



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko



διάνοια

D I A N O I A

REVIJA ZA UPORABO NARAVOSLOVNO-MATEMATIČNIH ZNANOSTI

ISSN	2536-3565
Naslov publikacije/Title	DIANOIA , revija za uporabo naravoslovnih in matematičnih znanosti DIANOIA , journal for applications of natural and mathematical sciences
Letnik/Volume	9
Leto/Year	2025 (september)
Številka/Number	2
Založnik in izdajatelj/ Published & Issued by	Univerzitetna založba Univerze v Mariboru, Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija, http://press.um.si/ , zalozba@um.si
Uredništvo/Editorial board	<i>odgovorni urednik/editor in chief</i> Mitja Slavinec <i>glavni urednik/executive editor</i> Drago Bokal <i>izvršna urednica/managing editor</i> Janja Jerebic <i>urednici za področje biologije/editors for biological sciences</i> Nina Šajna, Sonja Škornik <i>urednik za področje didaktike/editor for didactical sciences</i> Samo Repolusk <i>urednika za področje fizike/editors for physical sciences</i> Robert Repnik, Aleš Fajmut <i>urednika za področje matematike/editors for mathematical sciences</i> Igor Pesek, Janja Jerebic <i>urednik za področje tehnike/editor for technical sciences</i> Mateja Ploj Vrtič <i>tehnična urednica/technical editor</i> Špela Kajzer
Mednarodni uredniški svet/ International advisory board	Igor Emri (Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani, član SAZU), Matej Brešar (FNM, član SAZU), Sergey Pasechnik (Državna fakulteta v Moskvi), Vlad Popa-Nita (Fakulteta za fiziko Univerze v Bukarešti), Blaž Zmazek (FNM), Samo Kralj (FNM), Franci Janžekovič (FNM), Nataša Vaupotič (FNM), Mitja Kaligarič (FNM), Boris Aberšek (FNM), Andrej Šorgo (FNM), Bojan Mohar (Simon Fraser University, Vancouver), Matjaž Perc (FNM), Ivica Aviani (Naravoslovno matematična fakulteta Split), Fahriye Altınay (Univerza v Nikoziji), Andreas M. Hinz (Univerza Ludwig-Maximilians, München)
Oblikovanje/Design	Amadeja Bratuša
Lektoriranje/Proofreading	Ljudmila Bokal
Sedež uredništva/Address	FNM UM, Koroška cesta 160, 2000 Maribor
e-mail	dianoia@um.si
internet/web	www.fnm.um.si
Tisk/Printed by	FNM UM
Leto izida/Year	2025
Datum natisa/Published	2025
Naklada/Nr. of Copies	100 izvodov

Revija izhaja dvakrat letno, predvidoma aprila in septembra.

Kazalo / Table of Contents

Uvodnik <i>Drago Bokal</i>	89
The anthropocene as a challenge for primary education Antropocen kot izziv za osnovnošolsko izobraževanje <i>Jana Ambrožič Dolinšek, Alja Lipavac Oštir</i>	93
Optimizacija prestavnega razmerja pri kolesarjenju <i>Optimisation of Gear Ratios during Cycling</i> <i>Lev Rus, Drago Bokal</i>	105
Zgodnji učinki fitofarmacevtskega pripravka modra galica ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) na rast, razvoj in fiziološki odziv ozkolistnega košca (<i>Berula erecta</i> , Huds. Coville) <i>Early effects of the phytopharmaceutical preparation plant protection product Blue Vitriol ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) on the growth, development and physiological response of lesser water-parsnip (<i>Berula erecta</i>, Huds. Coville)</i> <i>Terezija Ciringer, Saška Berlič, Val Nežmah, Matija Žižek, Tinkara Rudež, Petra Peranič, Jana Ambrožič-Dolinšek</i>	125
Akademija analize kakovosti zraka <i>Air Quality Analysis Guide</i> <i>Nik Hrastnik, Aleksander Bajc, Drago Bokal</i>	135
Navigacija po svetu superračunalništva: Praktični vodnik za prijavo projekta, dostop in uporabo gručnega okolja <i>Navigating the World of Supercomputing: A Practical Guide to Project Registration, Access, and Efficient Use of Clusters</i> <i>Mia Molnar, Ema Smolič, Maša Galun, Drago Bokal</i>	153

Hvaležnost, interesi in psihologija

Drago Bokal

DataBitLab d.o.o.

Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru, Koroška cesta 160, 2000 Maribor

Nedavno sva s članom uprave enega večjih slovenskih podjetij govorila o povezovanju poslovnega in akademskega sveta, o študentih, ki jih štipendira njihova fundacija, o tem, kje delajo in o altruističnih temeljih teh dejavnosti. Omenil je, da pravzaprav zelo redko dobijo po zaključku štipendiranja kako povratno informacijo, kako delitev izkušnje, kako zahvalo ali pa vsaj kritiko priložnosti, ki jih je štipendija odprla. Površinsko sem odgovoril nekaj o času, ki ga danes povsod primanjkuje in pričakoval podoben površinski odgovor. Pa je dodal, da je v upravnem odboru fundacije tudi psihologinja, ki je utemeljila, da pričakovanje hvaležnosti vodi do nevrotičnih motenj. Tak globok odziv pa me je pripeljal v zanos in čeprav sva sestanek zaključevala, se je najina debata podaljšala za kake četrt ure. Naj jo povzamem v tale uvodnik.

V prejšnjem uvodniku [1] smo izpostavili potrebo po etičnem, po preseganju tragedije slehernikov, po vzdrževanju komedije slehernikov. Tokrat pa bomo utemeljevali, da je hvaležnost nujni del komedije slehernikov in da jo velja spodbujati. Za tiste, ki jim pojma tragedije in komedije slehernikov nista blizu, naj od zadnjič ponovim njihovo intuitivno opredelitev [1]:

“Poljudno povedano je tragedija slehernikov [2] igra v skupini, v kateri v povprečju posamezniki ustvarijo nekaj manj kot porabijo. Taki igri bo zmanjkalo virov in igra se bo ustavila, peljala do revščine, boja za vire. Njeno nasprotje je komedija slehernikov [3]. Tam vsak prispeva nekaj več, kot iz igre odnese, iz viška pa se lahko poskrbi za posameznike, ki ne zmorejo dovolj ustvariti, ali pa se s presežki razvija igra. Tragedija slehernikov se v skupnosti von Neumann - Morgensternovo racionalnih posameznikov zlahka zgodi sama od sebe. Za komedijo slehernikov pa je v prvi vrsti potrebno zaupanje. Nezaupanje v tragediji slehernikov in zaupanje v komediji slehernikov pa sta lahko tudi posledici sodelovanja, vzgoje v takih odnosih: posameznik, ki izhaja iz okolja, katerega odnosi ustrezajo komediji slehernikov, lahko v tragediji slehernikov izpade naiven; obratno lahko posameznik iz tragedije slehernikov v komediji slehernikov izpade nezaupljiv.”

S tem zapisom nikakor ne želimo ugovarjati izsledkom psiholoških raziskav. Nasprotno, že intuitivno je mogoče razumeti, da pričakovanje hvaležnosti v tragediji slehernikov vodi v težave: kjer je virov (pre)malo, se posamezniki zanje borijo. Hvaležnost pa v najbolj racionalni obliki terja, da v ugodnih okoliščinah vrnemo uslugo tistemu, ki nam jo je nekoč storil. V manj racionalni obliki pa terja, da se nekdo žrtvuje, drugi pa mu to žrtev prizna. V tragediji slehernikov nobeno od teh obnašanj ni perspektivno, ne vodi do uspeha. Žrtvovanje že samo po sebi pomeni nazadovanje v uspehu, v ustvarjanju in obvladovanju virov.

Hvaležnost pa terja izkazovanje, da smo žrtvovanje opazili, in zavest dolga, ki ga hvaležni ob priliki vrne. Brez slednje zavesti je hvaležnost le prazna beseda. Taka prazna beseda je morda smiseln izraz hvaležnosti, ki je dobrodošel v vsakih okoliščinah, saj pomaga vzbujati zaupanje, da posameznik spodbuja žrtvovanje in bo v podobnih, a simetričnih okoliščinah do žrtvovanja prišlo tudi z druge, njegove strani.

O perspektivnosti dejanske hvaležnosti, ki pomeni žrtvovanje in povratno žrtvovanje, pa odločajo okoliščine komedije oz. tragedije slehernikov. V tragediji slehernikov, kjer so viri redki, je že samo žrtvovanje raje izjema kot pravilo. Povratno žrtvovanje je zato še toliko redkejše. Pričakovanje hvaležnosti, ki se ne udejani, tako predstavlja neperspektivno žrtvovanje. Neudejanjanje hvaležnosti, izrečene z besedami, pa predstavlja neperspektiven psihološki dolg. Zato ob izkušnjah neudejanjanja hvaležnosti slejkoprej pride tudi do krnitve njenega ubesedenja, do razklopa povezave med izrečeno in dejansko hvaležnostjo. V okoliščinah tragedije slehernikov zato psihološke raziskave povedo povsem pravo zgodbo: vztrajanje v žrtvovanju je neperspektivno, pričakovanje hvaležnosti pa še bolj.

V drugačne zaključke pa vodijo okoliščine komedije slehernikov. V takih okoliščinah je posameznik navajen, da v igro več prispeva, kot iz nje odnese. Žrtvovanje, ki vzdržuje komedijo slehernikov, mu je privzgojeno. Žrtvovanje za izbranega naslovnika, ki vodi v hvaležnost, pa še dodatno. Ta zavest posamezniku lahko pomaga, da sprejema tveganja, da poizkuša dobiti nove poti do virov. Prav tako ni težko povrniti usluge – saj je to spet le nekoliko večje žrtvovanje. Tako okoliščine komedije slehernikov spodbujajo obnašanja, v katerih se hvaležnost lahko pričakuje.

Zgornjo poljudno argumentacijo potrjujejo v prejšnjem besedilu omenjeni eksperimenti (zmagovalna strategija zapornikove dileme “kot ti meni, tudi jaz tebi”), kot tudi opažanja v naravi, v evolucijsko vzpostavljenih okoljih. Tako je znano, da netopirji pomagajo neuspešnim vrstnikom z deležem hrane, ki so jo ujeli sami. Tudi zamorske mačke, posebna vrsta opic, pomagajo skupnosti z glasnim opozarjanjem na plenilca, s čimer se izpostavijo, a lahko računajo na hvaležnost drugih, ki se prav tako izpostavijo, ko opazijo plenilca [4].

Po tem razmišljanju bo matematik z darom prepoznavanja abstraktnih vzorcev opazil, da je sodobna znanost utemeljena na hvaležnosti. Avtor, ki uporabi ideje, razmisleke ali rezultate drugega raziskovalca, se mu zahvali s citatom. V debati z enim od urednikov ob priložnosti recenziranja za njegovo revijo sva razpravljala, ali naj se citati omejijo na minimalne sklice, potrebne za navajanje uporabljenih definicij, lem in izrekov, ali pa naj navedbe umestijo rezultat v širši kontekst povezanega dela in s tem opozorijo na intelektualno ozadje, ki je vodilo do rezultata. Njegovo mnenje se je nagibalo k skromnemu citiranju, sam sem zagovarjal umeščanje v širši kontekst.

S kakšnimi argumenti? Iz perspektive konteksta citati niso zgolj tehnični usmerjevalci do rezultatov, na katerih temelji raziskava, ampak so skozi njihovo merjenje postali kazalnik odločanja v znanstvenih procesih. Na njih temelji prepoznavnost, sodelovanje, odmevnost raziskovalcev in pogosto tudi institucij. Zato se mi zdi primerno, da če uporabim posledico nekega izreka, citiram tudi originalni izrek, čeprav bi tehnično zadoščala posledica. Z urednikom sva se strinjala, da je skromno citiranje prevladovalo v preteklosti, ko je bilo preteklih raziskav manj in so bile teže dostopne, da pa širše navajanje intelektualnega zaledja dviguje njegovo povezanost in prepoznavnost tistih, ki so tlakovali pot do pozicije znanja, v kateri so dozoreli novi rezultati. S tem pa kaže znake hvaležnosti do tistih, ki jih nagrajuje v aktualnem konkurenčnem okolju.

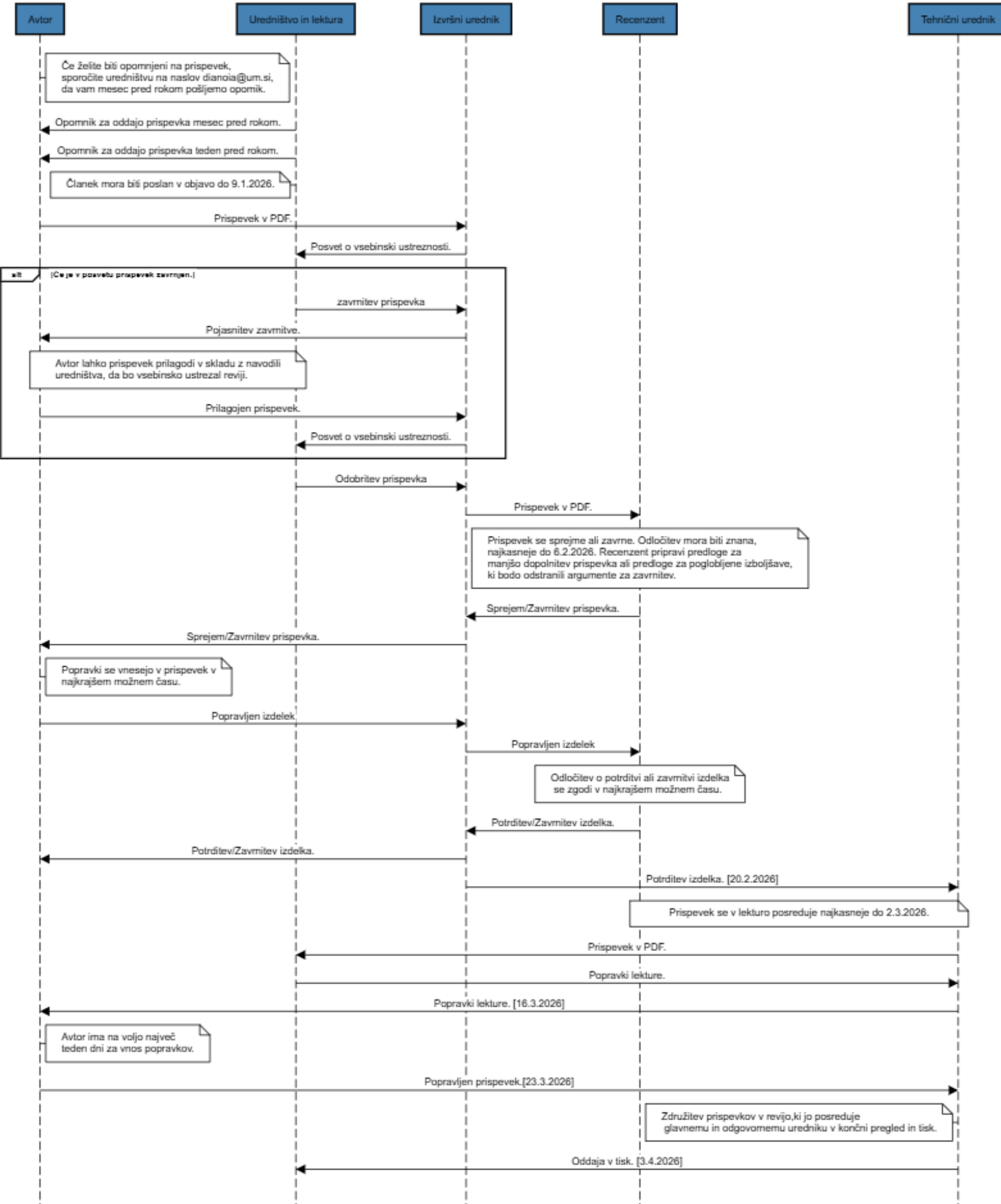
Leta 2008 so na poročilih kazali posnetke stavke Murinih delavcev, pa sem se vprašal: “Kaj dajem kot profesor matematike temu narodu, tej ekonomiji, tej državi, da si zaslužim,

da iz dela več deset delavcev, ki delajo za minimalno plačo, pobere davke in iz njih naredi mojo plačo?” Takrat odgovora nisem videl, oblikoval se je z leti: “Njim kot profesor ne morem več pomagati. Mogoče kot konzultant lahko pomagam izboljšati njihov proces, če bo to pomagalo, da bodo spet konkurenčni. Zrasli so v sistemu, ki jim je dal veselje in smisel dela, ki so mu posvetili svoje življenje. Toda ko je sistem našel bistveno cenejše ponudnike za rezultate njihovega dela, jih je pustil na cedilu. Lahko pa pomagam njihovim otrokom: če mi zaupajo nekaj let svojega časa, jih poskusim opolnomočiti z znanjem, ki ga potrebujejo, da se izognejo tem pastem sistema.”

Slabi dve desetletji kasneje umetna inteligenca prodira na področje intelektualnega dela in poučevanja. Je prežgodaj za vprašanje, ali se utegne nam, predavateljem in raziskovalcem, zgoditi podobno? Kdo bo nam hvaležen za čas, ki smo mu ga naklonili, za znanje, ki ga je prejel? Kdo si ju bo sploh želel?

References

- [1] D. Bokal. Nova zlata doba naravoslovja in matematike ali družba med tragedijo in komedijo slehernikov. *Dianoia* 9 (2025), 5–6.
- [2] Wikipedia avtorji. (n.d.). Tragedija skupnega. Pridobljeno na: https://en.wikipedia.org/wiki/Tragedy_of_the_commons.
- [3] Rose, Carol (1986). "The Comedy of the Commons: Custom, Commerce, and Inherently Public Property". *The University of Chicago Law Review*. 53 (3): 711–781. doi:10.2307/1599583. ISSN 0041-9494. JSTOR 1599583.
- [4] Nowak, M. & Sigmund, K. (2009). Game Theory Calls Cooperation into Question. *Scientific American*. Pridobljeno na: <https://www.scientificamerican.com/article/game-theory-calls-cooperation-into-question1/>



The anthropocene as a challenge for primary education

Antropocen kot izziv za osnovnošolsko izobraževanje

Jana Ambrožič Dolinšek, Alja Lipavac Oštir

Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška 160, 2000 Maribor, Slovenija

Univerza v Mariboru, Filozofska fakulteta, Koroška 160, 2000 Maribor, UCM Trnava, Slovaška

Abstract

The road from the Sustainable Development Goals (UN, 2015) or GreenComp (EU, 2022) to classrooms is not necessarily short, nor is it easy. Teachers today are bombarded with all sorts of literature on the green transition, and unless you are at least a bit of an expert on the climate crisis, it is difficult to navigate the wealth of information. At the same time, we are witnessing the introduction of new concepts (Anthropocene). If we look beyond the borders of Slovenia, we find a great variety of concepts and proposals on how to integrate these extremely important topics into the classroom and connect them not only with the scientific but also with the culture literacy of our students. In this paper we present a model for developing competences for the Anthropocene, developed within the Erasmus+ project Culture - Nature - Literacy (CNL). The activities and goals of the project are international and generalizable, so we will present transfer to the example of teaching in Slovenia, starting from the cross curricular integration of different contents or subjects.

Anthropocene, Climate crisis, cross-curricular integration, science literacy, elementary classroom

Povzetek

Pot od dokumentov, ki sta Cilji trajnostnega razvoja (UN, 2015) ali pa GreenComp (EU, 2022) do učilnice na razredni stopnji ni nujno kratka in tudi preprosta ne. Učitelji smo danes nagovorjeni z vsakovrstno literaturo na temo zelenega prehoda in če nismo vsaj malo strokovnjaki za podnebno krizo, se v obilju informacij težko znajdemo. Ob tem smo priča tudi uvajanja novih pojmov (antropocen). Ko se razgledamo izven meja Slovenije, najdemo veliko različnih konceptov in predlogov, kako te izjemno pomembne teme vključiti v pouk in jih povezati ne le z naravoslovno, ampak tudi s kulturno pismenostjo naših učencev. V prispevku bova predstavili model razvijanja kompetenc za antropocen, kot ga oblikujemo v Erasmus + projektu Culture – Nature – Literacy (CNL). Aktivnosti in cilji projekta so naravnani mednarodno in posploševalno, zato bova predstavili transfer na primeru razrednega pouka v Sloveniji, pri čemer izhajava iz medpredmetnega povezovanja različnih vsebin oz. predmetov.

antropocen, podnebna kriza, medpredmetno povezovanje, naravoslovna pismenost, razredni pouk

1 THE ANTHROPOCENE, SCIENCE AND CULTURE LITERACY

In recent years, there has been intense debate about the human impact on the planetary environment. Experts are questioning whether seven billion people are already a factor large enough to be considered a geological force. In the late 1980s, biologist Eugene Stoermer proposed that the consequences of human activity on the global state of the planet should be described by the word Anthropocene¹. It was not until the beginning of the 21st century, when Nobel laureate Paul Crutzen started to use the word, that the Anthropocene became a label for a new geological epoch, the central feature of which is that it is human activity that is having a major impact on the environment. Geologists have not yet officially added the new epoch to

¹ The term Anthropocene was coined in 2000 (Crutzen & Stoermer 2000) as an unofficial geological time unit to describe the most recent period of Earth's history in which humans became the primary environmental influence on Earth systems (Butler 2021). Since then, this term has developed and extended. It has been recognized and discussed in the scientific and social community.

E-mail naslovi: jana.ambrozic@um.si (Jana Ambrožič Dolinšek), alja.lipavic@um.si (Alja Lipavac Oštir)

their tables, but international expert committees are already actively discussing it (Dolenc & Adamič, 2016).

Since then, this term has evolved and expanded beyond the geological and scientific community to the concept of the Anthropocene. Today, this means that the phenomenon of the Anthropocene is not only a topic for the geologists and other natural sciences, but also for the social sciences and humanities, and vice versa. The term Anthropocene serves as a framework for describing and understanding the profound and lasting consequences of human activity on Earth. It also implies that the role of the social sciences is not only to analyze the causes of change, but also to address the challenges of this epoch and take action to mitigate harmful trends through sustainable practices, conservation measures and global cooperation (Brondizio et al. 2016). The Anthropocene concept can help to develop new measures and approaches that meet the challenges of global change and sustainability.

How to integrate the concept of the Anthropocene into the social community? Education and the education system can be a way to introduce students about the complex environmental and societal challenges of our time. Education is the easiest and simplest way to internalize this concept and bring it to a broad mass of people. How to help students develop a deep understanding of the challenges and opportunities of this era and inspire them to become informed and proactive global citizens are questions with neither easy nor clear-cut answers. Our paper aims to draw attention to this urgency and to show one possible way to address the challenges of the Anthropocene.

2 CULTURE-NATURE-LITERACY (CNL) AND COMPETENCE FOR THE ANTHROPOCENE

Teachers working on the conception and implementation of topics related to the phenomena of the Anthropocene realize that these learning topics cannot be reduced to phenomena and developments from the point of view of the environment, but that they are closely linked to the various social dimensions of our time and therefore need to be understood holistically. However, this is not enough.

It is also important to think about what data you select from the wealth of information, how you present it and how you contextualize it. What do we mean by that? Today's students need encouraging images of the future, not disaster scenarios. Indeed, when we think of environmental and climate issues, we often think of disasters: from species extinction to catastrophic floods and glacial melting to viral epidemics and forest fires. However, as we do not want to take the future away from the next generation by teaching them, we need to counter the fear of the future and the fear of climate change by focusing on cultural and scientific literacy, which we understand as a concept.

Cultural perspectives and artistic practices make an important contribution to the development of creative, critical and solution-oriented thinking and resilience to the uncertainties of climate change. Languages, literature and art play an important role in this regard by fostering creativity and empathy in collaborative interaction and contributing to the formation of values and shared responsibility (Sippl & Wanning, 2023, 8).

This is the starting point for the Erasmus+ project (2022-2025) CultureNature Literacy (CNL): Key school competences for shaping the future in the Anthropocene (German: "CultureNature Literacy"). The project builds on a series of research and theoretical postulates by researchers

such as Carmen Sippl and Erwin Rauscher from the Pädagogische Hochschule Niederösterreich (PHN) in Baden, who base their understanding of cultural sustainability on the concept of the Anthropocene, as explained in the previous section. In recent years, the PHN has issued a series of publications (e.g. Sippl & Rauscher & Scheuch 2020, Sippl & Rauscher 2019), which also attempt to show in practice how Anthropocene-specific topics can be didacticized through the development of natural and cultural competence. The CNL project builds on these efforts and presents an innovative educational concept that focuses on cultural sustainability.

The cultural dimension of sustainability is therefore at the heart of the concept of Cultural and Natural Literacy (CNL) as a competence for the Anthropocene (Sippl & Wanning 2023, 8). The focus of the project is therefore on the development of so-called Anthropocene literacy, which includes the following competencies:

- We take a fact-based and fact-oriented approach to the environmental changes and behaviors caused by humans.
- We do not see nature and culture as opposites, but as a unit and promote due respect and shared responsibility.
- We promote and shape the use of innovative didactic forms of science teaching, taking into account digitality, inclusion and participation.
- We promote creative, critical, solution-oriented and (earth)systemic thinking.
- We teach ecological awareness and resilience to face the uncertainties of climate change.
- We think about the possibilities of creating a future that is not divisive because it is based on values.

These points, which also represent the objectives of the CNL project, are based on a holistic view of the world that takes into account the interdependence of nature and culture. In addition, there is the component of responsibility, without which a holistic approach is not possible, as we want to emphasize the development of responsibility towards the world, especially in the school context. This can only succeed if we sufficiently promote students' creativity, critical faculties, and problem-solving skills, and in this respect, Anthropocene competence is linked to the OECD Learning Compass 2030. In today's situation of green transition, promoting ecological awareness based on the recognition of scientific knowledge is essential and a prerequisite for the next generations to successfully deal with the uncertainties that climate change brings. We therefore want to educate and raise generations of active citizens, and this must be done based on values in the sense of equal opportunities. The tasks described above are of course a major challenge for the school environment, which requires the integration of innovative didactic approaches that take digitalization into account.

Competence for the Anthropocene cannot only represent positively presented and achievable educational goals, but its development necessarily involves concrete activities that show teachers ways and means to prepare the next generation for the present and the future. The products of the CNL project are designed in this context. In the following, we give a basic description of all the products of the project and explain how they are interconnected. In the next section, we include an analysis and discussion of one of the teaching scenarios or teaching materials as an example of materials for developing competence for the Anthropocene. The products of the project are created in collaboration with all partners.

a/ The CNL handbook (German: CNL-Handbuch, 381 pages) provides the theoretical and practical foundations for CNL as a competence for the Anthropocene. As a new educational concept, CNL is presented and explained theoretically in the first part of the handbook, with

numerous examples that focus on cultural sustainability. The handbook is a guide to how a technical and scientific understanding of the climate crisis can be communicated through cultural elements. It is a unique scientific text developed with the different levels of the education system in mind. Its innovative nature makes it an important component of future-oriented educational curricula.

