



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje  
in matematiko

## UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS

<b>Predmet:</b>	<b>Matematično modeliranje</b>
<b>Course title:</b>	<b>Mathematical modelling</b>

<b>Študijski program in stopnja</b> Study programme and level	<b>Študijska smer</b> Study field	<b>Letnik</b> Academic year	<b>Semester</b> Semester
Izobraževalno računalništvo – dvopredmetni, 1. stopnja		<b>3.</b>	<b>6.</b>
Educational computer science – Double-major, 1 <sup>st</sup> degree		<b>3.</b>	<b>6.</b>

**Vrsta predmeta / Course type**

**Univerzitetna koda predmeta / University course code:**

<b>Predavanja</b> Lectures	<b>Seminar</b> Seminar	<b>Sem. vaje</b> Tutorial	<b>Lab. vaje</b> Laboratory work	<b>Teren. vaje</b> Field work	<b>Samost. delo</b> Individ. work	<b>ECTS</b>
<b>30</b>	<b>15</b>		<b>15</b>		<b>120</b>	<b>6</b>

**Nosilec predmeta / Lecturer:**

<b>Jeziki /</b> <b>Languages:</b>	<b>Predavanja /</b> <b>Lectures:</b>	<input type="text" value="SLOVENSKO/SLOVENE"/>
	<b>Vaje / Tutorial:</b>	<input type="text" value="SLOVENSKO/SLOVENE"/>

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:** **Prerequisites:**

**Vsebina:**

- Obvezna vsebina, ki pri študentih vzpostavi temeljni nabor znanj s področja operacijskih raziskav:
- Pregled vrst matematičnih modelov. Proces izdelave matematičnega modela. Vrste spremenljivk.

**Content (Syllabus outline):**

- Mandatory content that familiarizes the students with fundamentals of mathematical modeling:
  - Overview of mathematical model types. Process of mathematical model creation. Variable types.
  - Mathematical model and innovation process.
  - Decision modeling. Decision tree. Branch and

- Matematično modeliranje in inovacijski proces.
- Modeliranje odločitev, odločitveno drevo, razveji in omeji, dinamično programiranje.
- Optimizacijski modeli s centraliziranim odločanjem, modeli teorije iger s porazdeljenim odločanjem. Deterministični, stohastični, robustni problemi.
- Linearni program. Dual. Simpleksna metoda.
- Farkaseva lema. Senčne cene. Analiza občutljivosti.
- Stohastični linearni program (diskretna spremenljivka). Dekompozicija.
- Uvod v teorijo iger. Nashevo ravnovesje. Matrične igre. Igre z ničelno vsoto.
- Simulacijski modeli. Modeliranje sprememb z diferenčnimi in diferencialnimi enačbami.
- Matematično obnašanje dinamičnih sistemov.
- Analiza podatkov, verjetnost, Monte Carlo simulacija.

V okviru obvezne vsebine študentje izdelajo tri krajše seminarske naloge, preko katerih utrdijo poznavanje procesa matematičnega modeliranja. Naloge so povezane z njihovo bodočo kariero (praktični problemi iz gospodarstva, teoretični problemi iz teorije modeliranja, optimizacije, algoritmov). Preostala predavanja se prilagodijo projektom, ki so jih izbrali študentje, in obsegajo naslednje vsebine:

- Deterministični in stohastični modeli optimizacije portfelja.
- Problem prehrane.
- Aplikacije teorije iger: optimalna strategija na tržišču z dvema konkurentoma.
- Čakalne vrste.
- Druge vsebine s področja matematičnega modeliranja, povezane s študentskimi projekti.

V okviru vsebin so predstavljene tudi odprtokodne in komercialne tehnološke rešitve za obravnavo navedenih modelov.

bound. Dynamic programming.

- Optimization models with centralized decision making. Game theory models with distributed decision making. Deterministic, stochastic, robust problems.
- Linear program and its dual. Simplex method.
- Farkash lema. Shadow prices. Sensitivity analysis.
- Stochastic linear program (discrete variable). Decomposition.
- Introduction to game theory. Nash equilibria. Matrix zero sum games.
- Simulation models. Modeling changes with difference and differential equations.
- Mathematical behaviour of dynamic systems.
- Data analysis, probability, monte carlo simulations.

Within the coursework, the students select smaller problems whose result are coursework reports. The problems are related to their future career (practical problems from industry and business, theoretical problems from the areas of optimization, algorithms, modelling). The content of the remaining lectures is selected according to these projects from the following list:

- Deterministic and stochastic models of portfolio optimization.
- Diet problem.
- Applications of game theory: optimal strategy in two competitor market.
- Queues.
- Other material from the field of mathematical modeling, related to students' projects.

