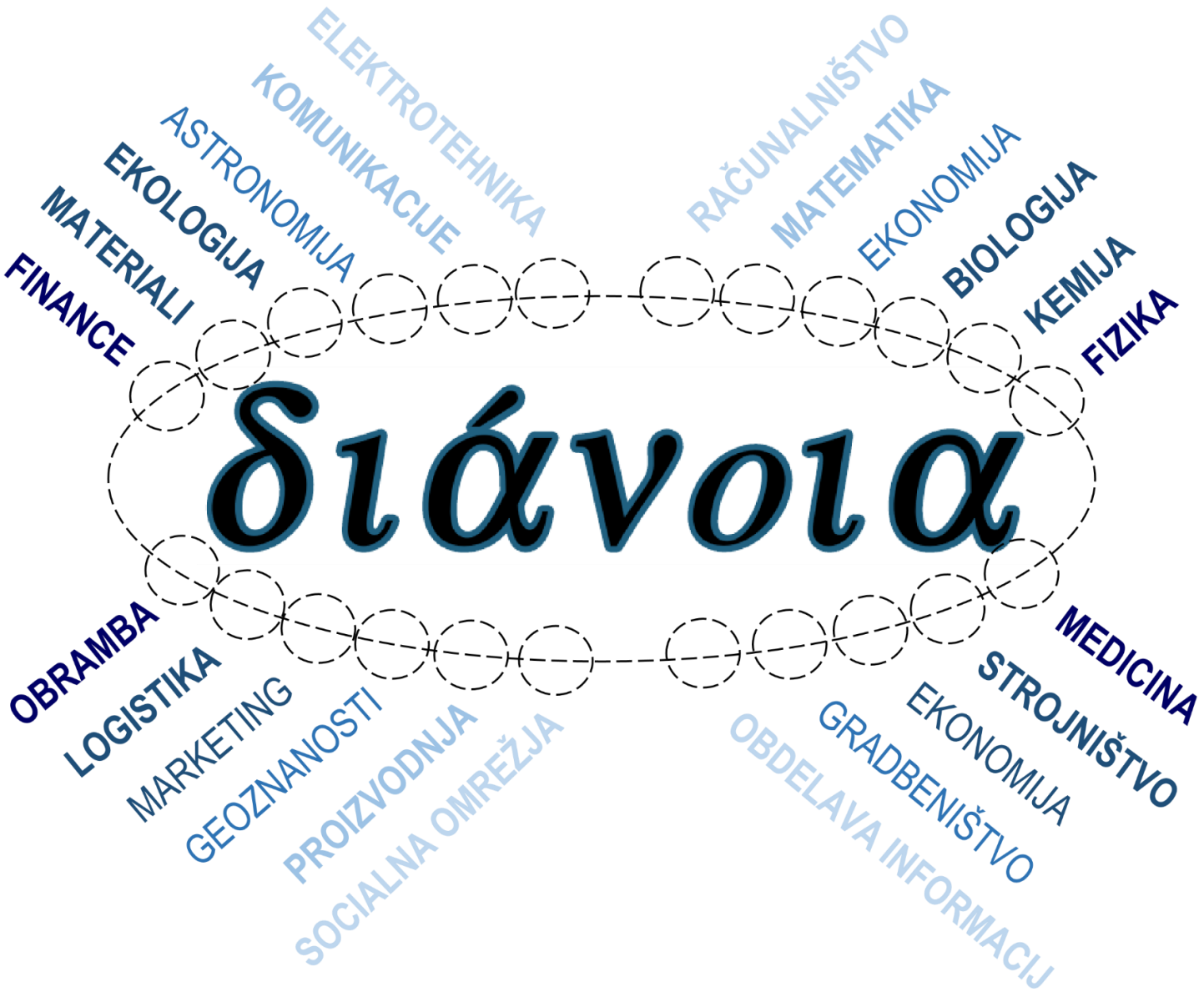
LETNIK 5 (2021) – ŠT. 1

ISSN 2536-3565

Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko



D I A N O I A

REVIJA ZA UPORABO NARAVOSLOVNO-MATEMATIČNIH ZNANOSTI

ISSN **2536-3565**

Naslov publikacije/Title **DIANOIA**, revija za uporabo naravoslovnih in matematičnih znanosti

DIANOIA, journal for applications of natural and mathematical sciences

Letnik/Volume **5**

Leto/Year **2021 (april)**

Številka/Number **1**

Založnik in izdajatelj/ Published & Issued by Univerzitetna založba Univerze v Mariboru, Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija, http://press.um.si/, zalozba@um.si

Uredništvo/Editorial board

odgovorni urednik/editor in chief
Mitja Slavinec

glavni urednik/executive editor
Drago Bokal

izvršna urednica/managing editor
Janja Jerebic

urednici za področje biologije/editors for biological sciences
Nina Šajna, Sonja Škornik

urednik za področje didaktike/editor for didactical sciences
Samo Repolusk

urednika za področje fizike/editors for physical sciences
Robert Repnik, Aleš Fajmut

urednika za področje matematike/editors for mathematical sciences
Igor Pesek, Janja Jerebic

urednik za področje tehnike/editor for technical sciences
Mateja Ploj Virtič

tehnična urednica/technical editor
Monika Vogrinec

Mednarodni uredniški svet/ International advisory board

Igor Emri (Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani, član SAZU), Matej Brešar (FNM, član SAZU), Sergey Pasechnik (Državna fakulteta v Moskvi), Vlad Popa-Nita (Fakulteta za fiziko Univerze v Bukarešti), Blaž Zmazek (FNM), Samo Kralj (FNM), Franci Janžekovič (FNM), Nataša Vaupotič (FNM), Mitja Kaligarič (FNM), Boris Aberšek (FNM), Andrej Šorgo (FNM), Bojan Mohar (Simon Fraser University, Vancouver), Matjaž Perc (FNM), Ivica Aviani (Naravoslovno matematična fakulteta Split), Fahriye Altınay (Univerza v Nikoziji), Andreas M. Hinz (Univerza Ludwig-Maximilians, München)