The second part of the handbook is dedicated to competence for the Anthropocene as a central theme of educational development. It aims to support school leaders in fostering the development of competence for the Anthropocene, which is presented in the form of discussions on leadership, school management, school autonomy, inclusion, digitalization, sustainability, and regulation in education.

It can also be used in teacher training and is a key medium for implementation in school practice.

b/ The CNL platform (German: CNL-Plattform) is currently under development and will contain examples of learning materials to illustrate the CNL concept. Thematically, the examples will cover the 17 UN Sustainable Development Goals. The learning materials are applicable in different contexts and have a cross-curricular connection component, while being integrative, differentiated, and multilingual. The examples range from the early years of education to university level. The materials will be publicly available on the platform, giving both school management and individual teachers the opportunity to select concepts that are particularly relevant to their teaching in terms of developing school practice. The learning materials will be complemented in the final year of the project by the results of evaluations of the implementation of the individual learning materials in different countries.

c/ The MOOC (Massive Open Online Course) takes diversity into account and aims to raise awareness of diversity and inclusive opportunities for implementation in a world of cultural diversity and to promote competence in the Anthropocene for all, especially for teachers who work professionally with people from different learning backgrounds and levels. The MOOC will follow the principle of how to use science-based cultural optimism to specifically strengthen the future readiness and willingness for shared responsibility of all stakeholders in the education system. To meet the needs of these target groups, the CNL project partners will contribute their expertise in the fields of education, environmental sustainability, digital education, inclusion and special needs education to develop an innovative, diversity-sensitive CNL MOOC on the topic of "Living and learning sustainably together".

d/ CNL text-image narratives in intermedia formats (e.g. fairy tale, graphic novel, science comic, poem, picture book, photo essay, theatre film) will be based on selected narratives about the Anthropocene and thematically linked to the 17 Sustainable Development Goals. Such narratives help to make visible and understandable the complex connections in the relationship between humans and nature in the Anthropocene and are innovative media for science communication. They show how technical-scientific understanding of the environmental crisis and climate change can be communicated through culture, in images and narratives. They stimulate the imagination and can convey respect for life on planet Earth. They can encourage empathy, solidarity and co-responsibility in dealing with each other and with the environment as our world.

A brief description of the four core products of the project shows how they are interlinked. Let us illustrate this from a teaching perspective. Many teachers today are faced with the problem of selecting climate change material, contextualising it into the curriculum and face a kind of

helplessness when it comes to integrating content in areas for which we are not directly trained. In such situations, the CNL handbook can serve as a guide to promote cross-curricular integration and collaboration between school management and teachers. A necessary complement to the handbook is the selection of didactic material, which is of course open enough to be adapted to the age groups and to be able to choose and design different focuses according to our national curricula. In order to improve the work with didactic material and with regard to the professional development of teachers, MOOCs serve as an opportunity to expand skills and knowledge or to test one's own competences. Text-image narratives represent a kind of added value by acting as a cross-curricular link while promoting creativity as one of the most important competences of the future.

All four products build up Anthropocene competence in an intensive and targeted way, but can also be used selectively and, of course, in conjunction with existing materials and approaches already used by teachers.

3 LEARNING MATERIALS FOR THE DEVELOPMENT OF COMPETENCE IN THE ANTHROPOCENE

The CNL project develops learning materials that are based on the theoretical foundations of understanding the Anthropocene and integrate a technical-natural science understanding of the climate crisis with cultural literacy. The teaching material is intended to be as universal as possible in terms of age groups and curriculum integration. It is necessarily cross-curricular in nature. As an example, the teaching material entitled 'Feeding the city: a look at food supply and the history of our place'² is discussed below.

The teaching material is structured as a module on food supply, production and nutrition, topics that are of particular relevance in the Anthropocene, especially in the context of climate change. The module aims to inform, reflect on and internalize where food comes from and how it is produced, with preliminary activities relating not to food production and cooking, but to food supply, food transport lines and networks, and food metaphors. The question of how to ensure food security, livelihood security and better nutrition is not only important today, but will become even more important in the future.

The module focuses on supply routes and networks and attempts to link these to sustainability and sustainable food preparation and consumption. This topic can and should also be part of a memory book on cooking, which is the content of another module and links the two modules.

The starting point of the module is explained as follows: Today's cuisine includes a wide variety of food ingredients, not only from the local cuisine, but also from around the world. Therefore, the foods and ingredients of current recipes are a great way to explore and appreciate the rich diversity of our world. By combining cooking with culture, we can not only enjoy delicious dishes, but also develop a deeper understanding of the diversity and richness of the world's cultures. It is a rewarding and enlightening journey that can broaden perspectives and enrich cooking skills. Cooking as an integral part of culture is a gateway to understanding other traditions, heritages and values.

² All learning materials are currently available on the project's internal website and can only be accessed by the project team. The platform will be open to the public by the end of 2023 and is currently under development. Therefore, it is not possible at this stage to specify the website where the material is located.

The module or learning material is directly related to the development of competence for the Anthropocene, which is explained at the beginning of the module with the following words: In the Anthropocene, cooking must be linked to sustainable and inclusive food production and consumption. The focus is on local food cultures, sustainable and diverse food production and local food systems that reduce food waste and loss and contribute to environmental protection.

The fact that cooking is part of lifelong learning has been included as a guiding principle in the module, which allows the module to be implemented at different levels of the school system with appropriate modifications according to the teacher's choice. The module also addresses the integration of nutrition, cooking, attitudes towards food and cooking in the Anthropocene and the inclusion of cultural elements in the field of nutrition. This is of course a very broad field, which is didacticized in the module in the manner described below.

The aim of the teaching material is to explore cooking in relation to people, ecology, culture and sustainability. It makes sense to integrate experiential learning into the implementation of the module. Individual parts of the module can be used independently of each other. The module consists of various links such as the cultural significance of different foods in different communities (traditional foods, local cuisine and festivals), social and economic factors with their impact on access to healthy food (food deserts, food insecurity and poverty). Food practices are linked to ecology, e.g. agricultural techniques and culinary traditions, and to sustainable development. Food practices are linked to local communities by working with community members to incorporate their food cultures and traditions. This may include out-of-classroom lessons in the delivery of the module in the form of visits to local food markets and restaurants, guest speakers from the community, and community service projects on food production and distribution. The link between food and cultural diversity is a common thread throughout the module by presenting a range of examples of different cultural cuisines and traditional food practices.

With regard to the placement and implementation of the module, the question of coherence with existing school subjects is important. The objectives and competences can be integrated into science, home economics, science-oriented subjects and some social science subjects. The set of core objectives points to cross-curricular integration as an otherwise fundamental feature of CNL modules or learning units. Objectives:

I/ Develop an understanding of the complex relationship between food, culture and environment and how this relationship influences food and food system choices.

II/ promote respect for cultural diversity and encourage healthy and sustainable food choices based on scientific evidence and cultural knowledge.

III/ analyze how social and economic inequalities influence food choices.

IV/ evaluate the role of traditional knowledge in sustainable food production and biodiversity conservation.

V/ develop openness to cultural diversity and understanding of the role of culture in food choices.

At the center of all five objectives is the relationship between nutrition and culture. As nutrition and food are directly linked to our relationship with the environment, this component is also included in the objectives. The objectives presuppose respect for scientific knowledge, but also include phenomena such as cultural diversity and respect for traditions. Overall, the objectives are positive attitudes and, given the negative role of agriculture and transportation in the face of climate change, a possible first response to a catastrophe, they provide a counterpoint in the

preservation of cultural awareness and traditions as a positive factor in developing attitudes towards food in the Anthropocene.

In addition to these objectives, the module has two general objectives: to encourage natural curiosity and to develop observation and exploration skills. These seem to be very general objectives that can be assigned to almost any learning unit, but they need to be understood in the context of developing competence for the Anthropocene. The ability to observe is the basis for awareness and understanding the world around us. Only a sufficiently developed ability to observe also leads to curiosity about the phenomena and processes around us. In the Anthropocene and in the climate crisis, we want the next generations to open their eyes to the phenomena in the environment and question their complexity. Nature and culture are not a contradiction, but nature must be understood as a complex system in which humans are an integral part. (Horn & Bergthaller, 2019, 16).

The objectives and content of the module are directly related to two chapters of the CNL handbook, namely CNL & Science Education and CNL & Home Economics. The module is therefore theoretically based and can be found in these chapters of the handbook.

As already mentioned, the CNL project is based on various documents such as the OECD Learning Compass 2030³, 17 Sustainable Development Goals UN⁴ and the European Framework for Sustainability (GreenComp 2022⁵). The module on nutrition is directly related to the following competences of the European Framework for Sustainability: 1.1 on values and their dynamics, 2.1 on systems thinking and multiperspectivity, 2.2 on critical thinking, 2.3 on problem formulation and 3.3 on exploratory thinking with an interdisciplinary and creative approach. The competencies listed in the same document that are particularly useful for science and home economics education are: Adaptability, Exploratory Thinking and Discovery: appreciation, promotion of nature, systems thinking, reflection, problem solving, influencing the future, adaptability, exploratory thinking and discovery. This places the module in the context of current events and concerns about the future in the Anthropocene.

The didactic material for the module Feeding the city: A look at the food supply and the history of our place also contains a structure and a description of the individual steps of the module, which can be adapted to the target group, learning conditions, background knowledge and more. There are five steps which follow each other but can also be followed in a different order. The steps are presented below, with reference to some of the components and contextualizations in the case of teaching in Slovenia.

Step 1: Look into the past or how data, events from the past can help us understand the current food situation in our city (place)?

In this step, we work cross-curricular, as answering the question requires a search in ethnological, historical and economic sources. Literary or artistic works can also be included. The students can search for the sources themselves or we can suggest secondary sources depending on their age and background. An example of a secondary source is the picture book for adults and children entitled "How it was when there were no stoves" (Jerneja Ferlež, 2020), an ethnological material adapted to young people that provides a range of interesting information. Although the author talks about Maribor, she also gives enough general information, and with the expert help of a history teacher, it is possible to transfer it to the place where the school is located. An example of working with primary sources would be looking at

³ <https://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/learning-compass-2030/>

⁴ https://unis.unvienna.org/unis/sl/topics/sustainable_development_goals.html

⁵ <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC128040>

newspaper advertisements from the first half of the 20th century. Nowadays, there is a wealth of online portals where digitized newspapers and magazines can be found (e.g. the ANNO portal of the Austrian National Library), and students can look at advertisements that tell us a lot about what was sold and advertised in a particular period. Newspapers such as the *Marburger Zeitung* (1862-1945) also contained monthly reports from the market, in which you can see what was sold and at what prices. The task can be extended by using online currency converters to find out what the prices mean today. There are many possibilities, but cooperation of the teachers teaching the different subjects is essential. When it comes to working with primary sources from the past, the involvement of foreign language teachers is also welcome.

Step 2: Who eats what? Where does your city get its food from? From which parts of the world do the products come? How do they get to your city? What food do people eat and buy? Does modern cuisine resemble the cuisine of earlier centuries in any way? What do you do about food waste in your city?

This step is methodologically and didactically more demanding, as we have to think carefully about how the students arrive at the answers to the questions, which in turn depends on their age and background. We do not want the teacher to give the answers in the form of explanations, but rather to imagine the activities of a problem-oriented lesson. This can take the form of group work, with individual groups taking up specific questions and working out a strategy together. They can research on the internet and other sources, they can interview someone from the local area who is familiar with the issue of food waste, for example. The groups can also carry out fieldwork in a grocery store to check the geographical origin of the products and compile statistics. The teacher comments on the strategy chosen by the group and helps with key words or hints if necessary.

It is important to complete the step with the results and have them evaluated by the students, because the basic guideline is the development of competences for the Anthropocene. They should have criteria to help them in their evaluation. The criteria and evaluation should relate to the local situation that the students have researched.

Step 3: Food shapes the city! We stroll through markets and supermarkets, take a look in pubs, cafés and restaurants and let ourselves be surprised by the smells and art installations. We try some recipes from the last century with a modern twist. We want to find out whether and why there are so many or so few local delicacies in our city. Let's discover the stories behind popular local dishes.

The stage forecast assumes a wide variety of activities and accents and allows for them at the same time. What they have in common is that the pupils reflect on and experience the local cuisine and consider it holistically as an element of culture, which can be meaningfully and possibly linked to step 2 and the consideration of the environment or the situation in the Anthropocene. Step 3 is also about developing competence for the Anthropocene. It is up to the teacher to decide which activities should be carried out in step 3. The focus is on exploring culinary heritage in relation to present-day practices and practical work in the form of preparing dishes. Cross-curricular integration is a basic requirement without which the step cannot be carried out. When planning the entire module, it is useful to discuss in advance the cooperation between the individual teachers for all steps of the module.

Step 4: Food and cooking as metaphors for life! Let's think creatively about the language we use to describe food and appreciate the many ways food adds flavour and meaning to our lives.

In a way, this step builds on the module, as the focus is not on searching for information, research, practical work and dealing with different sources and comparisons, but on recognizing

the importance of food and cooking for our lives. These considerations are concretized using the example of language as an important means of communication. We assume that humans are social beings who develop their values through interaction with others. As an introduction to this step, excerpts from the second part of the *Unstoppable Us* series by historian Yuval N. Harari *Why the World Isn't Fair*⁶. The topic of the book is the agricultural revolution and its consequences up to the present day. The central part of the step can be didacticized in different ways, depending of course on the target group and the form of the cross-curricular integration. The aim of the step is to make students aware of the rootedness of food in our everyday language through idioms and proverbs that are full of various metaphors and other rhetorical devices. This fact alone shows that food has been of great importance throughout the history of a language and culture, because only something that has existed for a very long time, that is one of the central themes and part of the basic vocabulary, is metaphorically anchored in languages.

So idioms, proverbs and metaphors for food are a rich and varied part of our language and our lives, reflecting the different feelings and experiences that food evokes. From indulgence and luxury to comforting and familiar phrases, these expressions express the pleasure, nourishment and excitement that food brings to our lives. Whether it's a rich and hearty meal, a savoury concoction or a sweet treat, food is central to our culture and language, and the expressions we use to describe it reflect the many ways in which it enriches our lives (By Cris, 2021).

In this part of the step, we work with lists of proverbs and other types of idioms in the learners' first language and in the first and second foreign language they are learning. Of course, lists of proverbs alone do not motivate a more complex activity, so tasks must be chosen that allow learners to relate them to their own lives and environment. Students make notes and remember specific situations in their own lives to which a particular idiom applies or can be applied. Some examples of idioms in different languages are presented: *He who spares tongue, starves bread* or *Nothing is eaten as hot as it is cooked* (English); *Kdor jezika špara, kruha strada!*, *Nobena juha se ne poje tako vroča kot se skuha.*, *Tek pride z jedjo.* (Slovenian); *Wer die Sprache spart, vergert Brot* and *Nichts wird so heiß gegessen, wie es gekocht wird* (German).

Step 5: Find a phrase that we have not yet listed, explain it and describe an example in which you have used it or could use it

This step can continue the activities of step 4, but can also have a different focus, again depending on the target group and the objectives of the individual subjects involved in the cross-curricular integration.

4 DISCUSSION

How to integrate it into the natural sciences, social sciences and humanities and finally link it to the culture? It is important to emphasize that the concept of the Anthropocene remains closely linked to scientific principles and that scientific literacy is a key component of understanding, responding to and overcoming these challenges. Scientific literacy refers to an individual's ability to understand and apply scientific concepts and information. It enables individuals to engage in informed debate, make sustainable decisions and contribute to efforts to mitigate the impact of human activities on the environment. All of these aspects are also relevant to culture. Culture has an important role to play in shaping and responding to the environmental and social changes associated with the Anthropocene. Cultural beliefs, practices and narratives influence how societies interact with the environment and how they respond to the challenges of the

⁶ *Why the World Isn't Fair*. The Slovenian translation is not yet available.

Anthropocene. The Culture-Nature-Literacy⁷ (CNL) project focuses on integrating the Anthropocene concept into education and attempts to respond to the new challenges of this era.

We start from the natural science competence but show its development as a necessary link with the development of the cultural competence - CNL. This is a new way of looking at the development of natural science competence.

The project has produced materials for students and teaching recommendations for teachers in several languages, including Slovenian. Our next challenge is that the materials should also be tested and used in authentic teaching situations. This is of course an excellent starting point for evaluating the materials and reporting on the experience gained, which can then be adopted by other teachers.

5 CONCLUSION

The CNL platform will offer a wide variety of materials to develop competences for the Anthropocene. All of the learning materials focus on climate change and the development of cultural sustainability and are designed from very different perspectives and with different emphases. As they are designed to be adaptable for different target groups, they are useful at all levels of the school system. A prerequisite for their successful implementation is the willingness of teachers to network across subjects. This is one of the reasons why the CNL project recommends them to both those who teach and those who manage school institutions.

Acknowledgements

The work was supported by the Erasmus+ Programme no. 2022-1-AT01-KA220-HED-0000085025; Culture Nature Literacy (CNL) – Curricular key competences for shaping Europe's future in the Anthropocene (<https://cnl.ph-noe.ac.at/>) and co-funded by the European Union and the European Commission.

Literature

- [1] Bianchi, G., Pisiotis, U. & Cabrera Giraldez, M. (2022). GreenComp. The European sustainability competence framework. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- [2] Brondizio, E. S., O'Brien, K., Bai, X., Biermann, F., Steffen, W., Berkhout, F., ... & Chen, C. T. A. (2016). Re-conceptualizing the Anthropocene: A call for collaboration. *Global Environmental Change*, 39, 318-327.
- [3] By Cris (2021) 37 Great Food and Cooking Metaphors, Similes & Idioms. Symbolism and Metaphor. <https://symbolismandmetaphor.com/food-cooking-metaphors-similes-idioms/> Acquired 2023-08-08.
- [4] Butler R. David (2021) The Anthropocene: A Special Issue, *Annals of the American Association of Geographers*, 111:3, 633-637, DOI: 10.1080/24694452.2020.1859312

⁷ Project is coordinated by Pädagogische Hochschule Niederösterreich (Baden), partners: Universität Siegen (Nemčija), Ludwig-Maximilians-Universität München (Nemčija), Univerza v Mariboru (Slovenija), Univerza Tartu (Estonija), ELTE Budimpešta (Madžarska), I. Europäisches Klima- und Umweltbildungszentrum (Mallnitz, Avstrija), Droste Forschungsstelle (Westfalen-Lippe, Nemčija), Bildungsdirektion für Vorarlberg (Bregenz, Avstrija). Duration: 2022 – 2023. Web page: <https://cnl.ph-noe.ac.at/>

- [5] Dolenc, Sašo, & Adamič, J. (2016). Antropocen: tudi narava ni več naravna. Dnevnik online. <https://www.dnevnik.si/1042731671/magazin/znanost-in-tehnologija/antropocen-tudi-narava-ni-vec-naravna>
- [6] Ferlež, Jerneja (2020). Kako je bilo, ko še ni bilo štedilnikov. Maribor: Aristej.
- [7] Harari, Yuval Noah (2023). Warum die Welt nicht fair ist / Unstoppable Us. Bd.2. München: C. H. Beck.
- [8] Horn, Eva & Bergthaller, Hannes (2019). Anthropozän zur Einführung. Junius.
- [9] Sippl, Carmen & Rauscher, Erwin (eds.) (2020). Kulturelle Nachhaltigkeit lernen und lehren. Innsbruck/Wien: Studienverlag. (Pädagogik für Niederösterreich Band 11).
- [10] Sippl, Carmen & Rauscher, Erwin (eds.) (2020). Das Anthropozän lernen und lehren. Innsbruck/Wien: Studienverlag. (Pädagogik für Niederösterreich Band 9).
- [11] Sippl, Carmen & Wanning, Berbeli (2023). Das CNL-Handbuch: Gebrauchsanleitung. Ein Buch stellt sich vor. In: Sippl, Carmen & Wanning, Berbeli (eds.): CultureNature Literacy. Schlüsselkompetenzen für Zukunftsgestaltung im Anthropozän. Ein Handbuch für den Theorie-Praxis-Transfer in Schule und Hochschule. / Key competences for shaping the future in the Anthropocene. A manual for theory-practice transfer in schools and universities. Baden: Pädagogische Hochschule Niederösterreich. S. 8 – 14.

Optimizacija prestavnega razmerja pri kolesarjenju

Optimisation of Gear Ratios during Cycling

Lev Rus, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

V članku proučujemo optimizacijo prestavnega razmerja na kolesu med gibanjem z uporabo matematičnih metod. Najprej opišemo konstrukcijo krivulje poti s tremi pristopi (polinomski zlepek, Bézierjeve krivulje, B-zlepki), nato analiziramo fizikalne vidike kolesarjenja. Na koncu razvijemo algoritem, ki optimalno določa prestavno razmerje na podlagi diferencialnih enačb ob upoštevanju omejitev navora in kadence. Posebno pozornost namenjamo zagotavljanju, da kadenca in navor ostaneta znotraj človeških fizioloških omejitev.

Ključne besede: Bézierjeve krivulje; B-zlepki; diferencialne enačbe; optimizacija; kadenca; navor.

Abstract

The article examines the optimization of gear ratios on a bicycle during motion using mathematical methods. We begin by presenting the construction of a curve using three approaches (polynomial splines, Bézier curves, and B-splines) and then analyze the physics of cycling. Finally, we develop an algorithm to optimally determine gear ratios based on differential equations, considering torque and cadence constraints. Special attention is given to ensuring that cadence and torque remain within human physiological limits.

Key words: Bézier curves; B-splines; differential equations; optimization; cadence; torque.

1 Uvod

Kolesarjenje je priljubljena oblika rekreacije, športa in prevoza. Ker sta energetska učinkovitost in optimalna poraba energije ključnega pomena za boljše rezultate, pravilna izbira prestav med vožnjo močno vpliva na zmogljivost, udobje in energetska učinkovitost kolesarja.

V tem prispevku se osredotočamo na matematično modeliranje in optimizacijo prestavljanja na kolesu med gibanjem. Namen je razviti pristop, ki z uporabo diferencialne enačbe in optimizacijskih metod, kot so fiziološke meje kadence ter diskretna narava prestavnih razmerij, po algoritmu preračuna, katero razpoložljivo prestavno razmerje je optimalno. Želimo torej odgovoriti na vprašanje, katero prestavno razmerje izbrati, da kadenca ostane v optimalnem območju. Kadar to ni mogoče, želimo izračunati najmanjše možno odstopanje od optimalne kadence, ki še vedno omogoča premagovanje potrebnega navora.

2 Konstrukcija krivulje poti

V tem poglavju predstavimo postopek konstrukcije poti, po kateri se bo kolesar premikal. Pri tem uporabimo tri različne metode za aproksimacijo poti:

1. zlepek polinomov tretje stopnje,
2. Bézierjeve krivulje,
3. B-zlepek.

Prva dva pristopa predstavljata osnovo za tretji pristop. Zlepek polinomov je zasnovan tako, da je krivulja zvezno odvedljiva in upošteva ključne točke poti. Ta pristop je sprejemljiv, vendar ima nekaj omejitev. Ena glavnih je, da funkcija ni nujno dvakrat zvezno odvedljiva, kar pomeni, da lahko pri reševanju diferencialnih enačb naletimo na negladke rešitve. Poleg tega je ta pristop časovno potraten, saj moramo zagotoviti zvezno odvedljivost krivulje.

Po drugi strani so Bézierjeve krivulje C^{n-1} zvezno odvedljive, kar zagotavlja gladkost rešitve diferencialnih enačb. Njihova izpeljava je enostavna, vendar so lahko rezultati manj natančni, saj Bézierjeve krivulje v splošnem upoštevajo le prvo in končno točko, da dosežejo čim bolj gladko krivuljo.

Metoda B-zlepka združuje prednosti obeh prejšnjih pristopov, saj krivulji zagotavlja C^{n-1} zvezno odvedljivost in na podlagi kontrolnih točk omogoča natančno prilagajanje poti. Zaradi njene kompleksnosti je včasih smiselno uporabiti eno izmed prejšnjih metod, saj zadošča že nižja stopnja natančnosti.

Naloga 1.1: Izberite pot, ki jo boste aproksimirali. Zanima vas le višina v vsaki točki; gibanje po osi x in y je zanemarljivo, saj lahko preprosto predpostavimo, da se v vsakem trenutku premikamo „naprej“.

Namig: Za ta del naloge lahko uporabite spletno stran Komoot, na katero vpišete začetno in končno točko poti. Spletna stran bo izrisala graf višine na dnu zaslona.

Rešitev: Za aproksimacijo smo izbrali pot med Žalcem in Domžalami [1], ki poteka skozi Trojane:

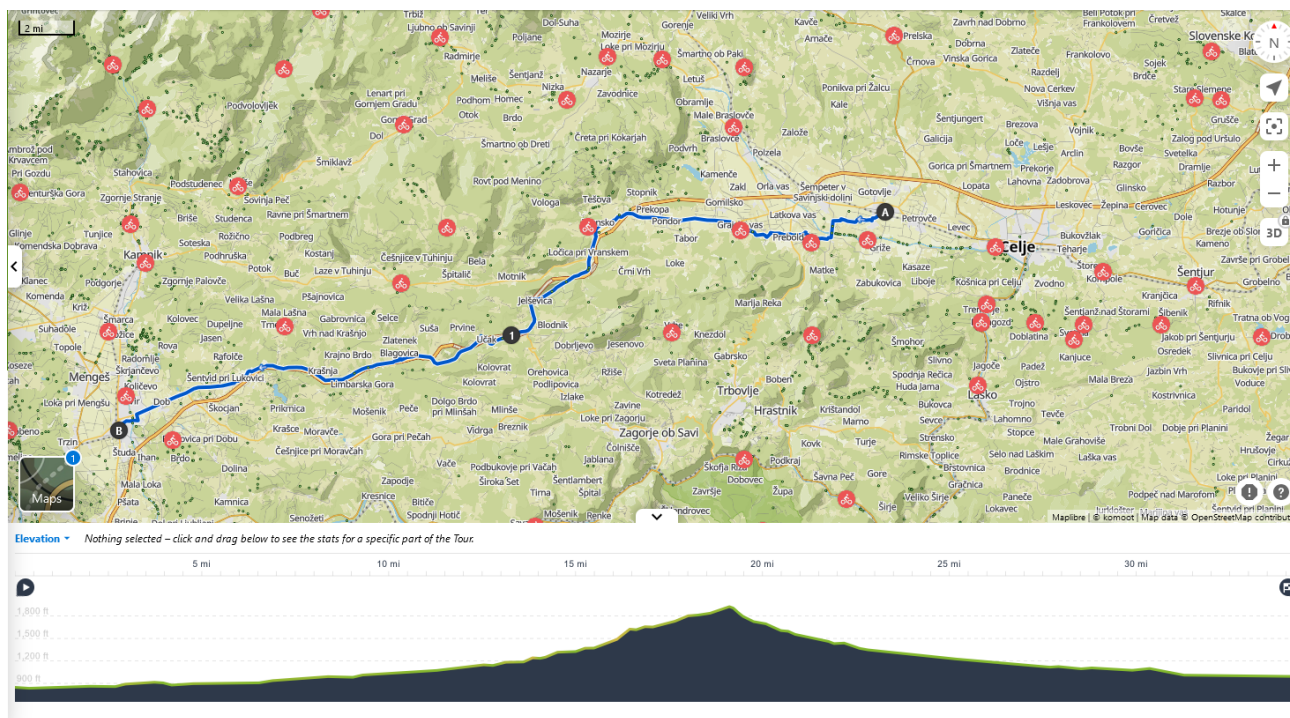
Naloga 1.2: Aproksimirajte krivuljo poti z uporabo polinomov tretjega reda.

