata z didaktično uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije	Learning and teaching methods: • Lectures • Theoretical exercises • Individual work • Teaching and learning are done through the didactic use of ICT

Načini ocenjevanja:

Assessment:

Pisni izpit Teoretični izpit	Delež (v %) / Weight (in %) 50% 50%	Written exam Theoretical exam
---------------------------------	--	----------------------------------

Reference nosilca / Lecturer's references:

1. MOLNAR, Mia, GRAŠIČ, Mateja. Nekateri pomembnejši pristopi v kriptografiji = Some main approaches in cryptography. *Dianoia : revija za uporabo naravoslovno-matematičnih znanosti*. [Tiskana izd.]. 2024, letn. 8, št. 2, str. 101-113, ilustr. ISSN 2536-3565. https://www.fnm.um.si/wp-content/uploads/2024/09/Dianoia_2024_2.pdf. [COBISS.SI-ID 208822787],
2. GRAŠIČ, Mateja, TRATNIK, Niko. *Zbrano gradivo : vaje pri predmetu Osnove linearne algebre in vektorske*

analize. Maribor: Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Oddelek za matematiko in računalništvo, 2021. 1 spletni vir (1 datoteka PDF (IV, 49 str.)). https://omr.fnm.um.si/wp-content/uploads/2019/01/olava_gradivo_vaje.pdf. [COBISS.SI-ID [73445123](#)],

3. BENKOVIČ, Dominik, GRAŠIČ, Mateja. Jordan $\{g,h\}$ -derivations of unital algebras. *Operators and matrices*. 2022, vol. 16, no. 2, str. 415-428. ISSN 1846-3886. <http://oam.ele-math.com/16-32/Jordan-g,h-derivations-of-unital-algebras>, DOI: [10.7153/oam-2022-16-32](https://doi.org/10.7153/oam-2022-16-32). [COBISS.SI-ID [114972163](#)],

4. XIA, Yong-Hui, GRAŠIČ, Mateja, HUANG, Wentao, ROMANOVSKI, Valery. Limit cycles in a model of olfactory sensory neurons. *International journal of bifurcation and chaos in applied sciences and engineering*. 2019, vol. 29, no. 3, str. 1950038-1-1950038-9. ISSN 0218-1274. DOI: [10.1142/S021812741950038X](https://doi.org/10.1142/S021812741950038X). [COBISS.SI-ID [22250006](#)].

1.