The students are familiarized with open-source and commercial technological solutions for treatment of the studied mathematical models.

## Temeljni literatura in viri / Readings:

### Osnovno / basic:

- Dossey, Giordano, McCrone, Weir, *Mathematics Methods and Modelling for today's Mathematics Classroom*, Brooks/Cole, Pacific Grove, 2002.
- R. Rardin. *Optimization in Operations Research*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 2000.
- J. Franklin, *Methods of Mathematical Economics: Linear and Nonlinear Programming, Fixed-Point Theorems*. Classics in Applied Mathematics 37, SIAM, 2002

### Dodatno / additional:

- E. Zakrajšek, *Matematično modeliranje*, DMFA – Založništvo, Ljubljana, 2004.
- J.D. Murray, *Mathematical biology I. An introduction*, Springer, New York, 2002.
- G. Polya, *Kako rešujemo matematične probleme*, DMFA, 1989.

### **Cilji in kompetence:**

- Usvojiti proces matematičnega modeliranja.
- Razviti kompetenco samostojnega apliciranja matematičnih metod na probleme iz finančne optimizacije, ekonomije, ter širše iz gospodarstva.
- Spoznati tehnološka orodja, s katerimi se srečujemo pri reševanju optimizacijskih problemov in problemov matematičnega modeliranja.

### **Objectives and competences:**

Familiarize the students with the process of mathematical modelling.

Develop competent skills of independent application of mathematical methods to the problems from financial optimization, economics, and broader from industry.

Familiarize the students with technological tools that assist solving optimization problems and problems related to mathematical modelling.

### **Predvideni študijski rezultati:**

#### Znanje in razumevanje:

- Usvojenost matematičnih znanj potrebnih za izdelavo in obravnavo matematičnih modelov, ki so predstavljena med Vsebinami in Cilji.
- Usvojenost didaktičnih znanj potrebnih za predstavitev matematičnih modelov, ki so predstavljena med Vsebinami in Cilji.
- Poznavanje matematičnih modelov, s katerimi se učitelj matematike pri pouku najpogosteje sreča in tehnik za njihovo obravnavo.

#### Prenosljive/ključne spretnosti in drugi atributi:

- Pridobljena znanja in spretnosti, ki so navedene med Vsebinami in Cilji, so podlaga za uspešno soočanje z matematičnimi modeli, ki jih učitelji srečajo tekom izvajanja pedagoške prakse.
- Pridobljena spretnost povezovanja abstraktnega matematičnega znanja s primeri iz okolja, v katerem učitelj poučuje.
- Pridobljena spretnost motiviranja poglobljanja abstraktnega znanja s primeri uporabe teh znanj pri praktičnih problemih.
- Pridobljena spretnost uporabe sodobnih modelirnih orodij in tehnologij za namen študija matematičnih modelov.

### **Intended learning outcomes:**

#### Knowledge and Understanding:

- Adoption of special mathematical knowledge needed for developing and studying mathematical models, as presented in rubrics Contents and Objectives.
- Adoption of didactic knowledge and experience needed for presenting mathematical models, as presented in rubrics Contents and Objectives.
- Understanding basic mathematical models that a teacher of mathematics most commonly meets while teaching mathematics, as well as techniques for their studying.

#### Transferrable/Key skills and other attributes:

- Adopted knowledge and skills, presented in the rubrics Contents and Objectives, are the basis for successful treatment of mathematical models that the teachers meet during teaching practice.
- Adopted the skill of connecting abstract mathematical knowledge with examples from the environment in which the teacher is teaching.
- Adopted the skill of motivating for deepening the understanding of abstract mathematical knowledge by applying this knowledge to practical problems.
- Adopted the skill of using modern modeling tools and technologies to study mathematical models.

**Metode poučevanja in učenja:**

- Na predavanjih študentje spoznajo predpisano snov predmeta.
- V okviru seminarских vaj študentje razumevanje snovi utrjujejo na projektih, povezanih z njihovo bodočo kariero. Razporejeni so v manjše skupine, ki po metodah projektnega učenja delajo na izbranih projektih.
- V okviru seminarja študentje predstavijo rezultate projektov, s čimer se priučijo suverenega javnega nastopanja in zagovarjanja svojih rezultatov.

**Learning and teaching methods:**

- At the lectures the students are familiarized with the required contents of the course.
- Within the coursework, the students deepen their understanding of the material on projects, related to their future careers. They are organized in smaller groups who apply the principles of project based learning on three smaller projects.
- At the seminar, the students present the results of their projects, thus acquiring confidence with public presentation and defending their results.