Namig: Zlepek polinomov tretjega reda omogoča konstrukcijo poti, ki je zvezno odvedljiva na celotnem intervalu.

Rešitev: Za izračun smo izbrali ključne točke poti: ekstreme, začetek in konec poti ter nekaj vmesnih točk. Točke, ki jih bomo uporabili, so: $(0, 260)$, $(15000, 310)$, $(26500, 490)$, $(30800, 590)$, $(45000, 340)$, $(55200, 300)$, pri čemer x predstavlja prepotovano razdaljo, y pa nadmorsko višino.

Za prvi dve točki rešimo sistem enačb $[(x_1, y_1) = (0, 260)$ in $(x_2, y_2) = (15000, 310)]$:

$$\begin{cases} ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d = 260 \\ 3ax_1^2 + 2bx_1 + c = 0 \\ ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d = 310 \\ 3ax_2^2 + 2bx_2 + c = 0 \end{cases} = \begin{cases} d = 260 \\ c = 0 \\ b = \frac{150}{15000^2} \\ a = -\frac{100}{15000^3} \end{cases}$$



Slika 1: Graf poti, po kateri se gibamo.

Iz tega sistema enačb izpeljemo funkcijo $p_1(x) = -\frac{100}{15000^3}x^3 + \frac{150}{15000^2}x^2 + 260$, ki je definirana na intervalu $[0, 15000]$.

Podobno rešimo še za preostale krivulje, kar nam omogoči, da definiramo naslednjo funkcijo:

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{100}{15000^3}x^3 + \frac{150}{15000^2}x^2 + 260, & x \in [0, 15000] \\ -2,37 \times 10^{-11}x^3 + 1,47 \times 10^{-5}x^2 - 0,28x + 2027,6, & x \in [15000, 26500] \\ -2,52 \times 10^{-9}x^3 + 2,16 \times 10^{-4}x^2 - 6,16x + 58696,54, & x \in [26500, 30800] \\ 1,75 \times 10^{-10}x^3 - 1,99 \times 10^{-5}x^2 + 0,73x - 8040,66, & x \in [30800, 45000] \\ 7,54 \times 10^{-11}x^3 - 1,13 \times 10^{-5}x^2 + 0,56x - 8865,17, & x \in [45000, 55200] \end{cases}$$

Graf te funkcije prikazujemo na naslednji sliki:

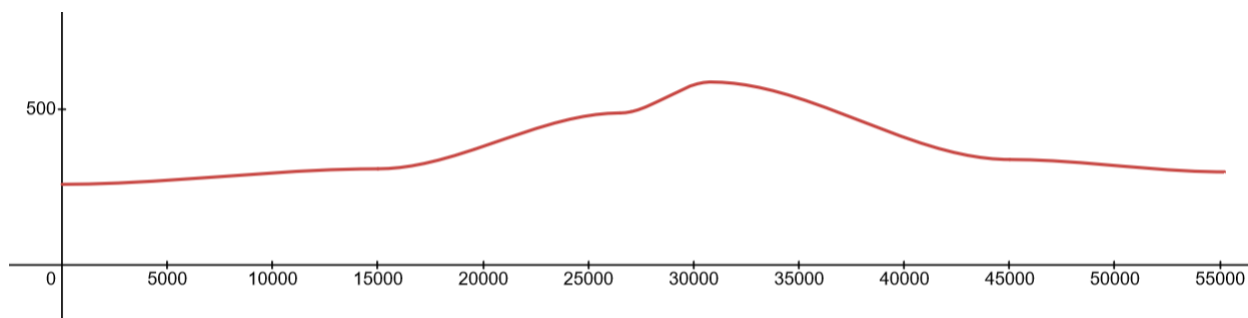
Naloga 1.3: Aproximirajte krivuljo poti s pomočjo **Bézierjevih krivulj**.

Namig: Uporabite grafični kalkulator, saj funkcija, odvisno od popravkov, lahko vsebuje več kot 50 členov.

Rešitev: Izbrano krivuljo smo razdelili na 26 odsekov.

$$\{(0, 260), (2500, 260), (5000, 270), \dots, (55200, 303)\}$$

Bézierjeve krivulje so parametrično definirane kot $B(t) = (x(t), y(t))$ na intervalu $t \in$

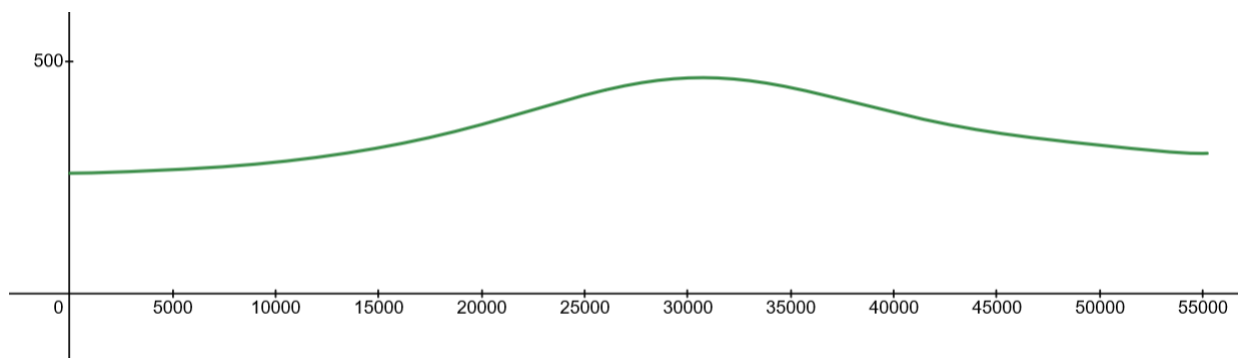


Slika 2: Vizualizacija polinomske krivulje [2].

$[0,1]$. Njihova natančna formula je podana z izrazom:

$$\mathcal{B}(t) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (1-t)^{n-k} t^k P_k,$$

pri čemer so P_k kontrolne točke. V našem primeru so točke P_k iz zgornjega nabora, kar zagotavlja, da bo $B(0) = 260$ in $B(55200) = 303$. Krivulja je prikazana z naslednjim grafom:



Slika 3: Vizualizacija Bézierjeve krivulje [3].

Opomba: Kot je razvidno, je krivulja nekoliko nenatančna. Njene največje vrednosti, ki bi morala preseči 500, ni mogoče doseči kljub prilagodbam kontrolnih točk, katerih namen je bil povečati višino na sredini poti.

Naloga 1.4: Aproximirajte krivuljo poti s pomočjo **B-zlepka**.

Namig: Priporočljivo je uporabiti Pythonov paket Numpy, saj je postopek računsko zahteven.

Rešitev: Uporabljene bodo iste kontrolne točke kot prej, torej $n = 26$. Poleg tega določimo k , ki opredeljuje stopnjo polinoma pri zlepku. Izbrana vrednost $k = 3$ zagotavlja $\mathcal{C}^2$ zvezno odvedljivost, kar je zadostno za naše potrebe.

Opomba: Pri višjih vrednostih k lahko zaradi omejenega števila kontrolnih točk pride do pretirane valovitosti krivulje, kar ni zaželeno.

Naslednji korak je priprava osnovnih elementov, potrebnih za konstrukcijo krivulje.

Vozliščni vektor: Ker so B-zlepki zleпки polinomov, je treba ugotoviti mesta stika med polinomi. Po krivulji bo tekel parameter u , ki je običajno definiran na intervalu $[0, 1]$. V našem primeru so kontrolne točke podane kot pari (x, y) in ker x narašča enolično, lahko uporabimo $[0, 55200]$ kot nadomestek za parameter u .

Da zagotovimo, da se krivulja začne v točki P_0 in konča v točki P_n , je treba prve in zadnje vrednosti vozliščnega vektorja ponoviti $k + 1$ -krat (temu se reče *ukleščanje* oz. po angleško *clamping*). Vozliščni vektor vsebuje $m + 1$ vozlišč, pri čemer je $m = n + k + 1$. V našem primeru je torej $m = 31$, pri čemer ostane $31 - 2(k + 1) = 23$ vmesnih vozlišč. Vozlišča lahko razporedimo poljubno, vendar moramo upoštevati, da delujejo kot **atraktorji**. To pomeni, da lahko za natančnejši graf okoli kritičnih točk (npr. pri 30800, pri čemer je vrh grafa) nakopičimo več vrednosti. Primer možnega vozliščnega vektorja:

$$t = [0, 0, 0, 0, 2500, 5000, 7500, \dots, 49000, 51500, 55200, 55200, 55200, 55200]$$

V naslednjem koraku moramo izračunati bazne funkcije, kar lahko izvedemo rekurzivno s pomočjo Cox–de Boorove formule:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & \text{če } t_i \leq u \leq t_{i+1}, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

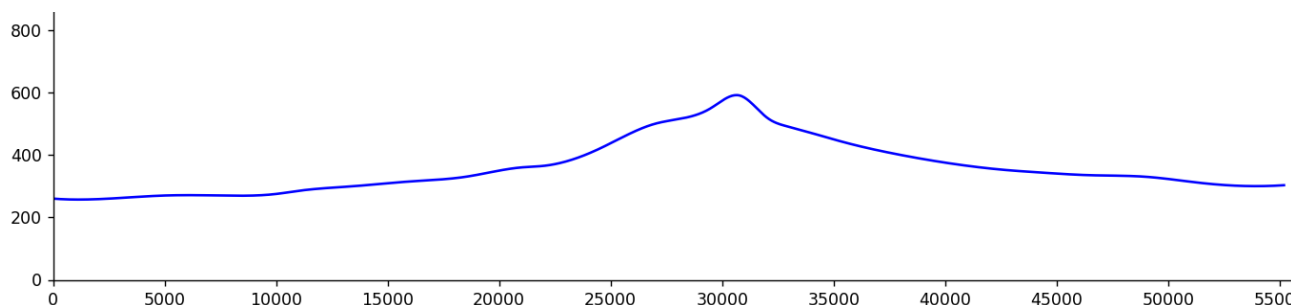
Za višje stopnje pa velja:

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k} - t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k+1} - u}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u).$$

Končna funkcija krivulje je podana kot:

$$C(u) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,k}(u) \cdot P_i.$$

Za izračun te funkcije uporabimo programsko kodo, saj je ročno računanje preveč dolgotrajno.



Slika 4: Vizualizacija B-zlepka krivulje.

Koda

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Kontrolne tocke
5 control_points = np.array([[0, 260], [2500, 260], [5000, 270], [7500, 270],
6                             [10000, 275], [11000, 285], [13500, 300], [16000, 315], [18500, 330],
7                             [21000, 360], [22000, 365], [24500, 420], [27000, 500], [29500, 550],
8                             [30800, 590], [32000, 520], [33000, 490], [35500, 440], [38000, 400],
9                             [40500, 370], [43000, 350], [44000, 345], [46500, 335], [49000, 330],
10                            [51500, 310], [54000, 300], [55200, 303]])
11
12 # Locimo x in y koordinate kontrolnih tock
13 x_points = control_points[:, 0]
14 y_points = control_points[:, 1]
15
16 # Dolocimo parametre
17 n = len(control_points) - 1 # Stevilo kontrolnih tock minus 1
18 k = 3 # Red B-zlepka (k=3 za kubicni B-zlepki)
19
20 # Generiranje (uklescenega) vozliscnega vektorja
21 t = [0] * (k + 1) + list(np.linspace(x_points[1], x_points[-2], n - k)) + [
22     x_points[-1]] * (k + 1)
23 t = np.array(t)
24
25 # Cox-de Boorova formula za bazne funkcije
26 def basis_function(i, k, u, t):
27     if k == 0: # Linearna funkcija
28         return 1.0 if t[i] <= u < t[i + 1] else 0.0
29     else:
30         # Rekurzivni del
31         left = ((u - t[i]) / (t[i + k] - t[i]) * basis_function(i, k - 1, u,
32             t)
33             if t[i + k] != t[i] else 0.0)
34         right = ((t[i + k + 1] - u) / (t[i + k + 1] - t[i + 1]) *
35             basis_function(i + 1, k - 1, u, t)
36             if t[i + k + 1] != t[i + 1] else 0.0)
37         return left + right
38
39 # Izracun tocke na B-zlepki krivulji
40 def b_spline_curve(u, control_points, k, t):
41     n = len(control_points) - 1
42     result_x = 0
43     result_y = 0
44     for i in range(n + 1):
45         coeff = basis_function(i, k, u, t)
46         result_x += coeff * control_points[i][0]
47         result_y += coeff * control_points[i][1]
48     return np.array([result_x, result_y])
49
50 # Izracun za vrednosti u v intervalu [0, 55200]
51 u_values = np.linspace(0, 55200, 1000)
52 curve_points = np.array([b_spline_curve(u, control_points, k, t) for u in
53     u_values])
54
55 # Prikaz rezultatov
56 plt.plot(curve_points[:, 0], curve_points[:, 1], label="B-spline Curve")
57 plt.scatter(x_points, y_points, color='red', label="Control Points")
58 plt.title("B-spline Approximation of Path")
59 plt.xlabel("x")

```

```

51 plt.ylabel("y")
52 plt.legend()
53 plt.show()

```

3 Sile pri kolesarjenju

V tem razdelku opisujemo sile, ki delujejo na kolesarja, njihove formule in pretvorbo v funkcijo, odvisno od poti. V nadaljevanju izboljšamo natančnost problema z vključitvijo dodatnih parametrov, kot so prestave, kadenca in navor.

Naloga 2.1: Identificirajte sile, ki delujejo na kolesarja, in zapišite njihove matematične izraze.

Namig: Na kolo med vožnjo vplivajo sila kolesarja, sila zračnega upora, sila kotalnega upora in sila gravitacije.

Rešitev:

1. Sila kolesarja:

$$F_k = \frac{P}{v}$$

2. Sila zračnega upora:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A$$

3. Sila kotalnega upora:

$$F_{rr} = C_{rr} mg \cos(\vartheta)$$

4. Sila gravitacije:

$$F_g = mg \sin(\vartheta)$$

Pri tem so:

- P – moč, ki jo kolesar generira pri vrtenju pedalov
- C_d – koeficient zračnega upora,
- C_{rr} – koeficient kotalnega upora,
- A – presečna površina kolesarja,
- v – hitrost kolesarja,
- ρ – gostota zraka,
- m – masa kolesarja,
- g – gravitacijska konstanta,
- ϑ – kot klanca (naklon poti).

Naloga 2.2: Predpostavimo, da kolesar in kolo skupaj tehtata 75 kg in da kolesar premore moč 250 W [4]. Na podlagi teh predpostavk:

- a) Poiščite podatke, potrebne za izračun sil, ki delujejo na kolesarja, če ta vozi v aerodinamični drži (po angleško „back down“). Izračun hitrosti in naklona lahko izpustite.

- b) Zapišite izraz za kot klanca glede na funkcijo poti iz prejšnje naloge.
 c) Zapišite integral za izračun količine energije, porabljene na tej poti.

Namig: Uporabite ustrezne vire za pridobitev potrebnih podatkov.

Rešitev (a): Površino preseka bomo vzeli iz članka [5], $A = 0,339$, $C_d = 0,655$.

Gostota zraka (ρ) in gravitacijska konstanta (g) sta znani konstanti: $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ in $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Koeficient kotalnega upora (C_{rr}) je v splošnem zelo nizek, odvisen od vrste podlage in značilnosti pnevmatik [6]. Na podlagi ocen, ki se gibljejo med 0,002 in 0,005, bomo uporabili srednjo vrednost $C_{rr} = 0,0035$.

Rešitev (b): Naklon poti določimo kot arcus tangens prvega odvoda funkcije poti $p(x)$. Izraz za kot klanca je torej:

$$\vartheta(x) = \arctan(p'(x)).$$

Rešitev (c): Energijo, porabljeno na poti, izračunamo z izrazom $E = Pt$, pri čemer je $P = 250 \text{ W}$ (konstantna moč kolesarja). Čas vožnje (t) izračunamo z integracijo obratne hitrosti:

$$t = \int_{x_0}^{x_k} \frac{dx}{v(x)}.$$

Meje integracije so začetna ($x_0 = 0 \text{ m}$) in končna ($x_k = 55200 \text{ m}$) pozicija na poti, moč je, kot omenjeno prej, $P = 250 \text{ W}$. Energija, porabljena med vožnjo, je torej:

$$E = 250 \cdot \int_0^{55200} \frac{dx}{v(x)}.$$

4 Dinamična hitrost

V prejšnjem poglavju se nismo ukvarjali z neposrednim izračunom hitrosti, saj analiza te količine zahteva povsem drugačen pristop. Čeprav smo zapisali več enačb, ki opisujejo sile, delujoče na sistem, te ne omogočajo neposrednega izračuna hitrosti. Tudi v primeru, da bi lahko oblikovali relacijo med hitrostjo in drugimi spremenljivkami, ta ne bi dala natančnih rezultatov.

Glavni razlog za to je, da je hitrost **dinamična** spremenljivka, ki se spreminja s časom. Med gibanjem se hitrost kolesarja povečuje ali zmanjšuje glede na delovanje različnih sil, kot so zračni upor, gravitacija, kotalni upor in moč kolesarja. Za ustrezno modeliranje hitrosti je zato treba spremljati spremembe pospeška v času potovanja.

Za reševanje tega problema uporabimo pristop z diferencialnimi enačbami, ki vzpostavijo relacijo med hitrostjo, njenimi spremembami in silami, ki vplivajo na sistem. Na ta način lahko določimo hitrost v posameznih točkah poti na podlagi preteklih vrednosti in interakcij vseh relevantnih dejavnikov.

Naloga 3.1: Določite elemente, ki tvorijo diferencialno enačbo.

Namig: Raziščite vse sile, ki vplivajo na izgubo ali pridobitev hitrosti med dvema trenutkoma.

Rešitev: Elementi, ki vplivajo na diferencialno enačbo, so: F_g, F_{rr}, F_d, P, v .

Naloga 3.2: Zapišite diferencialno enačbo za hitrost.

Namig: Negativni členi predstavljajo zaviralne sile, pozitivni pa sile, ki pospešujejo gibanje.

Rešitev: S pomočjo 2. Newtonovega zakona $F = ma$, oz. $F = m \frac{dv}{dt}$, bomo zapisali relacijo med hitrostjo, spremembo hitrosti ter silami.

Vsota vseh sil je podana kot:

$$F = \frac{P}{v} - (F_g + F_d + F_{rr}),$$

kar vodi do diferencialne enačbe:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P}{v} - F_d(v) - (F_g + F_{rr}).$$

Za poenostavitev iz F_d izpostavimo v^2 , kar daje:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left(\frac{P}{v} - F'_d v^2 - (F_g + F_{rr}) \right),$$

pri čemer je $F'_d = \frac{F_d}{v^2}$. Nadaljnja preoblikovanja vodijo do:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m \cdot v} (P - (F_g + F_{rr})v - F'_d v^3).$$

Ker podatki temeljijo na razdalji, ne na času, izraz $\frac{dv}{dt}$ pretvorimo v $\frac{dv}{dx}$ z verižnim pravilom:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v(x).$$

S tem dobimo:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{m \cdot v(x)^2} (P - (F_g + F_{rr})v(x) - F'_d v^3).$$

Z uvedbo oznak $A = \frac{P}{m}$, $B = \frac{F_g + F_{rr}}{m}$, $C = \frac{F'_d}{m}$ je diferencialna enačba zapisana kot:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{A - B(x)v(x) - Cv(x)^3}{v(x)^2}.$$

Naloga 3.3: Rešite diferencialno enačbo.

Namig: Enačbe ni mogoče rešiti analitično.

Rešitev: Ker analitična rešitev ni mogoča, moramo uporabiti numerično metodo. Uporabili bomo Runge-Kuttovo metodo, natančneje njeno različico RK45.

Metoda RK45 temelji na izračunu aproksimacij 4. in 5. reda za naslednjo točko:

- **Prvi naklon** (k_1): Ocena naklona na začetku intervala:

$$k_1 = h \cdot f(x_n, y_n).$$

- **Preostali nakloni** ($k_2, \dots, k_6$): Ocene naklonov na različnih vmesnih točkah:

$$k_s = h \cdot f \left(x_n + c_s h, y_n + \sum_{i=1}^{s-1} a_{si} k_i \right).$$

Aproksimacije 4. in 5. reda izračunamo kot:

$$y_{n+1}^{(4)} = y_n + \sum_{i=1}^6 b_i^{(4)} k_i,$$

$$y_{n+1}^{(5)} = y_n + \sum_{i=1}^6 b_i^{(5)} k_i.$$

Uteži c_k , a_{ki} , $b_i^{(4)}$ in $b_i^{(5)}$ so podane v **Butcherjevi tabeli**:

c_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1s}
c_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2s}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
c_s	a_{s1}	a_{s2}	$\cdots$	a_{ss}
	$b_1^{(4)}$	$b_2^{(4)}$	$\cdots$	$b_s^{(4)}$
	$b_1^{(5)}$	$b_2^{(5)}$	$\cdots$	$b_s^{(5)}$

Če je napaka $|y_{n+1}^{(5)} - y_{n+1}^{(4)}|$ večja od tolerance, zmanjšamo korak h in ponovimo izračun.

Koda

```

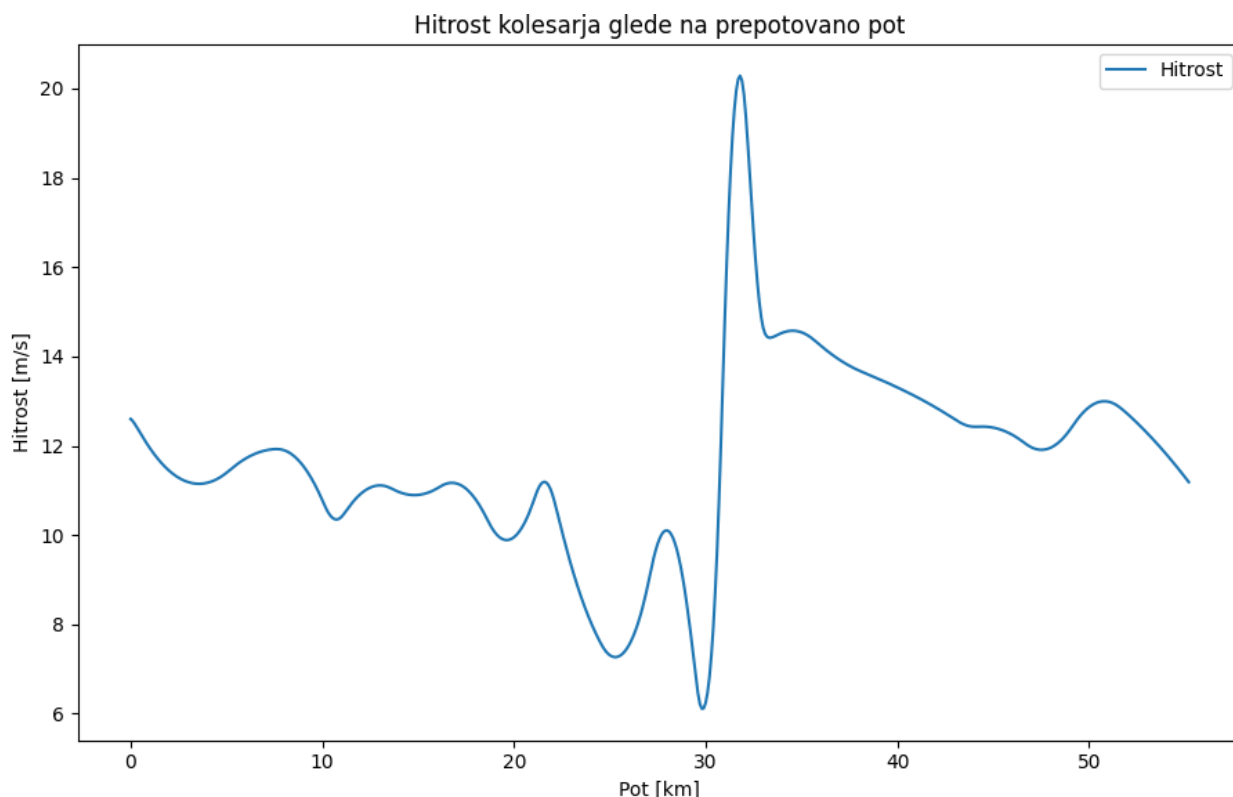
1 # Funkcija za diferencialno enacbo dv/dx
2 def dv_dx(x, v):
3     A_term = P / m
4     F_g = m * g * np.sin(theta(x))
5     F_rr = 0.0035 * m * g * np.cos(theta(x))
6     B_term = F_g + F_rr
7     C_term = (1 / (2 * m)) * rho * C_d * A
8     return (A_term - B_term * v - C_term * v ** 3) / v ** 2
9
10 # RK45 parametri (Butcherjeva tabela)
11 c = [0, 1 / 4, 3 / 8, 12 / 13, 1, 1 / 2]
12 a = [
13     [],
14     [1 / 4],
15     [3 / 32, 9 / 32],
16     [1932 / 2197, -7200 / 2197, 7296 / 2197],
17     [439 / 216, -8, 3680 / 513, -845 / 4104],
18     [-8 / 27, 2, -3544 / 2565, 1859 / 4104, -11 / 40]
19 ]
20 b4 = [25 / 216, 0, 1408 / 2565, 2197 / 4104, -1 / 5, 0]
21 b5 = [16 / 135, 0, 6656 / 12825, 28561 / 56430, -9 / 50, 2 / 55]
22
23
24 # Implementacija metode RK45
25 def runge_kutta_fehlberg(f, x0, v0, xf, tol):

```

```

26     x = x0
27     v = v0
28     h = 1 # Zacetni korak
29     x_values = [x]
30     v_values = [v]
31
32     while x < xf:
33         if x + h > xf:
34             h = xf - x
35
36         # Izracun k1, k2, ..., k6
37         k = [0] * 6
38         k[0] = h * f(x, v)
39         for i in range(1, 6):
40             v_temp = v + sum(a[i][j] * k[j] for j in range(i))
41             x_temp = x + c[i] * h
42             k[i] = h * f(x_temp, v_temp)
43
44         # Aproksimacije 4. in 5. reda
45         v4 = v + sum(b4[i] * k[i] for i in range(6))
46         v5 = v + sum(b5[i] * k[i] for i in range(6))
47
48         # Napaka
49         error = abs(v5 - v4)
50
51         # Prilagoditev koraka
52         if error <= tol:
53             x += h
54             v = v5
55             x_values.append(x)
56             v_values.append(v)
57             h = h * min(2, max(0.1, 0.84 * (tol / error) ** 0.25)) #
            Prilagoditev koraka
58
59     return np.array(x_values), np.array(v_values)
60
61
62 # Zacetni pogoji
63 v0 = 5.63 # Zacetna hitrost v m/s
64 x0 = 0 # Zacetna pozicija
65 xf = 55200 # Koncna pozicija
66 tol = 1e-5 # Toleranca
67
68 # Izracun s pomocjo metode RK45
69 x_vals, v_vals = runge_kutta_fehlberg(dv_dx, x0, v0, xf, tol)
70
71 # Prikaz rezultatov
72 plt.figure(figsize=(10, 6))
73
74 # Prikaz hitrosti
75 plt.plot(x_vals / 1000, v_vals, label='Hitrost')
76 plt.xlabel("Pot [km]")
77 plt.ylabel("Hitrost [m/s]")
78 plt.title("Hitrost kolesarja glede na prepotovano pot")
79
80 plt.tight_layout()
81 plt.show()

```



Slika 5: Rešitev diferencialne enačbe za hitrost v odvisnosti od pozicije z uporabo RK45.

5 Prestave

Kot smo omenili v uvodu, je glavni namen tega članka proučiti, kako izbrati optimalno prestavo v določenem trenutku. V tem poglavju analiziramo vpliv prestav na celoten sistem. Začnemo z razčlenitvijo hitrosti na posamezne komponente in upoštevanjem vloge prestav.

Naloga 4.1: Poiščite fizikalne enačbe, ki omogočajo razčlenitev hitrosti na komponente, vključno s prestavami.

Namig: Razmislite o vlogi prestav pri prenosu moči in gibanja ter upoštevajte navor pri preračunavanju hitrosti.

Rešitev: Za izhodišče predpostavljamo konstantno moč, usmerjeno v premikanje kolesa. Pot prenosa moči na kolo lahko razložimo z uporabo navora, ki ga definirajo naslednje enačbe:

1. $P = \tau \cdot \omega_{pedala},$
2. $\tau = F \cdot r.$

Pri tem so:

- ω_{pedala} – kotna hitrost pedalov $[rad/s]$,
- r – dolžina ročice pedala (razdalja med osjo vrtišča in točko delovanja sile),

- F – sila, s katero kolesar pritiska na pedale,
- τ – navor $[Nm]$.

Ker je ročica pedala pravokotna na os vrtilišča, lahko enačbo za navor poenostavimo:

$$\tau = F \cdot r.$$

Nato analiziramo prestavna razmerja, ki določajo razmerje med kotno hitrostjo pedalov in kolesa. Če prestavno razmerje G znaša 2, pomeni, da ena rotacija pedalov povzroči dve rotaciji zadnjega kolesa. Prestavno razmerje je podano kot:

$$G = \frac{\omega_{kolesa}}{\omega_{pedala}} = \frac{k}{p},$$

pri čemer sta k in p število zob na zadnjem in sprednjem zobniku.

Hitrost kolesa lahko izrazimo s kotno hitrostjo zadnjega kolesa ω_{kolesa} in polmera kolesa R :

$$v = \omega_{kolesa} \cdot R.$$

Z upoštevanjem prestavnega razmerja G lahko hitrost preuredimo v odvisnosti od kotne hitrosti pedalov:

$$v = G \cdot R \cdot \omega_{pedala}.$$

Naloga 4.2: Zberite podatke za prestave na kolesu.

Namig: Raziščite tipično konfiguracijo prestav pri cestnih kolesih.

Rešitev: Kolesa običajno uporabljajo dva zobnika: sprednjega in zadnjega. Za cestna kolesa je značilna konfiguracija sprednjih zobnikov 53/39 zob, medtem ko zadnji zobniki pogosto vključujejo:

11, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28 zob.

Naloga 4.3: Zapišite novo diferencialno enačbo, ki vključuje prestavno razmerje.

Namig: Uporabite zgoraj predstavljene formule za moč, hitrost in prestavna razmerja.

Rešitev: Iz prejšnje oblike diferencialne enačbe:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{m \cdot v(x)^2} (P - (F_g + F_{rr})v(x) - F'_d v(x)^3),$$

upoštevamo razmerje med močjo, hitrostjo in prestavnim razmerjem. Moč P izrazimo v odvisnosti od navora τ in prestavnega razmerja G :

$$P = \tau \cdot \omega_{pedala} = \frac{\tau \cdot v}{G \cdot R}.$$

Ta izraz za moč vstavimo v diferencialno enačbo:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{m \cdot v(x)^2} \left(\frac{\tau \cdot v(x)}{G \cdot R} - (F_g + F_{rr})v(x) - F'_d v(x)^3 \right).$$

Poenostavljena oblika nove diferencialne enačbe je:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{m \cdot v(x)} \left(\frac{\tau}{G \cdot R} - (F_g + F_{rr}) - F'_d v(x)^2 \right).$$

6 Optimizacija vožnje

Naloga 5.1: Izpeljite formulo za kadenco, tj. število vrtljajev na minuto (RPM), ki jih opravijo pedali.

Namig: Kadenco (N) definiramo kot število vrtljajev pedalov na minuto. Zgornje formule so zadostne za izpeljavo.

Rešitev: Upoštevamo naslednje:

- en vrtljaj pedala ustreza kotnemu premiku 2π radianov,
- sekunde pretvorimo v minute z množenjem s 60.

Iz tega sledi:

$$N = \frac{60 \cdot \omega_{pedala}}{2\pi}.$$

Z uporabo formule $\omega_{pedala} = \frac{v}{G \cdot R}$ (kotna hitrost pedalov, odvisna od hitrosti v , prestavnega razmerja G in polmera R) kadenco izrazimo kot:

$$N = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{v}{G \cdot R}.$$

Naloga 5.2: Povežite moč, kadenco in navor v enačbi.

Namig: Povezava je podana z enačbama za moč in kotno hitrost pedalov.

Rešitev: Za povezavo moči, kadence in navora uporabimo enačbi:

- $P = \tau \cdot \omega_{pedala}$, pri čemer je P moč, τ navor in ω_{pedala} kotna hitrost pedalov.
- $N = \frac{60 \cdot \omega_{pedala}}{2\pi}$, pri čemer je N kadenca (RPM).

Izraz za ω_{pedala} iz kadence vstavimo v formulo za moč:

$$P = \tau \cdot \frac{2\pi N}{60}.$$

Ker je moč (P) konstantna, lahko izpeljemo relacijo med kadenco (N) in navorom (τ):

$$\tau \cdot N = \frac{60 \cdot P}{2\pi}.$$

Za $P = 250$ W je konstantni produkt navora in kadence podan s formulo:

$$\tau \cdot N = \frac{60 \cdot 250}{2\pi} = \frac{7500}{\pi}.$$

Opomba: S tem smo izrazili biomehansko moč kolesarja.

Naloga 5.3: Izračunajte optimalno kadenco in izpeljite formule za preverjanje, ali je fizično mogoče doseči to kadenco v določenem trenutku.

Namig: Uporabite diferencialno enačbo in podatke o optimalni kadenci. Premislite, koliko je lahko navor v danem trenutku.

Rešitev: Optimalna kadenca za kolesarje je običajno med 80 in 90 RPM [7]. Želeni razpon kadenca bomo uporabili za optimizacijo hitrosti in preverjanje izvedljivosti vožnje.

Za preverjanje, ali je mogoče doseči optimalno kadenco, upoštevamo meje navora (τ). Navor izračunamo z enačbo:

$$\tau = F \cdot r,$$

pri čemer je F sila, ki jo kolesar izvaja na pedale, in r dolžina ročice (pedala). Pri analizi upoštevamo, da je zračni upor (F_d) odvisen od hitrosti. Ker trenutne hitrosti še ne poznamo, za izračun uporabimo hitrost iz prejšnjega trenutka:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho v_{\text{prejšnji}}^2 C_d A.$$

Za omejitve navora uporabimo:

$$\tau_{max} = \frac{7500}{N \cdot \pi}.$$

Če želimo zagotoviti, da kadenca ostane v optimalnem razponu ($80 \leq N \leq 90$ RPM), izračunamo ustrezne vrednosti za τ_{min} in τ_{max} :

$$\tau_{min} = (F_g + F_{rr} + F_d) \cdot r, \quad \tau_{max} = \frac{7500}{N \cdot \pi}.$$

V teh mejah mora biti navor zadosten za premagovanje zunanjih sil (F_g , F_{rr} , F_d) in zagotavljanje gladkega gibanja. Če je F premajhen ali τ_{max} prenizek, optimalne kadenca ni mogoče doseči.

Naloga 5.4: Razmislite, kako vključiti prosti tek ob upoštevanju, da je zgornja meja optimalne kadenca 90 RPM.

Namig: Analizirajte kadenco v do sedaj obravnavanih enačbah, ko se peljete navzdol po hribu.

Rešitev: Pri spustu po hribu hitrost narašča zaradi vpliva gravitacije, kar poveča skupno hitrost sistema. Kadenca (N), ki je povezana s hitrostjo preko enačbe:

$$N = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{v}{G \cdot R},$$

se prav tako povečuje. Če kadenca preseže zgornjo mejo optimalnega razpona (90 RPM), bo kolesar prestavil v višjo prestavo, da zmanjša kadenco, ali prešel v prosti tek in pedalov ne bo poganjal ($P = 0$).

Hitrost v prostem teku izračunamo z diferencialno enačbo:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{m \cdot v(x)} (F_g + F_{rr} - F_d).$$

Če hitrost, izračunana s to enačbo, vodi do kadenca, ki presega 90 RPM tudi pri najvišji prestavi, kolesar nadaljuje vožnjo v prostem teku. Hitrost v prostem teku je tako določena z zgornjo diferencialno enačbo.

Naloga 5.5: Razvijte algoritem za reševanje optimizacijskega problema.

Namig: Združite vse izpeljane enačbe in postopke v algoritemski zapis.

Algoritem:

1. Nastavimo fizikalne konstante in začetne pogoje (mase, sile, prestave, tolerance ipd.).
2. Interval $[x_0, x_k]$ razdelimo na enakomerne delčke dolžine dx in po njih iteriramo. Za vsak x_i :

- (a) Izračunamo naklon:

$$\theta(x_i) = \arctan(p'(x_i)).$$

- (b) Če je $\theta(x_i) < 0$ (spust):

- i. Rešimo diferencialno enačbo za hitrost v prostem teku:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{m \cdot v(x)} (F_g + F_{rr} - F_d).$$

- ii. Izračunamo kadenco:

$$N = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{v}{G_{\min} \cdot R}.$$

- iii. Če je $N > 90$, zapišemo rešitev v obliki prostega teka:

$$(G_{\min}, \tau_{\max}, 0, v).$$

- iv. Sicer preidemo na naslednjo možnost (glej točko (c)).

- (c) Če je $\theta(x_i) \geq 0$ ali $N \leq 90$ (vožnja s pogonom):

- i. Izračunamo sile $F_g(x_i)$ in $F_{rr}(x_i)$.
- ii. Nastavimo optimalno kadenco $\xi_{\text{opt}} = 85$ z dovoljeno toleranco ± 5 .
- iii. Izračunamo meje navora $\tau_{\min}$ in $\tau_{\max}$.
- iv. Če velja $\tau_{\min} > \tau_{\max}$, zmanjšamo ξ_{opt} za 10 RPM in se vrnemo na točko (iii).
- v. Za vsako kombinacijo

$$G \in \{39, 53\} \times \{11, \dots, 28\}, \quad \tau_j \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}],$$

rešimo diferencialno enačbo za hitrost:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{m \cdot v(x)} \left(\frac{\tau_j}{G \cdot r} - (F_g + F_{rr}) - F'_d v^2 \right),$$

izračunamo kadenco

$$N = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{v}{G \cdot R}$$

in če $N \in [\xi_{\text{opt}} - 5, \xi_{\text{opt}} + 5]$ ter $v > v_{\text{trenutna}}$, zabeležimo rešitev v obliki:

$$(G, \tau_j, N, v).$$

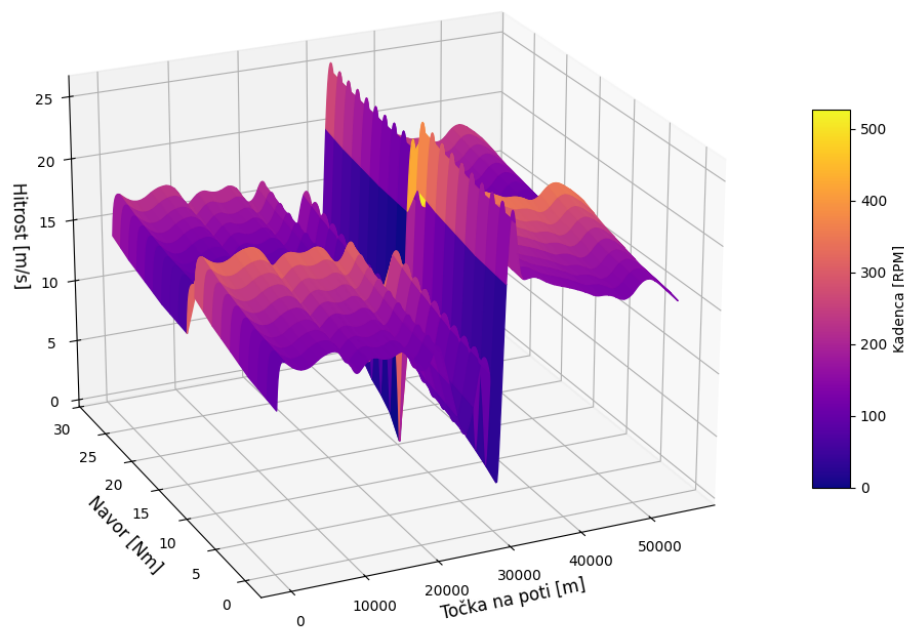
Naloga 5.6: Izrišite grafe:

- $v_{\text{opt}}(x, \tau)$ – graf optimalne hitrosti v odvisnosti od položaja x in navora τ ; uporabite barvno lestvico za prikaz kadence ali prestavnega razmerja.
- $v_{\text{opt}}(x)$, $G(x)$, $\tau(x)$ in $N(x)$ – grafi, ki prikazujejo optimalne vrednosti hitrosti, prestavnega razmerja, navora in kadence glede na položaj.

Prav tako izračunajte:

- čas trajanja poti pri optimalni hitrosti,
- povprečno hitrost vožnje v km/h.

Rešitev:

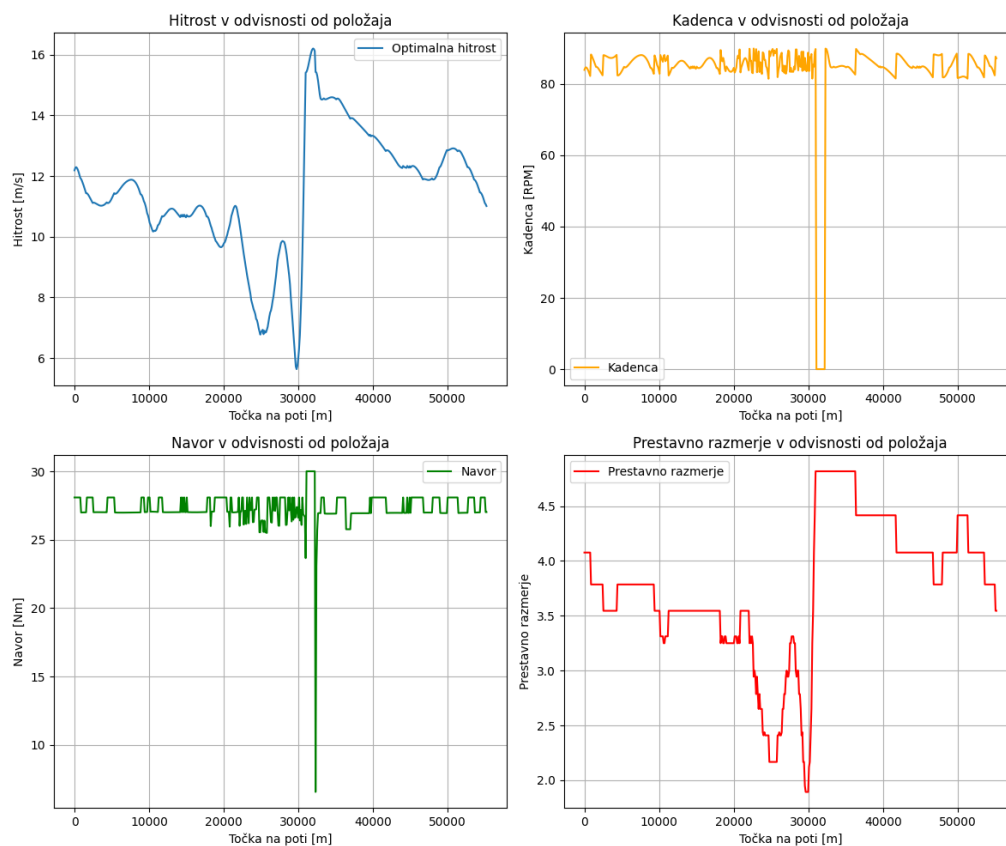


Slika 6: Graf $v_{\text{opt}}(x, \tau)$.

Opomba: Grafi niso popolnoma natančni, saj bi zahtevali zvezno spreminjanje navora, kar v kodi ni praktično izvedljivo. Izboljšave vključujejo optimizacijo preverjenih navorov, razdelitev prestavnih razmerij na tista za vzpon in spust ter predhodno izračunane rešitve diferencialnih enačb. Te prilagoditve bi izboljšale natančnost in optimizirale delovanje algoritma, vendar bi zaradi večje količine podatkov in kompleksnosti izračunov povečale časovno zahtevnost algoritma.

Literatura

- [1] L. Rus, Pot gibanja, *Komoot*, 2024. URL: <https://www.komoot.com/tour/1986522894> (dostopano 17. 12. 2024).
- [2] L. Rus, Vizualizacija poti z uporabo polinomskih funkcij, *Desmos*, 2024. URL: <https://www.desmos.com/calculator/wrilia4d7u> (dostopano 17. 12. 2024).



Slika 7: Grafi za optimalno hitrost in spremljajoče parametre pri upoštevanju fizioloških omejitev.

Skupni čas za prepotovanje poti je: 1 ur in 23 minut.
 Skupna razdalja je: 55.20 km.
 Povprečna hitrost je: 39.82 km/h.

Slika 8: Čas in povprečna hitrost na poti.

- [3] L. Rus, Vizualizacija poti z uporabo Bézierjevih krivulj, *Desmos*, 2024. URL: <https://www.desmos.com/calculator/ca5zf5uu3e> (dostopano 17. 12. 2024).
- [4] S. Vogt, L. Heinrich, Y. O. Schumacher, A. Blum, K. Roecker, H.-H. Dickhuth and A. Schmid, Power output during stage racing in professional road cycling, *Medicine & Science in Sports & Exercise* **38** (2006), no. 1, 147–151. URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/16394967/> (dostopano 17. 12. 2024).
- [5] B. Blocken, T. van Druenen, Y. Toparlar and T. Andrianne, CFD analysis of an exceptional cyclist sprint position, *Sports Engineering* **22** (2019). DOI: 10.1007/s12283-019-0304-7. URL: https://www.researchgate.net/figure/Frontal-area-drag-coefficient-and-drag-area-for-the-five-cyclist-positions_tbl1_331366310 (dostopano 17. 12. 2024).
- [6] W. J. M. Steyn and J. Warnich, Comparison of tyre rolling resistance for different bike tyre diameters and surface conditions, *Journal for Research in Sport, Physical Education and Recreation* **36** (2014), no. 2, 179–193. URL: https://www.researchgate.net/publication/279323381_Comparison_of_tyre_rolling_resistance_for_different_mountain_bike_tyre_diameters_and_su (dostopano 17. 12. 2024).
- [7] R. Reed, P. Scarf, S. A. Jobson and L. Passfield, Determining optimal cadence for an individual road cyclist from field data, *European Journal of Sport Science* **16** (2016), no. 8, 903–911. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC4989856/> (dostopano 17. 12. 2024).

Zgodnji učinki fitofarmacevtskega pripravka modra galica ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) na rast, razvoj in fiziološki odziv ozkolistnega košca (*Berula erecta*, Huds. Coville)

Early effects of the phytopharmaceutical preparation plant protection product Blue Vitriol ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) on the growth, development and physiological response of lesser water-parsnip (*Berula erecta*, Huds. Coville)

Terezija Ciringer¹, Saška Berlič¹, Val Nežmah¹, Matija Žižek¹, Tinkara Rudež¹,
Petra Peranić¹, Jana Ambrožič-Dolinšek^{1,2}

¹Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

²Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

V sistemih pridelovanja hrane se za zaščito rastlin pred bakterijskimi in glivičnimi boleznimi pogosto uporablja bakrov pripravek v obliki modre galice ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$). Čeprav je baker (Cu) naravno prisoten element in esencialen mikroelement, se lahko kopiči v tleh in v organizmih ter deluje fitotoksično. V študiji smo raziskali učinek modre galice ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) in uravnavanja njene pH vrednosti na makrofitsko rastlino *Berula erecta* v tkivni kulturi. Rastline na MS gojišču *in vitro* smo izpostavili različnim koncentracijam $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ (0; 3,75; 7,5 in 15 mg L⁻¹), pri čemer smo pH vrednost uravnavali s KOH ali z NaOH. Uporabljene koncentracije $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ v treh tednih poskusa niso zavrle rasti, suhe mase, števila stolonov in brstov ter višine poganjkov in niso vplivale na fotokemično učinkovitost fotosistemov. Suha masa se je celo značilno povečala rastlinam, izpostavljenim najvišjim odmerkom CuSO_4 . Zaviralni učinek Cu se je v prvih treh tednih izpostavljenosti značilno izrazil pri vsebnosti fotosinteznih pigmentov, klorofilu *a* in *b*, na vseh uporabljenih koncentracijah, najizraziteje pri najvišji 15 mg L⁻¹ koncentraciji, pri čemer se je značilno zmanjšala vsebnost karotenoidov in antocianinov. V diskusiji smo predstavili možno uporabo makrofita *B. erecta* za razstrupljanje z bakrom onesnaženih vodnih okolij.

Ključne besede: bakrov sulfat, modra galica, Berula erecta, fungicid, tkivne kulture

Abstract

In food production, copper in the form of blue vitriol ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) is often used to protect plants against bacterial and fungal diseases. Although copper (Cu) is a naturally occurring element and an essential trace element, it can accumulate in soils and organisms and is phytotoxic. In this study, we investigated the effect of copper sulphate ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) and its pH regulation on the macrophytic plant *Berula erecta* in tissue culture. Plants on MS medium were exposed *in vitro* to different concentrations of $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ (0; 3.75; 7.5 and 15 mg L⁻¹) and the pH was adjusted with KOH or NaOH. The concentrations of $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ used did not inhibit growth, dry weight, number of stolons and buds, or shoot height, and had no effect on the photochemical efficiency of the photosystems during the three weeks of the experiment. The inhibitory effect of Cu was significantly evident in the photosynthetic pigment contents, chlorophyll *a* and *b*, at all concentrations used during the first three weeks of exposure, and most strongly at the highest concentration of 15 mg L⁻¹, with a significant decrease in carotenoids and anthocyanins. In the discussion, the possible use of the macrophyte *B. erecta* for the detoxification of Cu-contaminated aquatic environments was presented.

Keywords: copper sulphate, Blue Vitriol, Berula erecta, fungicide, tissue culture

E-mail naslov/i: terezija.ciringer@um.si (Terezija Ciringer), saska.berlic@student.um.si (Saška Berlič), val.nezmah@student.um.si (Val Nežmah), matija.zizek@student.um.si (Matija Žižek), tinkara.rudez@student.um.si (Tinkara Rudež), petra.peranic1@um.si (Petra Peranić), jana.ambrozic@um.si (Jana Ambrožič Dolinšek)

1 UVOD (Presledka med številko in naslovom ne spreminjajte)

Baker (Cu) je naravno prisoten element, esencialen za rastline in pomemben za normalno rast in razvoj rastlin. Kot redoks-aktivna prehodna kovina lahko obstaja v več oksidacijskih stanjih *in vivo* in to je tudi njegova vloga v fizioloških procesih. V regulatornih proteinih redoks stanji Cu^{2+} in Cu^+ sodelujeta v fotosinteznem prenosu elektronov, mitohondrijskem dihanju, odzivih na oksidativni stres, presnovi celične stene in hormonski signalizaciji [13,18]. Potrebe po Cu v rastlinah so majhne, najdemo ga samo v sledovih, saj je mikroelement.

Bakrovi pripravki se danes uporabljajo za zatiranje bakterijskih, glivičnih bolezni v vseh pomembnih sistemih pridelovanja hrane, tako integriranega in ekološkega pridelovanja sadja, zelenjave in poljščin. Sestavlja jih več kot 40 različnih bakrovih spojin, najpogostejše bakrovi sulfati, kloridi, oksidi, hidroksidi in oksikloridi [11,2].

Posledica nekontrolirane in prekomerne uporabe bakra (Cu) kot fungicida je njegovo kopičenje v okolju. Pri tem se baker v tleh lahko kopiči zaradi nizke biološke razpoložljivosti, slabe mobilnosti, velike topnosti in prekomerne uporabe [11]. Za učinkovitost bakrovih pripravkov je zelo pomembno razmerje med topnostjo in obstojnostjo fungicidne obloge [11]. V nekaterih primerih se zaradi slabe topnosti v biološko aktivno obliko iz fungicidne obloge sprosti celo manj kot 1 % od skupne količine nanesenega bakra. Tako lahko zaradi dolgotrajne zunanje rabe in počasnega kroženja v bioloških sistemih prihaja do kopičenja Cu v tleh in posledično presežkov bakra v celicah [3,21] v koncentracijah, škodljivih za organizme [7,22]. Modra galica bi ob dolgoročni rabi lahko toksično vplivala na rastline. Učinki na rastline so povezani tudi s pH vrednostjo bakrovih pripravkov. Fiziološka pH vrednost za rastline je največkrat med 5 in 6, rahlo kisla, vendar pa specifična za posamezne rastlinske vrste in zelo pomembna z vidika rasti in razvoja. Pri tem imajo zaščitni tekoči bakreni pripravki na površju rastlin zaradi atmosferskih vplivov in rastlinskih izločkov zelo različne pH vrednosti, kar vpliva na topnost bakrovih spojin in s tem na njihovo učinkovitost [11]. V konvencionalnem kmetijstvu se kot fungicidni pripravek za zaščito rastlin zelo pogosto uporablja baker v obliki modre galice ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) s pH vrednostjo med 3 in 4, kar je za večino rastlin zelo kislo. Kislost se zato uravnava z dodajanjem baz, kot je apno ($\text{Ca}(\text{OH})_2$).

Namen naše raziskave je ugotoviti, kako prekomerna raba CuSO_4 v fitofarmacevtskih sredstvih vpliva na rast in razvoj rastlin ter ali vpliva tudi na biokemijske procese v rastlinah. Cilj raziskave je ugotoviti zgodnji vpliv bakrovega sulfata, dodanega neposredno na površino rastlinskega telesa. Hkrati smo želeli ugotoviti, ali so učinki povezani tudi s sredstvi za uravnavanje pH vrednosti pripravka. Raziskavo smo izvedli na ozkolistnem košču (*Berula erecta*) v *in vitro* pogojih tkivne kulture, in sicer tako, da smo ga tretirali z vodno raztopino modre galice v treh različnih koncentracijah, ki smo ji pred tem uravnali pH vrednost z dvema različnima bazama, s KOH in NaOH.

2 MATERIALI IN METODE

Ozkolistni košček (*Berula erecta* Huds. Coville), Apiaceae (lika 1A,B) je makrofitska vrsta, razširjena tudi v Sloveniji. Za poskuse smo uporabili rastline iz *in vitro* zbirke rastlin Fakultete za naravoslovje in matematiko (FNM), Oddelka za biologijo. Do zadostnega števila za poskus smo jo *namnožili* na Murashige in Skoog (MS) gojišču [17] brez rastnih regulatorjev, v rastni komori pri temperaturi 23 °C, fotoperiodi 16 ur svetlobe in 8 ur teme in 50 % vlažnosti. Vso delo, ravnanje z materialom, namnoževanje in poskus so potekali v aseptičnih pogojih tkivne kulture *in vitro*.

V posamezne 100 mL kozarčke smo na 20 mL MS gojišča [17] vcepili po 2 vcepka z dvema brstoma (slika 1C), ju zaprli s plastičnimi pokrovčki in jih za 2 tedna prestavili v rastno komoro, da so se zakoreninili. Po dveh tednih smo zakoreninjene vcepke tretirali z modro galico (Slika 1D) (bakrov (II) sulfat pentahidrat, Cuprum (II) Sulphat Pentahidrate - $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$; proizvajalec AGROLIT, Ljubljana), ki smo jo pred tem avtoklavirali. Po 21 dneh (slika 1E) gojitve v rastni komori smo izmerili njihove rastne parametre ter fotokemično učinkovitost.



Slika 1: Izvorna rastlina ozkolistnega košča *Berula erecta* in vitro (A,B), izsečka pred cepitvijo na gojišče (C), rastline smo po 14 dnevih kulture tretirali s $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ (D), rastlina tik pred meritvami, 21 dni po tretiranju (E).

Pripravek za tretiranje smo pripravili po navodilih za zatiranje plesni na paradižniku in krompirju, kjer je priporočeni odmerek $3\text{--}4 \text{ g L}^{-1}$ (do 15 g L^{-1}). V poskusih smo uporabili raztopino s $3,75 \text{ g L}^{-1}$ in večja odmerka $7,5 \text{ g L}^{-1}$ in 15 g L^{-1} CuSO_4 – modre galice. Polovici pripravkov vsake koncentracije CuSO_4 smo pred avtoklaviranjem uravnali pH vrednost s KOH ali z NaOH. Pripravili smo 6 različnih masnih koncentracij CuSO_4 – modre galice in kontrolo brez modre galice (destilirana voda), pri čemer smo pH vrednost dvignili od 4,1 na 4,8 do 5,8. Vsaka obravnava je štela 8–10 kozarčkov s po dvema vcepkoma (slika 1C). Tretiranje je potekalo tako, da smo rastline v kontrolnih kozarčkih zalili z 20 ml sterilne destilirane vode, rastline v preostalih kozarčkih pa z 20 ml treh različnih koncentracij CuSO_4 (slika 1D), ki smo jim pH vrednost uravnali s KOH ali NaOH. Po zalitju smo začeli z odlivanjem dodane vode ali bakrove raztopine po vrstnem redu, kakor smo jih zalivali. Posamezna rastlina je bila za približno pet minut izpostavljena posamezni koncentraciji učinkovine. Tudi to delo je potekalo aseptično. Tako obravnavane vcepke smo nato prenesli v rastno komoro za naslednje 3 tedne, do konca poskusa. Po treh tednih smo poskus zaključili in poskusni rastlini *B. erecta* izmerili rastne parametre (višino nadzemnega dela, število brstov in število stolonov), svežo in suho maso ter izmerili vsebnost fotosinteznih pigmentov.

Določanje suhe mase

Vsako posamezno rastlino smo spravili v kuverto, označili obravnavo rastline, datum meritve in svežo maso rastline [g], jih shranili v zamrzovalniku in nato posušili v liofilizerju. Liofilizirane rastline smo stehali in izračunali suho maso.

Določanje klorofilov in karotenoidov

Vsebnost klorofilov *a* in *b* in karotenoidov smo določili po metodi Lichtenthaler in Buschmann [12], in sicer tako, da smo liofilizirane vzorce strli v terilnici, ekstrahirali z 8 mL acetona (100 % (v/v)) v centrifugirkah in centrifugirali (4000 rpm, 4 °C, 4 min) ter odčitali prostornine ekstraktov. Ekstinkcijo smo izmerili s spektrofotometrom pri valovnih dolžinah 470, 645 in 662 nm. Vsebnosti klorofilov in karotenoidov smo izrazili na suho maso vzorca.

Določanje antocianinov

Vsebnost antocianinov smo določili po metodi, ki sta jo opisala Drumm in Mohr [5], in sicer tako, da smo liofilizirane vzorce rastline strli v terilnici in ekstrahirali z 8 mL ekstrakcijskega medija (metanol: HCl (37%) = 99:1) in jih shranili v temi (3–5 °C).

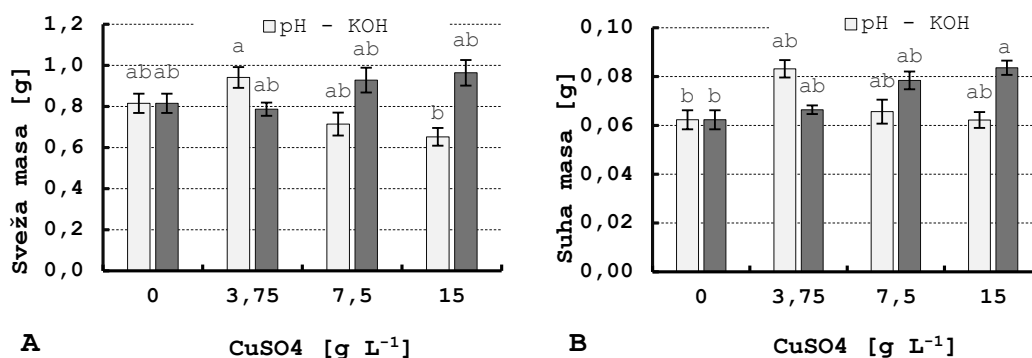
Po 24 urah smo vzorce centrifugirali (4000 rpm, 4 °C, 4 min) ter jim odčitali prostornino v centrifugirkah. Vzorcem smo nato izmerili ekstinkcije pri 530 nm s spektrofotometrom.

Statistika

Rezultati so predstavljeni s povprečji in standardnimi odkloni ($\pm$ SD) ter statistično analizirani z analizo variance (ANOVA) s statističnim programom SPSS 28 (SPSS Inc., Chicago, IL, ZDA). Značilne razlike med povprečji so bile izračunane s Kruskal-Wallisovim testom. Različne črke pomenijo statistično značilne razlike ($P \leq 0,05$) med kontrolo in med tretmaji.

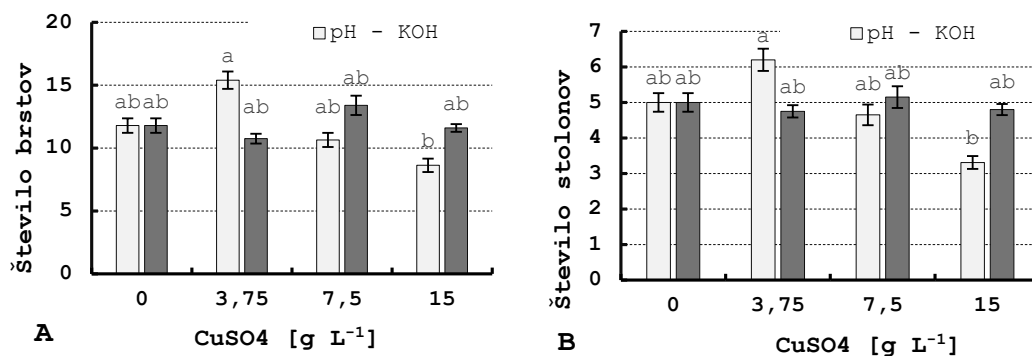
3 REZULTATI

Sveža in suha masa je ostala tekom trajanja poskusa dokaj nespremenjena in je med različnimi obravnavami neznačilno nihala (slika 2A,B). Različne koncentracije bakrovega pripravka in sredstvi za uravnavanje pH vrednosti niso bistveno vplivale na svežo maso in tudi ne na suho maso. Izjema so bile rastline, ki so bile tretirane z najvišjim odmerkom CuSO_4 (15 g L⁻¹) in je bila pH vrednost uravnana z NaOH, ki se jim je suha masa v primerjavi s kontrolnimi rastlinami statistično značilno povečala (slika 2B).



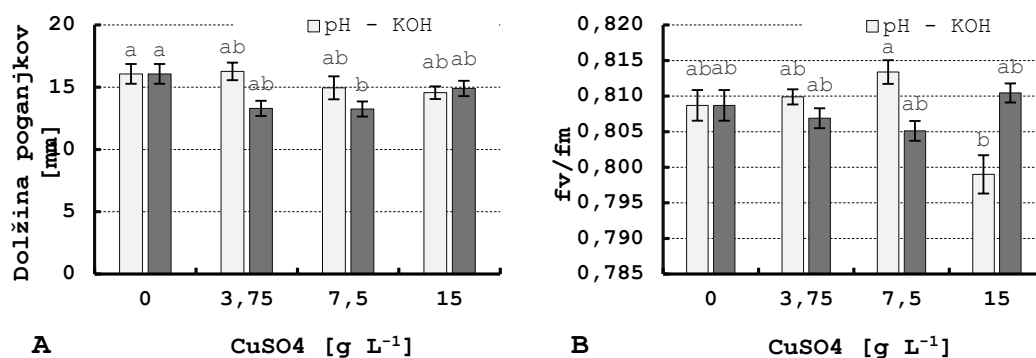
Slika 2: Sveža masa (A) in suha masa (B) rastlin po 21 dneh izpostavitve različnim koncentracijam CuSO_4 , kjer je bila pH vrednost uravnana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti $\pm$ SD ($n = 16$). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

Število novonastalih brstov in stolonov se pod vplivom različnih koncentracij bakrovega pripravka in sredstev za uravnavanje pH vrednosti ni statistično značilno spreminjalo (slika 3A,B). Povečanje števila brstov in stolonov smo opazili pri tretiranju z najnižjo koncentracijo pripravka, to je s 3,75 g L⁻¹ CuSO_4 , in to samo pri rastlinah, kjer smo pH vrednost uravnali s KOH. Pri višjih koncentracijah pripravka smo opazili trend zmanjševanja števila brstov in stolonov (slika 3A,B), kar se je predvsem izrazilo pri najvišji koncentraciji pripravka, pri katerem smo pH vrednost uravnali s KOH.



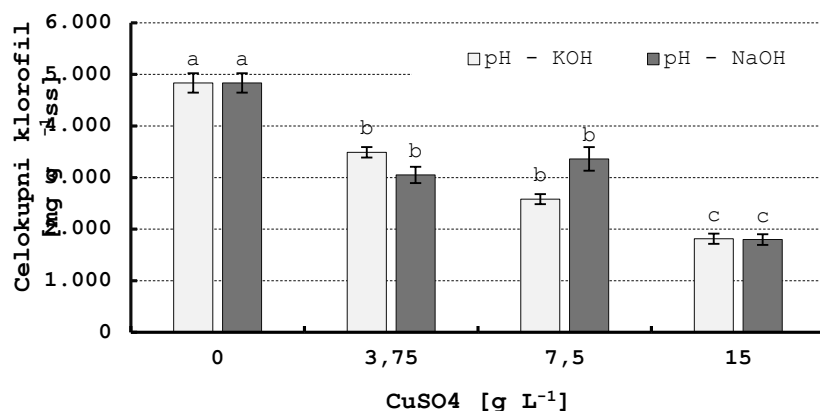
Slika 3: Število novonastalih brstov (A) in število stolonov (B) po 21 dneh izpostavljanja ozkolistnega košča različnim koncentracijam CuSO_4 , pri čemer je bila pH vrednost uravnana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti $\pm$ SD ($n = 16$). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

Različne koncentracije bakrovega pripravka in baze za uravnavanje pH v večini niso vplivale na velikost poganjkov (slika 4A). Velikost – dolžina poganjkov je v primerjavi s kontrolnimi rastlinami statistično značilno upadla samo pri rastlinah, ki so bile obravnavane s koncentracijo $7,5 \text{ g L}^{-1}$ bakrovega pripravka in vrednost pH uravnana z NaOH. Fotokemična učinkovitost med različnimi tretmaji se je tekom poskusa neznačilno zmanjševala (slika 4B) in je nekoliko bolj upadla samo pri rastlinah, ki so bile izpostavljene najvišji koncentraciji CuSO_4 in je bila pH vrednost uravnana s KOH.



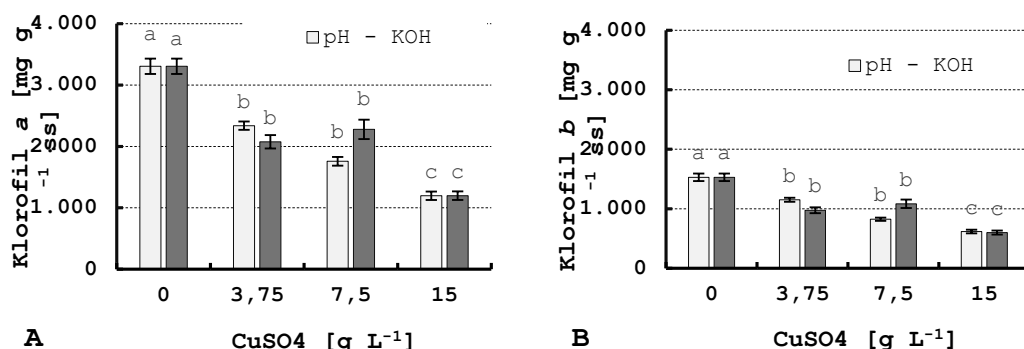
Slika 4: Dolžina poganjkov (A) in fotokemična učinkovitost (B) po 21 dneh izpostavitve različnim koncentracijam CuSO_4 , potem ko je bila pH vrednost uravnana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti $\pm$ SD ($n = 16$). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