**Načini ocenjevanja:****Assessment:**

Način (pisni izpit, ustno izpraševanje, naloge, projekt)	Delež (v %) / Weight (in %)	Type (examination, oral, coursework, project):
Tri seminarske naloge, ca. 30 ur samostojnega dela z vsako.	25%, 25%, 25%	Three coursework reports, approx. 30 hours of individual work each
Ustni izpit	25%	Oral exam
Vsaka izmed naštetih obveznosti mora biti opravljena s pozitivno oceno.		Each of the mentioned commitments must be assessed with a passing grade.
Pozitivna ocena pri seminarskih nalogah je pogoj za pristop k izpitu.		Passing grade of the coursework reports is required for taking the exam.
<b>Reference nosilca / Lecturer's references:</b>		

Glej COBISS/SICRIS.

<http://sicris.izum.si/search/rsr.aspx?lang=slv&id=15413>

1. BOKAL, Drago, BREŠAR, Boštjan, JEREBIC, Janja. A generalization of Hungarian method and Hall's theorem with applications in wireless sensor networks. *Discrete appl. math.*. [Print ed.], 2012, vol. 160, iss. 4-5, str. 460-470. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dam.2011.11.007>. [COBISS.SI-ID [16191577](#)], [JCR, WoS do 18. 9. 2013: št. citatov (TC): 1, čistih citatov (CI): 1, normirano št. čistih citatov (NC): 1, Scopus do 11. 9. 2013: št. citatov (TC): 2, čistih citatov (CI): 2, normirano št. čistih citatov (NC): 2]

2. BOKAL, Drago. On the crossing numbers of Cartesian products with paths. *J. comb. theory, Ser. B*, 2007, vol. 97, iss. 3, str. 381-384. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jctb.2006.06.003>. [COBISS.SI-ID [14288217](#)], [JCR, WoS do 17. 9. 2013: št. citatov (TC): 16, čistih citatov (CI): 11, normirano št. čistih citatov (NC): 18, Scopus do 9. 9. 2013: št. citatov (TC): 20, čistih citatov (CI): 15, normirano št. čistih citatov (NC): 24]

3. BOKAL, Drago, FIJAVŽ, Gašper, MOHAR, Bojan. The minor crossing number. *SIAM j. discrete math.*, 2006, vol. 20, no. 2, str. 344-356. <http://dx.doi.org/10.1137/05062706X>. [COBISS.SI-ID [14124633](#)], [JCR, WoS do 17. 9. 2013: št. citatov (TC): 10, čistih citatov (CI): 4, normirano št. čistih citatov (NC): 5, Scopus do 5. 11. 2013: št. citatov (TC): 21, čistih citatov (CI):

11, normirano št. čistih citatov (NC): 13]

**4.** REDDING, David W., HARTMANN, Klass, MIMOTO, Aki, BOKAL, Drago, DEVOS, Matt, MOOERS, Arne Ø. Evolutionarily distinctive species often capture more phylogenetic diversity than expected. *J. theor. biol.*, 2008, vol. 251, iss. 4, str. 606-615.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jtbi.2007.12.006>. [COBISS.SI-ID [14945625](#)], [JCR, WoS do 11. 3.

2013: št. citatov (TC): 21, čistih citatov (CI): 21, normirano št. čistih citatov (NC): 10, Scopus do 28. 10. 2013: št. citatov (TC): 22, čistih citatov (CI): 22, normirano št. čistih citatov (NC): 11]

**5.** BOKAL, Drago, DEVOS, Matt, KLAVŽAR, Sandi, MIMOTO, Aki, MOOERS, Arne Ø. Computing quadratic entropy in evolutionary trees. *Comput. math. appl. (1987)*. [Print ed.], 2011, vol. 62, no. 10, str. 3821-3828. <http://dx.doi.org/10.1016/j.camwa.2011.09.030>. [COBISS.SI-ID [16059481](#)]

**6.** ŽUNKO, Matjaž, BOKAL, Drago, JAGRIČ, Timotej. Testiranje modelov VaR v izjemnih okoliščinah. *IB rev. (Ljubl., Tisk. izd.)*. [Tiskana izd.], 2011, letn. 45, št. 3, str. 57-67, tabele, graf. prikazi. [COBISS.SI-ID [10777884](#)]

**7.** BOKAL, Drago. Evolutionary algorithms for cluster geometry. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem. (Krag.)*, 1998, no. 38, str. 99-109. [COBISS.SI-ID [8497241](#)],