Različne koncentracije bakrovega pripravka so značilno vplivale na fotosintezne pigmente (slika 5,6). Že najnižja priporočena koncentracija modre galice $3,75 \text{ g L}^{-1}$ je v primerjavi s kontrolno skupino rastlin statistično značilno zmanjšala vsebnost celokupnih klorofilov. Razlika je bila še posebej očitna pri najvišji priporočeni koncentraciji modre galice (15 g L^{-1}). Obe bazi za uravnavanje pH vrednosti nista bistveno vplivali na celokupne klorofile, kakor ne na klorofil *a* in na klorofil *b* (slika 5,6).



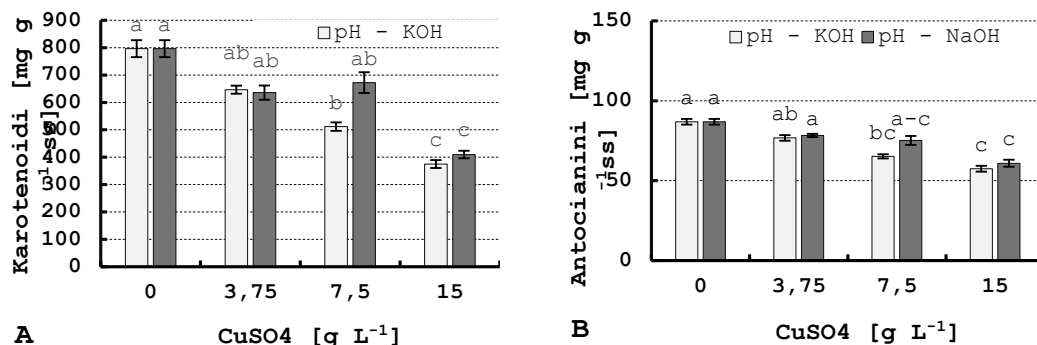
Slika 5: Vsebnost celokupnih klorofilov po 21 dneh izpostavitve različnim koncentracijam CuSO₄, potem ko je bila pH vrednost uravnavana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti ± SD (n = 16). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

Z naraščajočo koncentracijo modre galice so bili v rastlinah močno zmanjšani klorofili *a* in nekoliko manj klorofili *b* (slika 6A,B). Vsebnost obeh klorofilov, *a* in *b*, se je statistično značilno zmanjšala pri vseh rastlinah, ki so bile obravnavane s CuSO₄, v primerjavi z vsebnostjo klorofilov *a* in *b* kontrolnih rastlin. Uravnavanje pH vrednosti pri posameznih raztopinah, ali s KOH ali z NaOH, ni imelo statistično značilnega vpliva na vsebnost obeh klorofilov (slika 6A,B).



Slika 6: Vsebnost klorofila *a* (A) in klorofila *b* (B) po 21 dneh izpostavitve različnim koncentracijam CuSO₄, potem ko je bila pH vrednost uravnana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti ± SD (n = 16). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

Po izpostavitvi različnim koncentracijam bakrovih pripravkov so bili karotenoidi manj prizadeti kot klorofili. Značilno zmanjšanje karotenoidov smo zaznali v rastlinah, ki so bile obravnavane s 7,5 g L⁻¹ CuSO₄ in višjimi koncentracijami CuSO₄, kadar je bila pH vrednost uravnana s KOH (slika 7A), ko pa je bila pH vrednost uravnana z NaOH pa šele pri najvišji koncentraciji pripravka (slika 7A). Modra galica je značilno zmanjšala biosintezo antocianinov pri rastlinah, ki so bile obravnavane s 7,5 g L⁻¹ CuSO₄ in je bila pH vrednost uravnana s KOH, kadar pa je bila pH vrednost uravnana z NaOH pa predvsem na najvišji koncentraciji CuSO₄ (slika 7B).



Slika 7: Vsebnost karotenoidov (A) in antocianinov (B) po 21 dneh izpostavitve različnim koncentracijam *CuSO₄*, kjer je bila pH vrednost uravnana s KOH ali z NaOH. Prikazane so srednje vrednosti $\pm$ SD ($n = 16$). Pomembne razlike so označene z različnimi črkami (Kruskal-Wallisov test, Dunn's post hoc, $P \leq 0,05$).

5 DISKUSIJA

Različne koncentracije bakrovega pripravka, dodane neposredno na površino rastlinskega telesa, v prvih treh tednih po uporabi niso vplivale na rast in razvoj, pridobivanje sveže in suhe mase ozkolistnega košca (*Berula erecta*) in to v vseh treh uporabljenih koncentracijah, ne glede na to, ali smo pH vrednost uravnali s KOH ali z NaOH. Opažen je bil celo pozitiven vpliv na suho maso pri rastlinah, ki smo jih obravnavali z najvišjo koncentracijo modre galice in pH vrednost uravnali z NaOH. Nekateri raziskovalci [19] so na tleh, kontaminiranih z bakrom, opazovali rast in razvoj bele koprive (*Boehmeria nivea* L.). Ugotovili so, da rastlina pri koncentracijah, manjših kot 100 mg kg⁻¹ tal Cu, normalno raste, brez velikega zmanjšanja biomase. Kadar so koncentracijo Cu povečali na 200 do 400 mg kg⁻¹ tal, so zaznali tudi upad sveže in suhe biomase, višine rastlin in števila listov, kar pa v našem poskusu pri nobeni uporabljeni koncentraciji *CuSO₄* nismo zaznali. Predvidevamo, da bi se vpliv na svežo in suho maso in ostale rastne parametre pokazal v daljšem časovnem obdobju, kot je trajal naš poskus.

Zgodnji vpliv bakra na rastline *Berula erecta* se je pokazal predvsem pri analizi barvil. Prav vse koncentracije bakrovega pripravka so po enaindvajsetih dneh poskusa negativno vplivale na fotosintezne pigmente. Že najnižje priporočene koncentracije bakrovega pripravka in višje so značilno zmanjšale fotosintezne pigmente, celokupne klorofile, klorofila *a* in *b*. Podobno so ugotovili Rehman in sodelavci [19] pri rasti vrste *Boehmeria nivea*. Pod vplivom različnih koncentracij bakrovega pripravka se je poskusni rastlini zmanjšala tudi vsebnost karotenoidov. Zmanjšanje se je izrazilo šele pri najvišji koncentraciji *CuSO₄* (15 g L⁻¹) ali pri koncentraciji 7,5 g L⁻¹ *CuSO₄*, odvisno od baze za uravnavanje pH vrednosti. Predvidevamo, da smo z uravnavanjem pH vrednosti s KOH povišali koncentracijo K⁺ ionov, kar lahko oteži sprejem kalcija (Ca²⁺) in magnezija (Mg²⁺) [23,8]. Posledica je počasnejša rast, saj je Ca²⁺ potreben za prenos hranil, za strukturno podporo, delovanje encimov in delitev celic. Mikroelement Mg²⁺ pa je centralni atom v klorofilu [23,8]. Tudi drugi avtorji [20] poročajo o antagonističnem učinku Cu z N, P, Fe, Mo in Mn, kar otežuje sprejem mineralnih hranil kljub dobri oskrbi s hranili v tleh (N, P, Fe, Mo in Mn). Zunanji simptomi tega dogajanja so opisani kot klorotičnost, rumenenje listov in zmanjšana fotosinteza [23,8].

Bakrovi pripravki so tako še vedno velik paradoks sodobnega časa. Po eni strani so temelj varstva proti mnogim boleznim v ekološkem kmetijstvu [11] in zaradi svojih dobrih lastnosti težko nadomestljivi oz. zamenljivi z drugimi pripravki [4]. Po drugi strani zaradi kopičenja v

tleh povišana koncentracija Cu v okolju lahko zmanjša tudi številčnost in biodiverziteto mikroorganizmov ter spremeni mikrobiološko aktivnost [6]. Bakrovi pripravki lahko delujejo toksično na rastline in na organizme, ki sledijo v prehranjevalnih verigah in spletih. Njihova bioakumulacija v užitnih delih rastlin je zato lahko pomemben vir onesnažil človekove prehrane [9]. Zato zelo težko trdimo, da njihova uporaba prispeva k trajnostnemu kmetijstvu.

Nekateri raziskovalci [19] poročajo, da bi onesnažena področja s Cu lahko razstrupljali s krmnimi rastlinami (na primer *Boehmeria nivea*), ki kopičijo Cu predvsem v koreninah in manj v nadzemnih delih. V nadaljevanju bi lahko raziskali, kakšna je sposobnost *Berula erecta* za akumuliranje Cu v različnih rastlinskih delih in ali bi jo lahko uporabili za razstrupljanje vodnih okolij, onesnaženih s Cu. Njen fitoremediacijski potencial za razstrupljanje okolij, zmerno onesnaženih z As, Pb, Se ali s soljo (NaCl), je bil namreč že raziskan [14,15,16,1].

6 ZAKLJUČEK

Različne koncentracije bakrovega pripravka – modre galice v prvih treh tednih po uporabi niso vplivale na rast in razvoj, pridobivanje sveže in suhe mase ozkolistnega košca (*Berula erecta*) in to v vseh treh uporabljenih koncentracijah, ne glede, ali smo pH vrednost uravnavali s KOH ali z NaOH. Zgodnji vpliv bakra na rastline se je pokazal predvsem pri analizi barvil. Prav vsi bakrovi pripravki so po 21 dneh poskusa negativno vplivali na fotosintezne pigmente. Že najnižje priporočene koncentracije in višje so značilno zmanjšale fotosintezne pigmente, celokupne klorofile, klorofila *a* in *b*. V nadaljevanju bi lahko raziskali, kakšna je sposobnost rastline *Berula erecta* za akumuliranje Cu v različnih rastlinskih delih in ali bi jo lahko uporabili za razstrupljanje vodnih okolij, onesnaženih s Cu.

Literatura

- [1] Ambrožič-Dolinšek, J., Podgrajšek, A., Šabederer, N., Mazej Grudnik, Z., Urbanek Krajnc, A., Todorović, B., Ciringier, T. (2023). The potential of *berula erecta* in vitro for As bioaccumulation and phytoremediation of water environments.
- [2] Arena, M., Auteri, D., Barmaz, S., Bellisai, G., Brancato, A., Brocca, D., Bura, L., Byers, H., Chiusolo, A., Court Marques, D., Crivellente, F., De Lentdecker, C., Egsmose, M., Erdos, Z., Fait G., Ferreira, L., Goumenou, M., Greco, L., Ippolito, A., Istace, F., Jarrah, S., Kardassi, D., Leuschner, R., Lythgo, C., Magrans, J. O., Medina, P., Miron, I., Molnar, T., Nougadere, A., Padovani, L., Morte, J. M. P., Pedersen, R., Reich, H., Sacchi, A., Santos, M., Serafimova, R., Sharp, R., Stanek, A., Streissl, F., Sturma, J., Szentes, C., Tarazona, J., Terron, A., Theobald, A., Vagenende, B., Verani, A., Villamar-Bouza, L. (2017). Peer review of the pesticide risk assessment of the active substance copper compounds copper(I), copper(II) variants namely copper hydroxide, copper oxychloride, tribasic copper sulfate, copper(I) oxide, Bordeaux mixture. EFSA Journal, 16, 1: 1-25.
- [3] Borkow, G., Gabbay J. (2007). Copper as a biocidal tool. Cupron Inc. Publications, Gibton, Israel, 42. s.
- [4] Čefarin, Š. (2019). Ali so fungicidi na podlagi bakra res okolju prijazni? Dipl. delo (UN). Ljubljana, Univ. v Ljubljani, Biotehniška fakulteta, Oddelek za agronomijo.
- [5] Drumm, M., Mohr, H. (1978). The mode of interaction between blue (UV) light photo receptor and phytochrome in anthocyanin formation of the Sorghum seedling. Photochemistry and Photobiology, 27, 241-248.
- [6] Flemming, C. A., Trevors J. T. (1989). Copper toxicity and chemistry in the environment: a review. Water, Air, and Soil Pollution, 44: 143-158

- [7] Georgopoulos, P.G., Roy, A., Yonone-Lioy, M.J., Opiekun, R.E., Lioy, P.J. (2001). Copper: Environmental dynamics and human exposure issues. Environmental and Occupational Health Sciences Institute (EOHSI), Piscataway, Cranford, NJ 07016, 215 s.
- [8] https://www.kmetijskizavod-ng.si/panoge/poljedelstvo_in_zelenjadarstvo/2022042808341124/pomen_posameznih_hranil_v_prehrani_rastlin/ (10. 02. 2025).
- [9] Hector, F. M., Oscar, R. M. V., Enrique, M. S., Ma Del, O. B., Ana, L. B. O. (2011). Heavy metals in agricultural soils and irrigation wastewater of Mixquiahuala, Hidalgo, Mexico. *African Journal of Agricultural research*, 6: 5505–5511.
- [10] Kirinčič, S., Perharič, L., Pirnat, N. (2013). Ocena nevarnosti potencialno strupenih elementov, ki se lahko nahajajo v zelenjavi, pridelani na onesnaženih vrtovih = Hazard assessment of potentially toxic elements that may be present in vegetables grown in contaminated gardens. *Enboz*, 3(7), 4–11.
- [11] Lešnik, M., Gaberšek, Kurnik, V. (2009). Prespektive uporabe fungicidov na podlagi bakra. Zbornik predavanj in referatov 9. slovenskega posvetovanja o varstvu rastlin z mednarodno udeležbo. Nova Gorica, 4–5. marec.
- [12] Lichtenthaler, H. K., Buschmann, C. (2001). Extraction of photosynthetic tissues: chlorophylls and carotenoids. *Current protocols in food analytical chemistry*, 1(1), F4–2.
- [13] Marschner, H. (1995). Mineral nutrition of higher plants. Academic Press, London.
- [14] Mechora, Š., Sotler, M., Urbanek Krajnc, A., Ambrožič-Dolinšek, J. (2016). How selenium affects *Berula erecta*. *Water, air and soil pollution*. [Print ed.], vol. 227, iss. 12, str. 1-12. ISSN 0049-6979.
- [15] Mechora, Š., Ambrožič-Dolinšek, J. (2017). Response of macrophyte *Berula erecta* to low concentrations of NaCl in vitro = Odziv vrste *Berula erecta* na nizke koncentracije NaCl in vitro. *Acta biologica slovenica : ABS*. [Tiskana izd.], vol. 60, št. 2, str. 41-46. ISSN 1408-3671.
- [16] Mechora, Š., Rižnik, T., Urbanek Krajnc, A., Ambrožič-Dolinšek, J. (2020). Response of *Berula erecta* to lead in combination with selenium. *Bulletin of environmental contamination and toxicology*, vol. 105, no. 1, str. 51-61, graf. prikazi. ISSN 0007-4861.
- [17] Murashige, T., Skoog, F. (1962). A revised medium for rapid growth and bio assays with tobacco tissue cultures. *Physiologia plantarum*, 15(3), 473–497.
- [18] Raven, J.A., Evans, M.C.W., Korb, R.E. (1999). The role of trace metals in photosynthetic electron transport in O₂-evolving organisms. *Photosynth. Res.* 60:111-149.
- [19] Rehman, M., Maqbool, Z., Peng, D., Liu L. (2019). Morpho-physiological traits, antioxidant capacity and phytoextraction of copper by ramie (*Boehmeria nivea* L.) grown as fodder in copper-contaminated soil. *Environmental Science and Pollution Research*, 26, 6: 5851–5861.
- [20] Rusjan, D. (2012). Copper in Horticulture. V: Fungicides for plant and animal diseases. Dhanasekaran D., Thajuddin N., Panneerselvam A. (ur.). Rijeka, Intech: 256-258 <https://www.intechopen.com/books/fungicides-for-plant-and-animal-diseases/copper-in-horticulture> (11. feb. 2019).
- [21] Yruela, I. (2005). Copper in plants. *Brazilian Journal of Plant Physiology*, 17(1), 145-156.
- [22] Van Zwieten, M., Stovold, G., Van Zwieten, L. (2004b). Literature Review and Inventory of Alternatives to Copper for Disease Control in the Australian Organic Industry. A report for the Rural Industries Research and Development Corporation. RIRDC Project DAN-208A. 101 s.
- [23] Vodnik, D. (2012). Osnove fiziologije rastlin. Oddelek za agronomijo, Biotehniška fakulteta, Ljubljana.

Akademija analize kakovosti zraka

Air Quality Analysis Guide

Nik Hrastnik, Aleksander Bajc, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

V tej akademiji se iz reševanja zapisanih nalog postopoma naučimo osnov analize kakovosti zraka. Najprej se poučimo o delcih PM_{10} in $PM_{2.5}$, ki so eni izmed delcev v zraku, kateri lahko pomembno vplivajo na zdravje ljudi. Nato se naučimo pridobivati podatke o kakovosti zraka za posamezne lokacije, ki jih hrani prostodostopna spletna stran OpenAQ. S pridobljenimi podatki se naučimo izdelati dendrogram. To je diagram v obliki drevesa, ki prikazuje, kako podobni so si med seboj podatki glede na določen kriterij. Za konec se naučimo še obravnavana mesta prikazati na svetovnem zemljevidu, kar nam lahko da nove ideje za nadaljnje raziskave.

Ključne besede: delci $PM_{2.5}$, vplivi na zdravje, OpenAQ, dendrogram, svetovni zemljevid

Abstract

In this guide, we gradually learn the basics of air quality analysis through solving the provided tasks. We start by learning about PM_{10} and $PM_{2.5}$ particles, which are among the airborne particles that can significantly impact human health. Next, we learn how to retrieve air quality data for specific locations, stored on the freely accessible OpenAQ website. Using the retrieved data, we learn how to create a dendrogram, a tree-like diagram that shows how similar the data are to each other based on a specific criterion. Finally, we learn how to display the analyzed cities on a world map, which can inspire new ideas for further research.

Key words: $PM_{2.5}$ particles, health impacts, OpenAQ, dendrogram, world map

1 Uvod

Kakovost zraka je eden ključnih dejavnikov, ki vpliva na zdravje in dobro počutje ljudi. Onesnaženje zraka, ki ga povzročajo delci, kot so PM_{10} in $PM_{2.5}$, je povezano s številnimi zdravstvenimi težavami, vključno z boleznimi dihal in srca, ter s povečano smrtnostjo. Ta akademija je pripravljena z namenom, da se naučimo analizirati podatke o kakovosti zraka in s tem povečamo ozaveščenost o tem problemu.

Akademija je sestavljena iz več različnih nalog, ki jih večinoma lahko rešite s pomočjo programskega jezika Python. (Potrebna bo uporaba programskega paketa `pandas` in podatkovnega tipa `DataFrame`.)

Najprej se boste poučili o delcih PM_{10} in $PM_{2.5}$, o razlikah med njimi in o njihovem vplivu na zdravje. Nato boste pridobili podatke o kakovosti zraka za različne lokacije iz globalne baze OpenAQ, kjer boste uporabljali različne pristope za zbiranje podatkov, vključno z API-ključi. Te podatke boste nato obdelali in zanje narisali dendrogram. To je diagram v obliki drevesa, ki prikazuje, kako podobni so si podani podatki glede na izbrani kriterij.

Potem boste podana mesta še predstavili na zemljevidu sveta, kjer bodo pogrupirana glede na dendrogram, ki ga boste ustvarili pred tem. Za konec boste postavili še nekaj hipotez o tem, na katerih delih sveta imajo podobne razmere o spreminjanju kakovosti zraka.

Naš cilj je, da s pomočjo tega znanja rešimo naslednji problem: mesta, v katerih se meri kakovost zraka, bi radi razdelili v skupine, tako da bo kakovost zraka teh skupin čim bolj raznolika. V te skupine želimo namestiti boljše naprave za merjenje kakovosti zraka, ki bodo meritve izvajale pogostejše in bolj natančno. To želimo narediti na čim bolj optimalen način (želimo dobiti kar se da raznolike skupine mest). Če nam to uspe, lahko potem izvajamo natančnejše analize kakovosti zraka in posledično sprejmemo tudi ustreznejše ukrepe, s katerimi bi lahko izboljšali kakovost zraka.

Optimizacijsko nalogo v našem primeru zapišemo kot trojico $(D, f, \max)$. Najprej definiramo particije $P = (P_1, P_2, \dots, P_r)$, kjer je r naravno število. V vsakem P_i je neka množica mest. Particijo P bomo dobili s pomočjo dendrograma, kjer mesta primerjamo na podlagi korelacijskega koeficienta. Z U označimo množico vseh mest, ki jih proučujemo: $U = P_1 \sqcup P_2 \sqcup \dots \sqcup P_r$, kjer je $\sqcup$ disjunktna unija. Z M smo označili množico tistih mest, ki jih izberemo za namestitev novih naprav, pri čemer naj velja $|M| \leq k$, kjer k predstavlja število novih naprav, ki jih imamo na voljo za namestitev.

Definiramo še množico Z , ki bo odvisna od M in P :

$$Z(M, P) = \{P_i \mid 1 \leq i \leq r, P_i \cap M \neq \emptyset\}.$$

Kot množico dopustnih rešitev D naše optimizacijske naloge imamo naslednje:

$$D = \{(M, P) \mid P \text{ particija } U, M \subseteq U, |M| = k\}.$$

Za kriterijsko funkcijo vzamemo funkcijo $f = Z(M, P)$ in kot že zapisano, iščemo njen maksimum, torej:

$$\max_{\substack{M \subseteq U \\ r=k}} f.$$

Kot alternativo za množico dopustnih rešitev lahko vzamemo tudi

$$D' = \{(M, P) \in D \mid |P| = k\}$$

in še vedno dobimo optimalno rešitev našega problema. Namreč, če je $|P| > k$, bi imeli v particiji več skupin mest, kot imamo na voljo naprav, zato bi nekatere skupine ostale brez novih naprav, kar ne bi bila optimalna rešitev. Če pa je $|P| < k$, bi nam po koncu namestitve novih naprav še ostalo nekaj naprav, ki jih nismo uporabili. Tako bi nekaj skupin dobilo več naprav, vendar te skupine ne bi bile nujno najbolj raznolike.

2 Naloge

2.1 Kakovost zraka

V zraku je prisotno veliko različnih snovi, ki vplivajo na zdravje ljudi. Na spletni strani OpenAQ, iz katere bomo pridobivali podatke, hranijo dnevne vrednosti naslednjih snovi v zraku: $\text{PM}_{2.5}$, PM_{10} , SO_2 , O_3 , CO , BC in NO_2 . V tej akademiji se bomo osredotočili na prisotnost delcev PM v zraku.

- Podrobneje se poučite o delcih PM_{10} in $\text{PM}_{2.5}$, ter ugotovite, v čem se razlikujejo.

- Raziščite, kako delci PM₁₀ in PM_{2.5} vplivajo na zdravje in umrljivost ljudi.

2.2 Pridobivanje podatkov o kakovosti zraka

- Obiščite spletno stran <https://openaq.org/>, iz katere boste pridobili podatke o kakovosti zraka. Ustvarite si svoj uporabniški račun in preberite razdelek na <https://openaq.org/why-air-quality/>, kjer boste našli dodatne informacije o negativnih vplivih slabe kakovosti zraka na ljudi.
- Poiščite razdelek na spletni strani, kjer so prikazane vse lokacije na svetu, v katerih izvajajo meritve kakovosti zraka. Izberite si poljubno lokacijo in pridobite podatke o meritvah za to lokacijo v izbranem poljubnem časovnem intervalu. Podrobneje preglejte, kateri podatki so na voljo za posamezen kraj in kako pogosto jih pridobivajo.

2.3 Pridobivanje podatkov s pomočjo API ključa

Če želimo pridobiti podatke za daljše časovno obdobje, jih ne moremo preprosto prenesti v CSV datoteko kot pri prejšnji nalogi, ampak moramo uporabiti API ključ.

- Obiščite spletno stran <https://docs.openaq.org/using-the-api/quick-start>, kjer se podučite o uporabi API-ja za pridobivanje podatkov. Prav tako raziščite, kaj je v Pythonu programski paket `requests` in kako delujeta metodi `get()` in `json()` znotraj tega paketa. [2]
- V svojem profilu na spletni strani OpenAQ poiščite svoj “API KEY”, ki ga boste uporabljali za pridobivanje podatkov.
- Ustvarite nov Python program, v katerem boste uporabili knjižnici `pandas` in `requests`.
- Definirajte spremenljivko `api_key`, v katero v obliki niza shranite svoj API ključ, in spremenljivko `url`, v katero shranite naslednji naslov: <https://api.openaq.org/v2/measurements>.
- Ustvarite dva slovarja, prvega z imenom `headers`, ki ima ključ `x-api-key`, njegova vrednost pa je `api_key`. Drugi slovar naj ima ime `params` in naslednje ključe: `city`, `country`, `limit`, `date_from`, `date_to`, `parameter` in `page`. Izberite si eno mesto, časovni interval in parameter, za katerega želite pridobiti podatke. (Namig: Preverite, kakšen je pravilen zapis teh podatkov.) Ključ `limit` določa največje število vrstic, ki jih želite pridobiti, medtem ko `page` določa število strani, če bi želeli, da so rezultati zapisani na več straneh.
- S pomočjo metode `get()` iz knjižnice `requests` definirajte spremenljivki `data` in `response`, pri čemer uporabite metodo `json()`.
- S pomočjo `if` stavka preverite, ali ključ `results` obstaja v spremenljivki `data`. Če obstaja, ustvarite nov `DataFrame` iz `data['results']` in ga izpišite. (Namig: Za lepši izpis uporabite metodo `tabulate`. Na začetku programa je zato potrebno dodati `from tabulate import tabulate`.)
- Poiščite metodo v knjižnici `pandas`, ki omogoča izpis celotnega `DataFrame`-a.

2.4 Zapis splošne funkcije za pridobivanje podatkov

- S pomočjo prejšnje naloge zapišite funkcijo, ki bo pridobila podatke za poljubno mesto, izbrano vrsto delcev v zraku ter časovno obdobje, pri čemer bo uporabila vse potrebne parametre in jih vrnila v obliki `DataFrame`-a.
- Izpišite in si oglejte podatke za izbrano mesto za parameter `PM2.5`. Ali opazite kaj nenavadnega pri vrednostih za količine delcev `PM2.5`? Napišite novo funkcijo, v kateri uporabite prejšnjo funkcijo in iz dobljenega `DataFrame`-a ohranite le tiste vrstice, ki so ustrezne.

2.5 Pridobitev podatkov o vseh lokacijah

Če želimo pridobiti podatke za veliko lokacij, je boljše, da najprej pridobimo seznam vseh lokacij, kjer se meritve izvajajo, saj bomo tako lahko poenostavili funkcijo iz prejšnje naloge in se izognili ročnemu vnosu vsake lokacije posebej.

- Napišite funkcijo, ki bo pridobila seznam vseh držav, v katerih se izvajajo meritve. (Namig: To lahko naredite na podoben način kot v prejšnji nalogi, le da tokrat za url uporabite `https://api.openaq.org/v2/countries`)
- Napišite funkcijo, ki bo za dano državo pridobila seznam vseh mest, v katerih se izvajajo meritve. (Namig: To lahko naredite na podoben način kot v prejšnji nalogi, le da tokrat za url uporabite `https://api.openaq.org/v2/cities`)
- Napišite funkcijo, ki bo za dano mesto pridobila seznam vseh lokacij, v katerih se izvajajo meritve. (Namig: To lahko naredite na podoben način kot v prejšnji nalogi, le da tokrat za url uporabite `https://api.openaq.org/v2/locations`)

2.6 Izdelava dendrograma

- Raziščite, kaj je dendrogram in kakšne so njegove lastnosti.
- Raziščite, kako se v Pythonu nariše dendrogram. (Namig: Uporabite knjižnico `matplotlib.pyplot`)
- Pridobite podatke o količini delcev `PM2.5` v zraku za 5 poljubnih mest za obdobje enega leta (izberite poljubno časovno obdobje). Za vsako izmed teh mest izračunajte povprečno vrednost količine delcev za izbrano časovno obdobje. Imena mest in pripadajoče vrednosti shranite v `DataFrame`.
- Napišite funkcijo, ki za parameter prejme `DataFrame` in na podlagi njegovih podatkov nariše dendrogram.

2.7 Prikaz obravnavanih mest na svetovnem zemljevidu – 1. del

- Raziščite, kaj je v Pythonu programski paket `folium`.
- Ustvarite zemljevid in na njem označite nekaj mest. Določite izbrano začetno mesto, ki se prikaže, ko odpremo zemljevid in nastavite optimalno povečavo. Zemljevid shranite kot HTML dokument in preverite delovanje v brskalniku.
- Prilagodite barve markerjev, da označujejo različne vrste mest.
- Za vsako mesto v pojavnem oknu izpišite ime mesta in geografske koordinate.

- Dodajte funkcionalnost za filtriranje markerjev na zemljevidu (npr. ločite večja in manjša mesta).

2.8 Prikaz obravnavanih mest na svetovnem zemljevidu – 2. del

Za konec bomo še izrisali mesta na zemljevidu tako, da bodo razvidne posamezne gruče. Dodali bomo še nekaj dodatnih funkcionalnosti.

- Najprej poskrbite, da imate excel datoteko s stolpci:
 - `location`,
 - `latitude`,
 - `longitude`,
 - `cluster`.
- Določite barve za gruče v obliki slovarja. Ker ima knjižnica `folium` definirane svoje barve, zapišite še funkcijo, ki barve v šestnajstiškem zapisu pretvori v barve, ki jih podpira `folium`.
- Napišite funkcijo za risanje zemljevida:
 - naložite podatke iz excel datoteke,
 - filtrirajte podatke, da bodo primerni za analizo,
 - dodajte markerje na zemljevid, razvrščene po gruči z barvami, ikonami in pojavnim oknom,
 - ustvarite `FeatureGroup` za vsako gručo in vsak marker dodelite ustreznemu `FeatureGroup` s pravilno barvo (poskrbite, da se barve na dendrogramu ujemajo z barvami na zemljevidu),
 - dodajte `LayerControl`, ki omogoča preklapljanje med različnimi gručami na zemljevidu,
 - shranite zemljevid kot html datoteko,
 - pokličite funkcijo in ustvarite zemljevid,
 - v brskalniku preverite, ali je zemljevid v skladu s pričakovanji.

2.9 Postavljanje hipotez glede dobljenih rezultatov

Sedaj ko znamo obravnavane lokacije prikazati na svetovnem zemljevidu in jih razdeliti v gruče, lažje sklepamo o podobnosti kakovosti zraka na različnih lokacijah. Tako lahko postavimo določene domneve glede kakovosti zraka na obravnavanih lokacijah in na podlagi teh domnev nadaljujemo še z bolj natančnimi raziskavami.

- Izberite si neko množico lokacij in nek kriterij, glede na katerega boste s pomočjo prejšnjih nalog izdelali dendrogram za izbrane lokacije in jih razdelili v gruče. Lokacije nato prikažite na svetovnem zemljevidu in glede na dobljene rezultate postavite vsaj tri hipoteze oziroma domneve v zvezi s kakovostjo zraka na teh lokacijah. Hipotez ni treba preverjati. Če sami nimate nobene ideje, lahko sledite nadaljnjim navodilom v tej nalogi, kjer bo treba za vse lokacije, v katerih se izvajajo meritve za vsebovanost delcev $PM_{2.5}$ v zraku, izdelati dendrogram glede na Pearsonov korelacijski koeficient.

- Najprej pridobite podatke o vseh lokacijah, kjer so se v delu leta izvajale meritve o količini delcev $PM_{2.5}$ v zraku. Podatke zapišite v excel datoteko, pri čemer bo prvi stolpec ime lokacije, drugi pa kratica države, v kateri je ta lokacija. (Namig: Uporabite nalogo 2.5.)
- Napišite funkcijo, ki bo vsaki lokaciji iz dobljene excelove datoteke priredila še vektor, v katerem bo 730 vrednosti, dve za vsak dan za obdobje enega leta. Prva vrednost v dnevnu naj bo povprečje vrednosti količin delcev $PM_{2.5}$ ponoči, druga vrednost pa povprečna količina delcev $PM_{2.5}$ podnevi. Pri tem naj dan pomeni čas od 6.00 do 18.00, preostali čas pa noč. (Namig: Poleg vektorjev v tem koraku vsaki lokaciji še dodajte podatek za geografsko dolžino in širino, da jih boste lahko potem prikazali na zemljevidu.)
- Za dobljene vektorje narišite dendrogram, pri čemer za kriterij primerjave podatkov določite Pearsonov korelacijski koeficient. Podatke razdelite v pet gručin in jih prikazite na svetovnem zemljevidu. (Namig: Za dendrogram lahko uporabite funkcijo iz naloge 2.6, le za kriterij, glede na katerega primerjamo podatke, določite korelacijski koeficient.)
- Glede na dobljene rezultate postavite vsaj tri hipoteze v zvezi s kakovostjo zraka na obravnavanih lokacijah.

3 Rešitve

3.1 Rešitev za nalogo 2.1

Za pomoč si lahko preberete članek na: <https://nijz.si/moje-okolje/zrak/vpliv-delcev-na-zdravje/>.

- PM delci so drobni delci ali kapljice v zraku, ki so dovolj majhni, da lahko vstopijo v dihala in vplivajo na zdravje ljudi.
 - PM_{10} : delci s premerom, manjšim od $10\ \mu m$,
 - $PM_{2.5}$: delci s premerom, manjšim od $2,5\ \mu m$.
- Onesnaženost z delci $PM_{2.5}$ povečuje tveganje za bolezni dihal, srca in ožilja ter druge kronične bolezni, vključno z nevrološkim in presnovnimi boleznimi. Dolgotrajna izpostavljenost lahko povzroči trajne zdravstvene težave. Raziskave kažejo, da bi ukrepi za zmanjšanje onesnaženosti zraka znatno zmanjšali stopnjo umrljivosti in izboljšali zdravje prebivalstva v prizadetih območjih. [3]

3.2 Rešitev za nalogo 2.2

Vse lokacije, kjer se izvajajo meritve kakovosti zraka, so na voljo na spletni strani <https://explore.openaq.org/>. Izberimo mesto Maribor in eno izmed štirih razpoložljivih lokacij, na primer “Maribor Vrbanski plato”. S klikom na gumb Show Details pridobimo podrobnejše informacije o lokaciji. Ko se prijavimo s svojim uporabniškim računom, lahko na dnu odprte strani izberemo časovno obdobje in vrste delcev, za katere nas zanimajo meritve. Ko si naložimo CSV datoteko, vidimo, da se meritve za vsako vrsto delcev izvajajo večkrat na dan, večinoma šestkrat. Na voljo imamo še več podatkov, na primer geografsko širino in dolžino izbrane lokacije. Prav tako vidimo, da je enota, ki se uporablja za meritve količine delcev v zraku, $\mu g/m^3$. [1]

3.3 Rešitev za nalogo 2.3

```
import requests
import pandas as pd
from tabulate import tabulate

api_key = vaš API ključ
url = "https://api.openaq.org/v2/measurements"
headers = {
    'x-api-key': api_key
}
params = {
    'city': 'Maribor',
    'country': 'SI',
    'limit': 1000,
    'date_from': '2024-08-01T00:00:00Z',
    'date_to': '2024-08-31T23:59:59Z',
    'parameter': 'pm25',
    'page': 1
}
response = requests.get(url, headers=headers,
                        params=params)
data = response.json()
pd.set_option('display.max_rows', None)
pd.set_option('display.max_columns', None)
if 'results' in data:
    df = pd.DataFrame(data['results'])
    print(tabulate(df, headers='keys',
                  tablefmt='pretty'))
else:
    print("Podatki niso bili najdeni.")
```

3.4 Rešitev za nalogo 2.4

```
def get_air_quality_data(city, country, parameter,
                        date_from, date_to, limit):
    url = "https://api.openaq.org/v2/measurements"
    headers = {
        'x-api-key': vaš API ključ
    }
    params = {
        'city': city,
        'country': country,
        'limit': limit,
        'date_from': date_from,
        'date_to': date_to,
        'parameter': parameter,
        'page': 1
    }
```

```

all_data = []
while True:
    response = requests.get(url, headers=headers,
                             params=params)
    data = response.json()
    if 'results' in data and len(data['results']) > 0:
        all_data.extend(data['results'])
        params['page'] += 1
    else:
        break

if all_data:
    df = pd.DataFrame(all_data)
    return df
else:
    print("Podatki niso bili najdeni.")
    return pd.DataFrame()

```

Opazimo, da so za nekatere dneve zabeležene negativne vrednosti količine delcev v zraku, kar nakazuje na napake pri meritvah. Zato bomo upoštevali samo tiste podatke, ki imajo nenegativne vrednosti.

```

def aq_data(ime_mesta, ime_drzave):
    df = get_air_quality_data(ime_mesta, ime_drzave,
                              'pm25', '2023-06-01T00:00:00Z',
                              '2024-06-01T23:59:59Z', 1000)
    df_positive = df[df['value'] >= 0]
    return df_positive

```

3.5 Rešitev za nalogo 2.5

```

def get_all_countries(api_key):
    url = "https://api.openaq.org/v2/countries"
    headers = {
        'x-api-key': api_key
    }
    all_countries = []
    page = 1
    while True:
        params = {
            'limit': 200,
            'page': page
        }
    response = requests.get(url, headers=headers,
                             params=params)
    data = response.json()
    if 'results' in data and len(data['results']) > 0:
        all_countries.extend(data['results'])
        page += 1

```

```
else:
    break
countries_df = pd.DataFrame(all_countries)
return countries_df

def get_available_cities(country, api_key,
    limit=1000):
    url = "https://api.openaq.org/v2/cities"
    headers = {
        'x-api-key': api_key
    }
    params = {
        'country': country,
        'limit': limit,
        'page': 1
    }
    all_cities = []
    while True:
        response = requests.get(url, headers=headers,
            params=params)
        data = response.json()
        if 'results' in data and
            len(data['results']) > 0:
            all_cities.extend(data['results'])
            params['page'] += 1
        else:
            break
    if all_cities:
        return pd.DataFrame(all_cities)
    else:
        print(f"Ni najdenih mest za državo: {country}.")
        return pd.DataFrame()

def get_locations_for_city(city, country, api_key,
    limit=100):
    url = "https://api.openaq.org/v2/locations"
    headers = {
        'x-api-key': api_key
    }
    params = {
        'city': city,
        'country': country,
        'limit': limit,
        'page': 1
    }
    all_locations = []
    while True:
        response = requests.get(url, headers=headers,
```

```

        params=params)
data = response.json()
if 'results' in data and
len(data['results']) > 0:
    all_locations.extend(data['results'])
    params['page'] += 1
else:
    break
if all_locations:
    df = pd.DataFrame(all_locations)
    return df
else:
    print(f"Ni najdenih lokacij za mesto:
        {city}.")
    return pd.DataFrame()

```

3.6 Rešitev za nalogo 2.6

Za pomoč lahko uporabite naslednjo povezavo:

<https://www.displayr.com/what-is-dendrogram/>.

Dendrogram je drevesna struktura, ki se uporablja za predstavitev hierarhične strukture podatkov. Najpogosteje se uporablja v kontekstu hierarhičnega grupiranja, kjer prikazuje, kako so podatki združeni v gruče na različnih nivojih. Na nižjem nivoju, kot so gruče podatkov združene, bolj podobne so si med seboj.

Dendrogram nastane s pomočjo povezovalnega algoritma. Na začetku je vsak element v svoji gruči. Gruče se potem združujejo glede na njihovo medsebojno razdaljo. Medsebojna razdalja se določi glede na izbrani kriterij, recimo glede na evklidsko razdaljo med gručami. Najprej se združijo gruče, med katerimi je najmanjša razdalja. Postopek se ponavlja, dokler niso vse gruče združene v eno.

[4]

```

import pandas as pd
import numpy as np
import scipy.cluster.hierarchy as sch
import matplotlib.pyplot as plt

def draw_dendrogram(df):
    """
    Funkcija za risanje dendrograma za
    podatke v DataFrame.

    :param df: Pandas DataFrame, kjer so podatki za
    risanje dendrograma
    """
    # Preverimo, ali DataFrame vsebuje samo
    # številčne podatke
    if not df.select_dtypes(include=[np.number]).empty:
        # Normaliziramo podatke, če želimo, da so

```

```

# na isti lestvici
df_normalized = (df - df.mean()) / df.std()

# Izračunamo razdalje med točkami
# (Evklidske razdalje)
distance_matrix = sch.distance.pdist
(df_normalized, metric='euclidean')

# Ustvarimo hierarhično drevo s pomočjo
# aglomerativnega združevanja (linkage)
linkage_matrix = sch.linkage(distance_matrix,
                              method='ward')

# Narišemo dendrogram
plt.figure(figsize=(10, 7))
sch.dendrogram(linkage_matrix, labels=df.index,
               leaf_rotation=90, leaf_font_size=10)
plt.title('Dendrogram')
plt.xlabel('Vzorci (DataFrame indeksi)')
plt.ylabel('Razdalja')
plt.show()
else:
    print("DataFrame ne vsebuje številčnih
          podatkov za risanje dendrograma.")

```

3.7 Rešitev za nalogo 2.7

```

import folium
# Inicializacija zemljevida
zemljevid = folium.Map(location=[40.7128, -74.0060],
                        zoom_start=2)
# Mesta in koordinate
mesta = {
    "New York": [40.7128, -74.0060],
    "London": [51.5074, -0.1278],
    "Sydney": [-33.8688, 151.2093],
    "Maribor": [46.5547, 15.6463]
}
# Barve markerjev
barve_markerjev = {
    "New York": "blue",
    "London": "red",
    "Sydney": "green",
    "Maribor": "orange"
}
# Kategorije mest
mesta_kategorije = {
    "New York": "Veliko mesto",

```

```

    "London": "Veliko mesto",
    "Sydney": "Veliko mesto",
    "Maribor": "Manjše mesto"
}
# Dodajanje filtrskih slojev za velika in
# manjša mesta
velika_mesta = folium.FeatureGroup(name='Velika mesta')
manjsa_mesta = folium.FeatureGroup(name='Manjša mesta')
# Dodajanje markerjev na sloje
for mesto, koordinate in mesta.items():
    popup_content = f"<b>{mesto}</b><br>Koordinate:
    {koordinate[0]}, {koordinate[1]}"
    marker = folium.Marker(
        location=koordinate,
        popup=folium.Popup(popup_content, max_width=200),
        tooltip=mesto,
        icon=folium.Icon(color=barve_markerjev[mesto])
    )
    if mesta_kategorije[mesto] == "Veliko mesto":
        marker.add_to(velika_mesta)
    else:
        marker.add_to(manjsa_mesta)
# Dodajanje slojev na zemljevid
velika_mesta.add_to(zemljevid)
manjsa_mesta.add_to(zemljevid)
# Dodajanje kontrole slojev za preklapljanje
folium.LayerControl().add_to(zemljevid)
# Shranjevanje zemljevida kot HTML datoteko
zemljevid.save("zemljevid.html")

```

3.8 Rešitev za nalogo 2.8

```

import folium

# Barve markerjev za gruče, ki smo jih določili v
# dendrogramu
cluster_to_color = {
    1: '#1f77b4',
    2: '#ff7f0e',
    3: '#2ca02c',
    4: '#d62728',
    5: '#9467bd'
}

# Funkcija za pretvorbo barv v veljavne
# Folium barve
def map_to_valid_folium_color(hex_color):
    color_map = {

```

```

        '#1f77b4': 'blue',
        '#2ca02c': 'green',
        '#9467bd': 'purple',
        '#ff7f0e': 'orange',
        '#d62728': 'red'
    }
    return color_map.get(hex_color, 'gray')
    # Privzeto na sivo, če barva ni mapirana

# Funkcija za risanje zemljevida z markerji
# za vsak kluster
def draw_colored_map_with_filter(
    excel_file, city_names, group_column=None,
    data_column=None):

    city_data = pd.read_excel(excel_file)

    # Preverimo, če so prisotne potrebne kolone
    required_columns = ['location', 'latitude',
                        'longitude']
    if group_column:
        required_columns.append(group_column)
    if data_column:
        required_columns.append(data_column)

    if not all(col in city_data.columns for col in
                required_columns):
        raise ValueError(f"Excel file must contain
                        columns: {required_columns}")

    # Filtriramo podatke za zelena mesta
    filtered_data =
    city_data[city_data['location'].isin(city_names)]
    if filtered_data.empty:
        raise ValueError("No matching cities
                        found in the data.")

    # Inicializiramo zemljevid s srednjo točko
    # povprečnih koordinat
    avg_lat = filtered_data['latitude'].mean()
    avg_lon = filtered_data['longitude'].mean()
    city_map = folium.Map(location=[avg_lat, avg_lon],
                          zoom_start=6)

    # Grupa markerjev po klusterjih
    group_layers = {}
    # Za shranjevanje FeatureGroups za filtriranje
    default_color = 'gray'

```

```

for _, row in filtered_data.iterrows():
    group = row[group_column] if group_column
    else None
    marker_color = cluster_to_color.get(group,
    default_color)
    # Privzeta barva, če ni klusterja
    folium_color =
        map_to_valid_folium_color(marker_color)

    # Ustvarimo vsebino za popup markerja
    popup_content = f"<strong>{row['location']}"
    </strong>"
    if data_column:
        popup_content += f"<br>{data_column}:
        {row[data_column]}"
    if group_column:
        popup_content += (
            f"<br><strong style='color:
            {marker_color};'>Group {group}
            </strong>"
        )

    # Ustvarimo FeatureGroup za vsak kluster,
    # če še ne obstaja
    if group not in group_layers:
        group_layers[group] = folium.FeatureGroup(
            name=f"<span style='color:
            {marker_color};'> Group {group}
            </span>", overlay=True
        )

    # Dodamo marker na ustrezno FeatureGroup
    folium.Marker(
        location=[row['latitude'],
        row['longitude']],
        popup=folium.Popup(popup_content,
        max_width=300),
        tooltip=row['location'],
        icon=folium.Icon(color=folium_color)
        # Uporabimo veljavno Folium barvo za ikono
    ).add_to(group_layers[group])

# Dodajanje vseh FeatureGroups na zemljevid
for group in group_layers.keys():
    group_layers[group].add_to(city_map)
    # Dodajanje kontrolnika za preklapljanje
    # med plastmi

```

```

folium.LayerControl().add_to(city_map)

return city_map

# Pot do Excel datoteke z rezultati gručenja
excel_file = 'gruce_za_korelacijo.xlsx'
city_data = pd.read_excel(excel_file)
city_list =
    city_data['location'].dropna().unique().tolist()

# Ustvarjanje zemljevida z markerji za posamezne gruč
map_output = draw_colored_map_with_filter(
    excel_file, city_list, group_column='cluster'
)
map_output.save("city_map_korelacija.html")

```

3.9 Rešitev za nalogo 2.9

Rešitev za pridobivanje dnevnih in nočnih povprečij količine PM_{2.5} v zraku:

```

def calculate_day_night_avg(df):
    result = []

    # Izvlečemo lokalni čas in koordinate
    # v stolpcu `date` in `coordinates`
    df['datetime_local'] = pd.to_datetime(
        df['date'].apply(lambda x: x['local'])
    )
    df['datetime_local'] = df['datetime_local'].astype(str)
    df['date'] = df['datetime_local'].str[:10]
    df['hour'] = df['datetime_local'].str[11:13]

    df['latitude'] = df['coordinates'].apply(
        lambda x: x['latitude']
        if pd.notnull(x) else np.nan
    )
    df['longitude'] = df['coordinates'].apply(
        lambda x: x['longitude']
        if pd.notnull(x) else np.nan
    )

    location = (df['location'].iloc[0]
                if 'location' in df.columns else '')
    country = (df['country'].iloc[0]
               if 'country' in df.columns else '')

    for date in df['date'].unique():
        day_data = df[df['date'] == date].copy()

```

```

day_data['hour'] = day_data['hour'].astype(float)

day_values = day_data[
    (day_data['hour'] >= 6) &
    (day_data['hour'] < 18)
]['value']
day_avg = (day_values.mean()
           if not day_values.empty else np.nan)

night_values = day_data[
    (day_data['hour'] < 6) |
    (day_data['hour'] >= 18)
]['value']
night_avg = (night_values.mean()
             if not night_values.empty else np.nan)

latitude = day_data['latitude'].iloc[0]
longitude = day_data['longitude'].iloc[0]

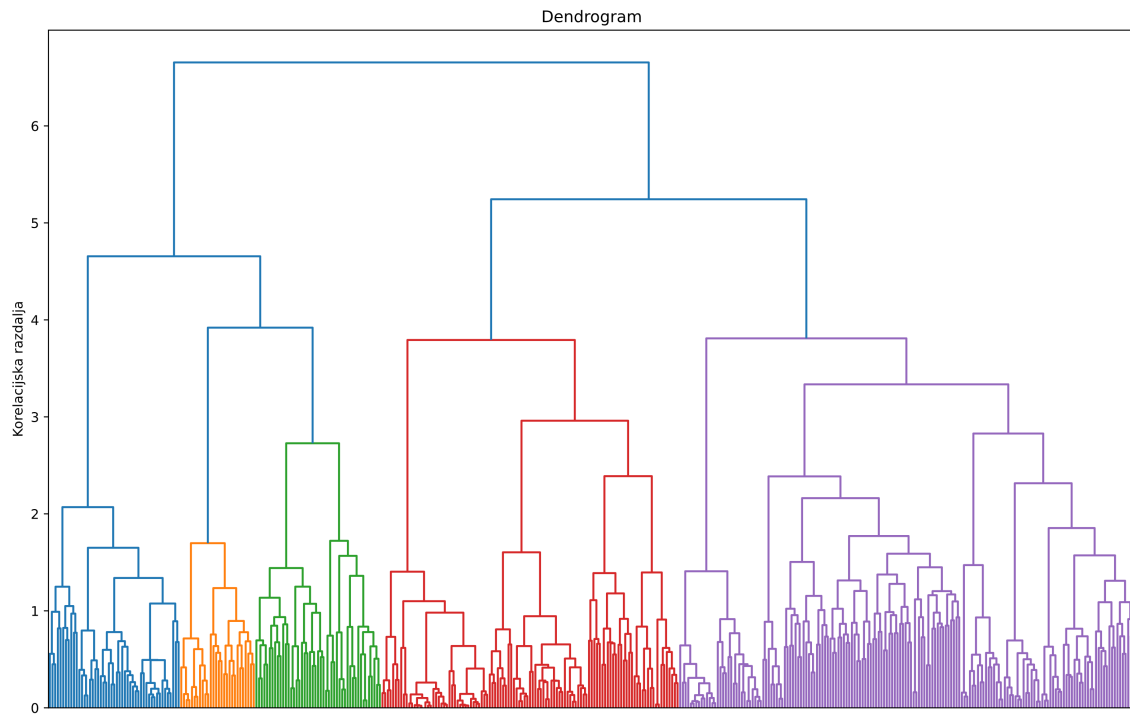
result.append({
    'location': location,
    'country': country,
    'date': date,
    'day_avg': day_avg,
    'night_avg': night_avg,
    'latitude': latitude,
    'longitude': longitude
})

return pd.DataFrame(result)

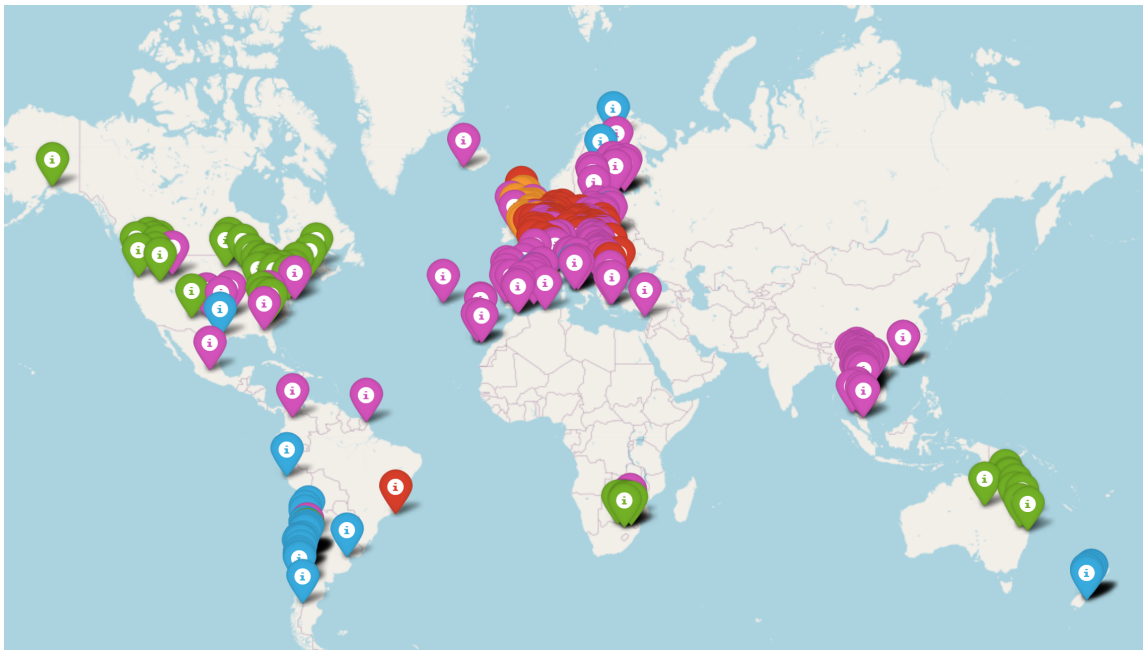
```

Primer treh hipotez, ki ustrezajo spodaj dodanima slikama dendrograma in zemljevida:

1. Območja v Srednji, Južni in Severni Evropi imajo zelo podobna nihanja količin $PM_{2.5}$ v zraku kot območja v Indiji.
2. Območja v Južni Ameriki, predvsem v državi Čile, imajo zelo podobna nihanja količin $PM_{2.5}$ v zraku kot območja v Novi Zelandiji.
3. Območja v Združenih državah Amerike imajo zelo podobna nihanja količin $PM_{2.5}$ v zraku kot območja v južni Afriki in vzhodni Avstraliji.



Slika 1: Dendrogram



Slika 2: Zemljevid

4 Zaključek

V tej akademiji smo obravnavali različne tehnike za analizo in vizualizacijo podatkov o kakovosti zraka, pridobljenih iz OpenAQ API-ja, ter uporabili različne orodja in tehnike za obdelavo in prikaz teh podatkov. S pomočjo programskega jezika Python in njegovih

knjižnic (`pandas`, `folium`, `scipy`, `matplotlib`) smo pridobili vpoglede v globalne trende onesnaženosti zraka in analizirali geografske razlike.

Pri delu z zunanjimi API-ji, kot je OpenAQ, smo se naučili, kako pridobiti, obdelati in analizirati velike količine podatkov. Poleg tega smo se osredotočili na praktično uporabo dendrogramov in gručenja za prepoznavanje vzorcev v podatkih o kakovosti zraka, kar omogoča boljše razumevanje prostorskih in časovnih trendov onesnaženosti.

Z uporabo `folium` knjižnice smo ustvarili interaktivne zemljevide, ki omogočajo vizualizacijo podatkov in tako pripomorejo k boljši dostopnosti informacij za različne interesne skupine, kot so raziskovalci, vladne organizacije in širša javnost. Te zemljevidne aplikacije omogočajo vizualno analizo in lahko služijo kot osnova za prihodnje raziskave.

Za zaključek lahko bralec poskuša analizirati razporeditev mest v posamezne gručice ter razmisliti o možnih vzorcih, ki bi lahko pojasnili, zakaj so bila določena mesta združena v iste gručice. Pomembno je preučiti geografske, okoljske ali družbene dejavnike, ki bi lahko vplivali na skupno uvrstitev mest v iste gručice, in tudi raziskati morebitne povezave med drugimi spremenljivkami, kot so raven onesnaženosti zraka, demografske značilnosti in infrastruktura.

Literatura

- [1] OpenAQ Community, *OpenAQ: Open Air Quality Data Platform*, Accessed: 2024-12-26, <https://openaq.org/>.
- [2] OpenAQ Community, *OpenAQ API Documentation*, Accessed: 2024-12-26, <https://docs.openaq.org/using-the-api/quick-startv>.
- [3] Nacionalni inštitut za javno zdravje (NIJZ), *Vpliv delcev na zdravje*, Accessed: 2024-12-26, <https://nijz.si/moje-okolje/zrak/vpliv-delcev-na-zdravje/>.
- [4] Displayr, *What is a Dendrogram?*, Accessed: 2024-12-26, <https://www.displayr.com/what-is-dendrogram/>.

Navigacija po svetu superračunalništva: Praktični vodnik za prijavo projekta, dostop in uporabo gručnega okolja

Navigating the World of Supercomputing: A Practical Guide to Project Registration, Access, and Efficient Use of Clusters

Mia Molnar, Ema Smolič, Maša Galun, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor

Povzetek

V tem članku bomo predstavili uporabo superračunalništva za izvajanje večnitnih programov, napisanih v programskem jeziku Python z uporabo knjižnice mpi4py. Podali bomo osnovne informacije o SLING-u, navodila za prijavo projekta in pridobitev uporabniškega dostopa, nato pa po korakih pokazali, kako pripraviti delovno okolje na superračunalniku ter zagnati večnitno simulacijo.

Ključne besede: superračunalnik, PuTTY, gruča, večnitenje, Python

Abstract

In this article we will present the use of the supercomputing for running multithreaded programs written in the Python programming language using the mpi4py library. The article will provide an overview of SLING, step-by-step instructions for project registration and user access, and a practical guide to setting up a working environment on the supercomputer to execute multithreaded simulations.

Key words: supercomputing, PuTTY, cluster, multithreading, Python

1 Uvod

Superračunalniki omogočajo reševanje kompleksnih računskih problemov, ki jih z običajnimi računalniki ni mogoče učinkovito obdelati. V Sloveniji osrednjo infrastrukturo za to področje predstavlja SLING (Slovensko nacionalno superračunalniško omrežje), ki uporabnikom omogoča dostop do visoko zmogljivih računalniških sistemov.

V tem članku bomo obravnavali uporabo SLING-ovega superračunalniškega okolja za izvajanje programskih nalog, napisanih v programskem jeziku Python z uporabo knjižnice mpi4py, ki omogoča večnitno izvajanje kode. Ta pristop bistveno poveča učinkovitost in hitrost obdelave podatkov. Kot primer bomo uporabljali kodo, pridobljeno iz članka Optimizacija simulacije trgovanja z delnicami z večnitenjem v programskem jeziku Python, avtorjev Galun et al [1]. To izvirno rešitev bomo ustrezno prilagodili in nadgradili, da

bo omogočala razporejanje nalog z dodatnim nivojem hierarhije procesov ter delo z več delnicami.

Predstavili bomo SLING, njegove vloge ter možnosti, ki jih ponuja uporabnikom. Nato bomo podali navodila za prijavo projekta, s katero si lahko zagotovimo pravico do uporabe njihovih superračunalniških virov. Nato se bomo osredotočili na praktično pripravo delovnega okolja znotraj superračunalniškega sistema, kjer bomo vzpostavili virtualno okolje ter pripravili vse potrebno za zagon lastne programske kode.

Cilj članka je bralcu ponuditi celovit, praktično usmerjen vodnik od prijave projekta do uspešnega zagona večinitnih simulacij v superračunalniškem omrežju SLING.

2 SLING

Slovensko nacionalno superračunalniško omrežje (SLING) združuje raziskovalne, izobraževalne in infrastrukturne ustanove, ki v Sloveniji razvijajo področje naprednega računalništva ter omogočajo dostop do visoko zmogljivih računalniških virov. Njihov namen je vzpostaviti podporno okolje za uporabo superračunalnikov v znanstvenoraziskovalnem delu, industriji in javni upravi. Delovanje in povezovanje članic koordinira Arnes, ki zastopa Slovenijo v evropskih organizacijah s področja visokozmogljivega računalništva. Skrbi tudi za izobraževanja in uporabnikom nudi začetno testno okolje [5].

Uporabniki lahko prek SLING-a dostopajo do različnih superračunalniških sistemov in gruč, ki jih upravljajo posamezne članice. S tem je omogočena učinkovita podpora zahtevnejšim simulacijam, analizam in projektom, ki potrebujejo veliko računsko moč [5].

3 Osnove superračunalništva

Superračunalnik je izjemno zmogljiv računalniški sistem, namenjen izvajanju zahtevnih izračunov, ki presegajo zmogljivosti običajnih osebnih računalnikov. Zgrajen je kot gruča in pogosto uporablja pospeševalnike in napredna omrežja za hitro in učinkovito obdelavo podatkov. Uporabljajo se na različnih znanstvenih in tehničnih področjih, kot so napovedovanje vremena, kriptografija, procesiranje naravnih jezikov, umetna inteligenca, astrofizika, prepoznavanje slik in še na mnogih drugih področjih sodobne tehnologije.

Računalniška gruča je skupina med seboj povezanih računalniških enot oziroma vozlišč, ki skupaj delujejo kot enoten sistem za izvajanje kompleksnih izračunov. Vsako vozlišče ima lastne procesorje in pomnilnik, podobno kot osebni računalnik, vendar so vozlišča povezana prek hitrega omrežja. Hitro omrežje je komunikacijski sistem, zasnovan za zelo hiter prenos velikih količin podatkov med računalniki in strežniki v kratkem času. Gruče praviloma ne vključujejo naprav za interakcijo z uporabnikom, kot so zaslon, miška in tipkovnica. Gručni sistem omogoča hkratno izvajanje nalog na več enotah, kar močno prispeva k večji računski učinkovitosti.

4 Priprava in dostop do gruče

Dostop do računalniške gruče zahteva ustrezno prijavo in varnostne nastavitve, ki zagotavljajo zaščito podatkov ter stabilno delo. V nadaljevanju so opisani ključni koraki za pridobitev dostopa, prvo prijavo v gručno okolje, upravljanje z datotekami in pripravo okolja za izvajanje programov.

4.1 Prijava projekta

Treba je izpolniti prijavi obrazec, ki je na voljo na spletnem naslovu <https://www.sling.si/prijava-testni/>. Gre za obrazec za prijavo in uporabo računskih virov v okviru testnega projekta.

V obrazcu je treba na kratko predstaviti namen in vsebino projekta, utemeljiti razloge za uporabo računalniške gruče ter opredeliti cilje, ki jih želite s projektom doseči. Poleg tega je treba navesti predvidene potrebe po računskih virih, pomnilniških zmogljivostih ter programski opremi, vključno s knjižnicami, ki jih uporabljate v projektu.

Na podlagi vaše zahteve se prejme odgovor s strani skrbnika sistema, v katerem so posredovani podatki za prijavo, uporabniško ime in začasno geslo.

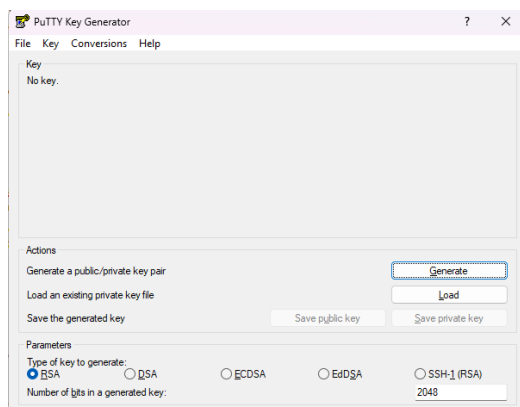
Po prejemu podatkov se prijavimo na povezavi <https://fido.sling.si/ipa/ui>, kjer si v prvem koraku spremenimo geslo. S tem se uspešno aktivira uporabniški račun in pridobi dostop do nadaljnjih storitev SLING-a.

4.2 Priprava na varen dostop

Na vstopna vozlišča se povežemo z odjemalcem, ki podpira protokol SSH (ang. "Secure SHell"), ki omogoča varno oddaljeno prijavo in prenos podatkov z uporabo šifriranja ter preverjanja pristnosti. Za dostop do gruče preko SSH povezave je treba ustvariti javni in zasebni ključ. Priporočamo uporabo orodja PuTTYgen, ki je del paketa PuTTY in je na voljo na uradni spletni strani <https://putty.org/>.

Po namestitvi zaženemo PuTTYgen in izberemo RSA kot tip ključa. RSA je asimetrični kriptografski algoritem za šifriranje in dešifriranje podatkov. Šifriranje poteka z javnim ključem, ki je dostopen vsem, dešifriranje pa zahteva zasebni ključ. Javni ključ se ustvari z množenjem dveh velikih praštevil p in q , pri čemer je produkt $n = p \cdot q$ prvi del javnega ključa, drugi del pa poljubno število e , tuje s $(p-1)(q-1)$. Zasebni ključ sestavljata število n in inverz števila e po modulu $(p-1)(q-1)$. Varnost RSA izhaja iz kompleksnosti problema faktorizacije velikih števil. Medtem ko je iskanje velikih praštevil razmeroma enostavno, je razčlenjevanje velikih števil na produkt teh praštevil izjemno zahtevno in praktično neizvedljivo [4].

Nato kliknemo na gumb `Generate` (slika 1) in s prostoročnim risanjem po prikazanem območju z miško vnesemo naključni vzorec, ki bo služil kot osnova za generacijo ključa. Po zaključku postopka bo v zgornjem polju `Key` prikazan javni ključ.



Slika 1: Generiranje varnostnih ključev z uporabo PuTTYgen.

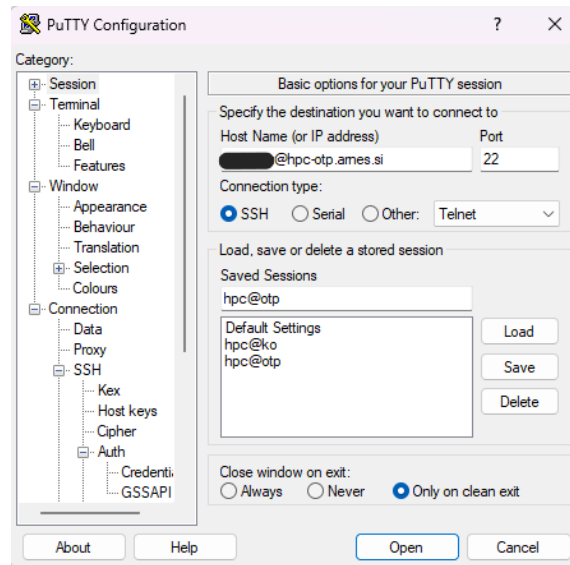
Kopiramo celotno vsebino javnega ključa. S klikom na `Save public key` in `Save private key` shranimo ključa na varno mesto na svojem računalniku. Nato se prijavimo v svoj uporabniški račun na <https://fido.sling.si/ipa/ui/>. V nastavitvah računa izberemo `SSH public keys`, kliknemo `Add` in prilepimo kopiran javni ključ. Spremembe shranimo z gumbom `Save` v zgornjem levem kotu.

S tem smo uspešno ustvarili in naložili par SSH ključev, ki jih bomo uporabljali za varen dostop do računalniške gruč SLING.

4.3 Avtentikacija in dostop do gručnega okolja

Na pametni telefon si namestimo aplikacijo za avtentikacijo (priporočamo Microsoft Authenticator), ki jo bomo uporabljali za varen dostop. Nato vzpostavimo prvo povezavo z gručno infrastrukturo, pri čemer uporabimo program PuTTY. V polje `Host Name` vnesemo naslov strežnika v obliki uporabniško_ime@hpc-otp.arnes.si.

V levem meniju poiščemo `Connection > SSH > Auth > Credentials` in pri možnosti `Private key file for authentication` naložimo zasebni ključ, ki smo ga ustvarili z orodjem PuTTYgen. Priporočljivo je, da se povezava shrani v `Saved Sessions` pod ustreznim imenom seje, kot je na primer `hpc@otp`, ki smo ga uporabili mi, kar omogoča lažji dostop v prihodnje (slika 2).

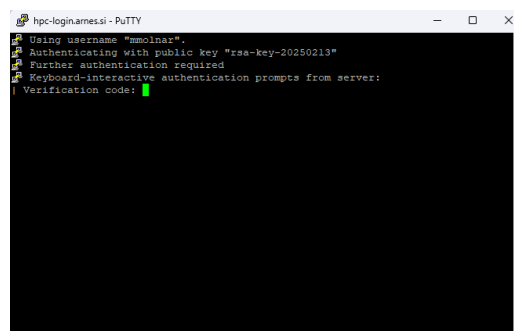


Slika 2: Ustvarjanje sej v PuTTYju.

Ob kliku na **Open** se odpre terminalsko okno, ki ga je treba maksimizirati za pravilno delovanje. Sledimo navodilom za vzpostavitev dvofaktorske avtentikacije. Skeniramo prikazano QR kodo z avtentikatorjem na telefonu. Po uspešnem skeniranju vpišemo v terminal -1, s čimer se okno samodejno zapre. Postopek avtentikacije je tako zaključen.

Ob prvi vzpostavitvi dostopa do gruče oziroma ob avtentikaciji uporabniškega računa je treba upoštevati, da se podatki na sistemu SLING osvežujejo periodično, običajno približno enkrat na uro. To pomeni, da se spremembe, kot so dodajanje SSH ključa ali avtentikacija dostopa, ne odrazijo takoj. V določenih primerih bo zato treba počakati nekaj minut ali celo do ene ure, preden bo mogoče nadaljevati z naslednjim korakom postopka. Uporabnikom svetujemo potrpežljivost, saj je to običajen del procesa prve prijave v sistem.

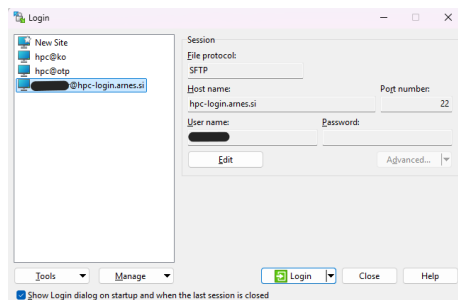
Nato se v programu PuTTY vrnemo na začetni zavihek **Session** in ustvarimo novo sejo za dostop do gručnega okolja. V našem primeru smo si ustvarili sejo z imenom `hpc@ko`. Uporabimo enake nastavitve kot v prejšnjem koraku, vključno z ustreznim zasebnim ključem za avtentikacijo. Po kliku na gumb **Open** se vzpostavi povezava, pri čemer bomo za dostop morali vnesti še enkratno potrditveno kodo za dvofaktorsko avtentikacijo (slika 3). S tem uspešno dostopamo do gručnega okolja, ki ga upravlja Arnes.



Slika 3: Povezava na HPC s PuTTY terminalom.

4.4 Nalaganje datotek

Za prenos datotek na superračunalnik potrebujemo program WinSCP. V njem ustvarimo novo povezavo, pri čemer v polje `Host name` vpišemo `hpc-login.arnes.si`, v polje `User name` pa svoje uporabniško ime (slika 4).



Slika 4: Prijava v WinSCP.

Kliknemo na gumb `Advanced in` v levem meniju izberemo `SSH > Authentication`. V polje `Private key file` naložimo svojo datoteko z zasebnim ključem. Po potrditvi vseh nastavitev jih lahko shranimo za prihodnjo uporabo. S klikom na `Login` se povežemo z oddaljenim sistemom. Program bo ob povezavi zahteval vnos potrditvene kode za avtentikacijo.

Po uspešni prijavi na strežnik ustvarimo novo mapo, kamor naložimo vse datoteke, potrebne za izvajanje naše programske kode. Priporočljivo je tudi, da se vanjo vključi `.txt` datoteka, v kateri so navedene vse Python knjižnice, ki jih koda potrebuje za pravilno delovanje. Mi smo si ustvarili mapo `ko4` in v njej mapo `code`, v katero smo naložili `koncnaKoda.py`, `requirements.txt` in `sp500_data.xlsx`. V datoteki `requirements.txt` smo navedli pakete, vsakega v svoji vrstici, pri čemer številke predstavljajo verzijo uporabljenih knjižnic:

```
yfinance==0.2.31
matplotlib
Pillow
ta==0.11.0
numpy
pandas
scipy
```

4.5 Vzpostavitev virtualnega okolja

Ko ponovno odpremo sejo v programu PuTTY, v našem primeru `hpc@ko`, vpišemo enkratno geslo. Po uspešni prijavi v gručno okolje nas pozdravi prijavno vozlišče.

Najprej se s pomočjo ukaza `cd ime_mape` premaknemo v svojo delovno mapo. V našem primeru smo to storili z ukazoma `cd ko4` in nato `cd code`. V svoji delovni mapi moramo ustvariti virtualno okolje, saj izvajanje kode brez ustreznega izoliranega okolja povzroča nepotrebno obremenitev sistema. To je pomembno tako z vidika zmogljivostnih omejitev kot tudi pravil uporabe gruč.

Za ustvarjanje virtualnega okolja se uporabi ukaz `python3 -m venv ime_okolja`. Pri nas to storimo z ukazom `python3 -m venv venv`.

Ime `venv` izhaja iz okrajšave za virtual environment (navidezno okolje). Uporablja se tudi kot ime mape, saj se sklada z uradno dokumentacijo Pythona in jasno označuje, da gre za izolirano okolje, namenjeno posameznemu projektu.

To ustvari novo virtualno okolje v mapi z imenom `venv`. V isti delovni mapi se lahko z ukazom `ls` preveri, katere datoteke so prisotne. V našem projektu so to datoteke `koncnaKoda.py`, `requirements.txt`, `sp500_data.xlsx` in mapa `venv`.

Nato se premaknemo v svoje virtualno okolje z ukazom `cd venv/bin`.

S pomočjo ukaza `ls -l` lahko preverimo pravice dostopa do datotek. Aktivacijska skripta `activate` mora imeti ustrezna dovoljenja (vsaj `rwxr-r-`), da se lahko zažene. Če teh pravic nima, jih nastavimo z ukazom `chmod 744 activate`.

Dovoljenja za datoteke so razdeljena na tri skupine glede na uporabnike: lastnika datoteke, uporabnik v isti skupini in vsi ostali. Vsaki skupini lahko nastavimo pravice za branje `r`, pisanje `w` in izvajanje `x`, pri čemer ima vsaka pravica svojo vrednost: branje ima vrednost 4, pisanje 2 in izvajanje 1. Z uporabo ukaza `chmod` lahko za vsako skupino določimo ustrezno kombinacijo teh pravic s seštevanjem vrednosti. Za podroben opis postopka številko 744 v ukazu `chmod` razdelimo na števke: 7 za lastnika ($4 + 2 + 1 = 7$), kar pomeni, da ima lastnik popoln dostop `r w x`. Naslednji številki za skupino in ostale sta pa 4, kar pomeni, da imata le pravico do branja `r - -`. S tem ukazom omogočimo, da lahko lastnik (torej vi) datoteko `activate` v mapi virtualnega okolja tudi dejansko izvede in aktivira okolje.

Ko so pravice ustrezno nastavljene (in bo skripta prikazana z zeleno barvo v terminalu), je virtualno okolje pripravljeno in lahko nadaljujemo z delom. Za aktivacijo pripravljenega virtualnega okolja uporabimo ukaz `source venv/bin/activate`.

4.6 Nameščanje knjižnic

Treba je namestiti vse potrebne knjižnice, ki jih bo uporabila naša koda. Orodje `pip` se namesti z ukazom `python3 -m ensurepip -default-pip`. Za dodatno zanesljivost priporočamo nadgradnjo orodja `pip` z ukazom `pip install -upgrade pip`.

V naslednjem koraku uporabimo datoteko `requirements.txt`, ki smo jo predhodno prenesli v gručno okolje in iz nje namestimo vse zahtevane knjižnice z ukazom `pip install -r requirements.txt`. Parameter `-r` poskrbi, da `pip` prebere in namesti vse knjižnice, zapisane v datoteki. Uspešnost namestitve lahko preverimo z ukazom `pip show ime_knjižnice`.

Za izvajanje kode v večnitnem načinu moramo dodatno naložiti knjižnico `mpi4py`. To storimo z ukazi `module load mpi4py`, `python3 in import mpi4py`.

Nato zapustimo Python okolje z ukazom `exit()`, se vrnemo v mapo `code` in tam zaženemo ukaz za večnitenje.

5 Uporaba gručnega okolja in večnitenje

Za paralelno obdelavo podatkov na gruči uporabljamo večnitno izvajanje z uporabo MPI protokola. Iz izhodiščne kode iz članka Optimizacija simulacije trgovanja z delnicami z

večnitnem v programskem okolju Python avtorjev Galun et al [1] smo naredili nadgradnjo, ki omogoča hkratno obdelavo podatkov za več različnih delnic.

Na začetku kode smo inicializirali osnovne MPI spremenljivke, ki omogočajo komunikacijo med procesi. S pomočjo `MPI.COMM_WORLD` pridobimo komunikacijski kanal med vsemi procesi, z `Get_rank()` določimo identifikacijsko številko (rang) posameznega procesa, medtem ko `Get_size()` vrne skupno število procesov, ki sodelujejo pri izvajanju programa [6].

```
comm = MPI.COMM_WORLD
rank = comm.Get_rank()
size = comm.Get_size()
```

Funkciji `color_matrices_and_animation` in `color_matrix` skrbita za vizualizacijo in animacijo rezultatov. V osnovi ustvarjata barvne matrike za vsak mesec in jih združita v končno animacijo v obliki GIF-a. V tej različici programa pa smo funkciji dodatno nadgradili tako, da za vsako delnico ustvarita lastno mapo, kamor se shranjujejo slike posameznih mesecev in končna animacija. Pred tem se pobrišejo morebitne stare slike in GIF-i, kar preprečuje zmedo zaradi zastarelih datotek. Na ta način je za vsako delnico zagotovljena ločena, pregledna in konsistentna vizualna predstavitev rezultatov.

```
def color_matrices_and_animation(allColors, squares, stock):
    folder = f'slike/{stock}'
    output_dir = f'slike/{stock}'

    # Izbriši stare slike
    if os.path.exists(folder):
        for f in os.listdir(folder):
            file_path = os.path.join(folder, f)
            try:
                if os.path.isfile(file_path):
                    os.unlink(file_path)
            except Exception as e:
                print(f"Napaka pri brisanju {file_path}: {e}.")
    else:
        os.makedirs(folder)

    # Izbriši stari GIF
    gif_path = f'{output_dir}/{stock}_MACD.gif'
    if os.path.exists(gif_path):
        try:
            os.remove(gif_path)
        except Exception as e:
            print(f"Napaka pri brisanju starega GIF-a: {e}.")

    os.makedirs(output_dir, exist_ok=True)

    frames = []
    for i in range(12):
        color_matrix(allColors, squares, i, frames, stock)
    for i, frame in enumerate(frames):
        print(f"Frame {i}: type = {type(frame)}")
```

```

    if not isinstance(frame, Image.Image):
        print(f"Warning: Frame {i} ni PIL.Image.Image.")
    frames[0].save(gif_path, format='GIF', append_images=
        frames[1:], save_all=True, duration=600, loop=0)

def color_matrix(allColors, squares, k, frames, stock):
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))
    folder = f'slike/{stock}'
    frame_path = f'{folder}/{k}.frame.png'

    for i in range(11):
        for j in range(11):
            rgbColors = allColors[i][j][k]
            text = squares[i][j][k][2]
            rect = mpatches.Rectangle([(i) / 11, -j / 11],
                1 / 11, -1 / 11, ec="none", color=(rgbColors[0],
                rgbColors[1], rgbColors[2]))
            ax.add_patch(rect)
            ax.text((i) / 11 + 0.022, -(j + 1) / 11 + 0.039,
                str(text.round(2)))

    ax.set_xlim(0, 1)
    ax.set_ylim(0, -1)
    ax.invert_yaxis()
    ax.set_xlabel("Buy")
    ax.set_ylabel("Sell")

    plt.title("Month: " + str(k + 1) + " " + "Stock: " + stock)
    plt.savefig(frame_path)

    new_frame = Image.open(frame_path)
    frames.append(new_frame)

plt.close()

```

Glavni del izvajanja paralelne obdelave je razdeljen med tri tipe procesov: nadzornik nadzornikov (glavni nadzornik), nadzornik in delavec. Glavni nadzornik razpošlje podatke posameznim nadzornikom in jim dodeli, s katero delnico bodo delali. Vsak nadzornik nato koordinira svojo skupino delavcev, ki izvedejo izračune za posamezne kombinacije parametrov. Rezultate delavci pošljejo nazaj svojemu nadzorniku, ta pa jih združi in pripravi za nadaljnjo vizualizacijo.

```
def masterOfMasters(data, stocks, start, end, datesEnd):
    print(f"[RANK {rank}] Začenjam kot glavni nadzornik.")
    numberOfMasters = len(stocks)
    count_send = 0

    for rank_master in range(1, numberOfMasters + 1):
        stock = stocks[count_send]
        print(f"Pošiljam podatke procesu {rank_master} za {stock}.")
        comm.send(True, dest=rank_master, tag=10)
        comm.send((data[stock], stock, start, end, datesEnd),
                  dest=rank_master, tag=11)
        count_send += 1

def master():
    print(f"[RANK {rank}] Začenjam kot nadzornik.")
    start_signal = comm.recv(source=0, tag=10)

    if not start_signal:
        print(f"[RANK {rank}] Ni dela. Ustavljam se.")
        return

    data, stock, start, end, datesEnd = comm.recv(source=0, tag=11)
    print(f"[RANK {rank}] Prejel podatke za {stock}.")

    start = get_next_nearest_date(data, start)
    end = get_previous_nearest_date(data, end)

    numberOfMasters = len(stocks)
    numberOfWorkers = size - 1 - numberOfMasters
    index = rank - 1
    workersPerMaster = numberOfWorkers // numberOfMasters
    remainder = numberOfWorkers % numberOfMasters

    firstWorker = numberOfMasters + 1 + index *
        workersPerMaster + min(index, remainder)
    lastWorker = firstWorker + workersPerMaster

    if index < remainder:
        lastWorker += 1 # dodatnega delavca dodelimo
                        # prvih 'ostanek' nadzornikom

    print(f"Nadzornik {rank}: Dodeljujem delavce {firstWorker}")
    print(f"do {lastWorker - 1}.")

    squares = np.zeros((11, 11, 12), dtype=object)
```

```

buy = 0.0
sell = 0.0
count_send = 1
count_receive = 1
trades = []
while 1:
    for i in range(firstWorker, lastWorker):
        if count_send > 11 * 11:
            break
        comm.send(False, dest=i, tag=2)
        comm.send([data, start, end, datesEnd, buy, sell],
                  dest=i, tag=0)
        buy += 0.1
        if buy > 1:
            buy = 0
            sell -= 0.1
        count_send += 1

    for i in range(firstWorker, lastWorker):
        if count_receive > 11 * 11:
            break
        trade = comm.recv(source=i, tag=1)
        trades.append(trade)
        count_receive += 1

    if count_receive > 11 * 11 and count_send > 11 * 11:
        break

    for i in range(firstWorker, lastWorker):
        comm.send(True, dest=i, tag=2)

# Tukaj so vsi podatki iz trgovanja
for i in range(11):
    for j in range(11):
        trade = trades[i + 11 * j]
        for k in range(len(datesEnd)):
            squares[i][j][k] = trade[k]
colors = getColors(squares)
color_matrices_and_animation(colors, squares, stock)

def worker():
    print(f"[RANK {rank}] Začenjam kot delavec.")
    while 1:
        status = MPI.Status()
        stop = comm.recv(source=MPI.ANY_SOURCE, tag=2,
                        status=status)
        if stop:
            print(f"[RANK {rank}] Prejel končni signal.")
            break

    status = MPI.Status()
    arr = comm.recv(source=MPI.ANY_SOURCE, tag=0, status=status)
    master_rank = status.Get_source()

```

```

print(f"[RANK {rank}] Prejel podatke za obdelavo.")

data = arr[0].copy(deep=True)
start = arr[1]
end = arr[2]
datesEnd = arr[3]
buy = arr[4]
sell = arr[5]
squares = MonteCarlo(data, start, end, datesEnd, buy, sell)
comm.send(squares, dest=master_rank, tag=1)

```

V tem delu kode določimo časovno obdobje analize, izberemo delnice, za katere bomo izvedli simulacije, uvozimo pripadajoče podatke ter glede na rang posameznega procesa določimo njegovo vlogo v hierarhični strukturi.

```

start = '2023-01-01'
end = '2023-12-31'
datesEnd = ['2023-01-31', '2023-02-28', '2023-03-31', '2023-04-30',
            '2023-05-31', '2023-06-30', '2023-07-31', '2023-08-31',
            '2023-09-30', '2023-10-31', '2023-11-30', '2023-12-31']

stocks = ['AMZN', 'AAPL', 'GOOG', 'MSFT', 'TSLA', 'META', 'NFLX',
          'V', 'DIS']
data = {}
for stock in stocks:
    data[stock] = pd.read_excel('sp500_data.xlsx', sheet_name=stock)

numberOfMasters = len(stocks)

if rank == 0:
    masterOfMasters(data, stocks, start, end, datesEnd)
else:
    if 1 <= rank <= numberOfMasters:
        master()
    else:
        worker()

```

Sedaj imamo pripravljeno tako kodo kot tudi okolje za učinkovito izvajanje paralelnih simulacij več delnic hkrati. Za zagon programa preprosto uporabimo ukaz `mpiexec -n stProcesov python koncnaKoda.py`, pri čemer naj število procesov ustreza vsoti enega procesa za glavnega nadzornika, enega za vsako delnico ter vsaj enega delavca na delnico. Če uporabimo manjše število, program v tem primeru ne bo deloval pravilno, saj bi posamezne delnice ostale brez ustreznih delovnih niti.

6 Zaključek

V članku smo predstavili naš postopek uporabe slovenskega nacionalnega superračunalniškega omrežja SLING, od osnov superračunalništva in koncepta računalniških gruč do tehničnih korakov za prijavo, dostop ter pripravo okolja za izvajanje večnitnih programov v jeziku Python z uporabo knjižnice mpi4py. Namen vodnika je bil ponuditi praktično in razumljivo podporo študentom ter raziskovalcem, ki se prvič srečujejo z visoko zmogljivim računanjem HPC.

S pomočjo opisanega lahko uporabniki vzpostavijo lastno delovno okolje, prilagojeno zahtevnejšim simulacijam, kot je na primer analiza trgovanja z delnicami s pomočjo Monte Carlo simulacij. Poudarili smo pomen ustrezne priprave virtualnega okolja, varnega dostopa prek SSH ključev in učinkovite namestitve potrebne programske opreme.

Predstavljena koda, ki smo jo razvili in opisali v članku, omogoča učinkovito izvajanje paralelnih simulacij z uporabo hierarhične MPI strukture. Procesi so razdeljeni na glavnega nadzornika, nadzornike za posamezne delnice in na delavce za izvedbo izračunov. Ta pristop omogoča bistveno pospešitev izvajanja in učinkovito obdelavo večjih količin podatkov v krajšem času, kar je ključnega pomena za analize, kot so Monte Carlo simulacije v finančnem trgovanju.

Zahvala

Iskrena hvala Galu Zmazku za pomoč pri pripravi na uporabo gruče. Njegovi nasveti so pomembno prispevali k uspešni izvedbi projekta.

Iskrena hvala Andreju Kamenšku za pomoč pri reševanju tehničnega izziva pri uporabi gruče. S svojim znanjem je bistveno prispeval k nadaljevanju projekta.

Literatura

- [1] M. Galun, M. Molnar, E. Smolič, D. Bokal. *Optimizacija simulacije trgovanja z delnicami z večnitjenjem v programskem jeziku Python*. Dianoia 9 (2025), 31-50.
- [2] M. Galun, M. Molnar, E. Smolič, T. Jagrič, D. Fister. *Tehnična analiza delnic: indikatorji in mere tveganja v programskem jeziku Python*. Dianoia 9 (2025), 51-66.
- [3] M. Galun, E. Smolič, D. Bokal. *Večnitne simulacije čustvenih stanj in modularni preizkusi v programskem jeziku Python*. Dianoia 7 (2023), 27-39.
- [4] M. Molnar, M. Grašič. *Nekateri pomembnejši pristopi v kriptografiji*. Dianoia 8 (2024), 101-113.
- [5] *SLING dokumentacija za uporabnike*.
Pridobljeno iz: <https://doc.sling.si/>
- [6] Vegi Kalamar A. (2018). Paralelni razveji in omeji algoritem BiqMac Solver (Magistrska naloga). Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Maribor.
Pridobljeno iz: <https://dk.um.si/Dokument.php?id=129953&lang=slv>

VABILO AVTORJEM

Dianoia (grško διάνοια) po Platonu označuje védenje, razmišljanje o modelih stvarnosti, o naravoslovno-matematičnih in tehničnih temah. Uporabljajo ga matematiki (modeliranje) in znanstveniki (formuliranje problema), inženirji (načrtovanje sistema). Opredeljuje kompetenco, proces ali rezultat diskurzivnega razmišljanja, za razliko od neposrednega razumevanja obravnavane tematike. Aristotel to védenje naprej razdeli na teoretično (episteme) in praktično (phronesis).

Dianoia po Platonu torej označuje vmesni nivo človeškega spoznanja, prehod od intuitivnih občutkov do najglobljšega spoznanja dejanskosti. Tako je idealna oznaka za objave v pričujoči reviji, ki povezujejo teoretična, znanstvena izhodišča z njihovo uporabno namembnostjo. Študentje, avtorji teh člankov, ste na prehodu od učenja k delu, od teoretičnega h konkretnemu, ki vas bo pripeljalo do kruha, do dela, s katerim boste odigrali svojo vlogo v družbi. Na tem prehodu pa poleg znanja, ki ga ponuja redno izobraževanje, potrebujete tudi izkušnje s konkretnih izzivov in mehke kompetence sodelovanja v ekipah delodajalcev, k čemur vas spodbuja in vam pri tem pomaga revija Dianoia.

V reviji bomo objavljali poljudne in strokovne članke s področja naravoslovja, matematike ali znanosti, ki uporabljajo znanja teh področij. Ciljna publika bralcev so v prvi vrsti delodajalci, ki tovrstna znanja potrebujejo in želijo izvedeti, kaj je kdo zanimivega razmislil na njihovem področju. V drugi vrsti so ciljna publika študentje, ki iščejo zamisli za svojo poklicno pot in lahko v reviji najdejo navdih za lastna raziskovanja in iskanje stikov s trgom dela.

Za kakovost izdelkov bo skrbel uredniški odbor in uredniški svet, v katerih so vrhunski strokovnjaki, povezani s področji, ki jih revija obravnava. Članki bodo anonimno recenzirani, o objavi pa na podlagi recenzije odloča uredniški odbor. Priporočljivo je, da avtorji besedilo spremenijo v skladu s priporočili recenzentov in da popravljeni članek z utemeljitvijo sprejema ali zavrnitve sprememb ponovno pošljejo v pregled. Uredništvo lahko objavo članka zavrne, če vsebinsko ali po merilih kakovosti ne ustreza standardom revije, o čemer avtorje obvestimo v najkrajšem možnem času.

S prispevkom v reviji bodo avtorji spodbujali širjenje znanja s področja naravoslovja in matematike ter tehnike oziroma izobraževanja teh področij in svoje poglede prenašali na trg dela in na prihajajoče generacije.

NAVODILA AVTORJEM

Avtorje prosimo, da pri pripravi članka upoštevajo naslednja navodila.

Če je članek napisan v slovenščini, naj ima angleški prevod naslova, povzetka in ključnih besed. Veseli bomo tudi prispevkov v angleščini, ki pa morajo imeti naslov, razširjen povzetek v obsegu 300 – 400 besed in ključne besede v slovenščini. Ključnih besed naj bo do šest.

Prispevki naj bodo zanimivi za širši krog bralcev. Ključna je intuitivna predstavitev zamisli in rezultatov, podrobnosti pa lahko ostanejo prihranjene za morebitni znanstveni članek, ki bi bil nadgradnja članka, objavljenega v reviji Dianoia.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (avtorjev) in sedež ustanove, kjer avtor(ji) dela(jo). Sledi naj povzetek, z največ 150 besedami, seznam ključnih besed in besedilo, ki ne presega 3000 besed. Besedilo naj bo zapisano v urejevalniku besedil MS Word 2010 oz. kasnejši ali LaTeX in naj uporablja objavljeno predlogo. Slike in tabele morajo biti oštevilčene in imeti natančen opis, da jih lahko razumemo brez preostalega besedila. Slike v elektronski obliki naj bodo visoke kakovosti v formatu PNG ali JPEG.

Prispevek v PDF obliki pošljite na naslov dianoia@um.si z zadevo: »Za revijo Dianoia«. Če bo sprejet v objavo, vas bomo prosili za izvirno obliko prispevka.