Oblikovanje/Design Amadeja Bratuša

Lektoriranje/Proofreading Ljudmila Bokal

Sedež uredništva/Address FNM UM, Koroška cesta 160, 2000 Maribor

e-mail dianoia@um.si

internet/web www.fnm.um.si

Tisk/Printed by FNM UM

Leto izida/Year 2021

Datum natisa/Published 2021

Naklada/Nr. of Copies 100 izvodov

Revija izhaja dvakrat letno, predvidoma aprila in septembra.

Kazalo / Table of Contents

Tarnati ali ustvarjati – to sploh ni vprašanje
Monika Vogrinec 5

Preprost model za vzdrževanje likvidnosti
A simple model of maintaining liquidity
Patricija Brdnik, Špela Kajzer, Drago Bokal 9

Formativno spremljanje študentov pri predmetu Matematično modeliranje
Formative Assessment of Students at Mathematical Modeling
Sabina Boršić, Matej Vohar, Klavdija Zelko, Drago Bokal 31

Spremembe temperature reke Save med leti 1977 in 2017
Temperature change of Sava river between the years 1977 and 2017
Tina Flis, Mateja Polovič 53

Merjenje fizikalnih količin na osnovi reaktančnega vpliva na resonančno frekvenco kvarčnega kristala
Measurement of Physical Quantities Based on the Reactance Effect on the Resonant Frequency of the Quartz Crystal
Vojko Matko 63

UVODNIK/EDITORIAL

Dianoia 5 (2021) 5–7

Tarnati ali ustvarjati – to sploh ni vprašanje / To complain or to create – it's not a question at all

Monika Vogrinec

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Pri pripravi tokratne številke Dianoie ugotavljam, da se vedno več študentov loteva pisanja člankov in so zainteresirani za objavo v naši reviji. Nabor člankov, ki so objavljeni, je pester in zanimiv, kar dokazuje, da smo študenti željni znanja in raziskovanja na različnih področjih. V tokratnem uvodniku bom razmišljala o tem, ali celotna situacija zaradi krize s Covid-19 olajša ali nam otežuje delo tudi na področju raziskovanja.

V času, ko veliko ljudi slišimo tarnati o trenutni situaciji, nas lahko kar povleče, da bi skupaj z drugimi potarnali tudi sami. V SSKJ je zapisano: tárnati -am nedov. govoriti, pripovedovati o svojih skrbeh, težavah, trpljenju. Posebej zanimiv se mi je zdel prvi primer, ki je zapisan: tarnal bi, če bi kaj pomagalo [6]. Če tarnanje pomaga ali ne, je vprašanje posameznika. V vsaki situaciji se najdejo dobre in slabe stvari. Naš čas lahko izkoristimo za tarnanje, ali pa se osredotočimo na pozitivne stvari in jih izkoristimo. Tudi v trenutni prisotnosti korona virusa lahko tarnamo, kako so se nam življenja zaradi karantene spremenila, lahko pa to karanteno izkoristimo za razvijanje naše ustvarjalnosti.

"Ustvarjalnost oziroma kreativnost je kompleksen psihološki fenomen, ki ga je mogoče opredeliti, raziskovati in/ali razumeti z različnih vidikov – z vidika sposobnosti, mišljenja, osebnostnih značilnosti ter procesa učenja in/ali ustvarjalnih dosežkov" [4]. Kljub veliko raziskavam še ni enotno opredeljeno, kaj je ustvarjalnost.

V različnih smereh raziskovanja namreč poudarjajo drugačne vidike ustvarjalnosti. Prav zato posamezni avtorji pripisujejo ustvarjalnosti različne dejavnike. Veliko jih kot močan dejavnik poudarja motivacijo, zraven nje pa omenjajo še kognitivne, osebnostne in socialne dejavnike, spet drugi dodajajo še znanje, inteligentnost, osebnost, stile razmišljanja in okolje. Csikszentmihalyi (1999) ustvarjalnost opredeli kot dinamični splet kulturno-socialnih dejavnikov (1), področja, na katerem se ustvarjalnost kaže (2) ter posameznikovih osebnostnih značilnosti (3), kjer poudari zanos kot osrednjo motivacijsko značilnost [4]. Prav tako meni, da brez zanosa do ustvarjalnega procesa sploh ne more priti. Zanos opiše kot "... subjektivno stanje, o katerem ljudje poročajo, ko se v nekaj, kar jih prevzame iz lastnega interesa, popolnoma zatopijo do te mere, da pozabijo na čas, se ne zavedajo svojega napora in česarkoli drugega, kar ni povezano z aktivnostjo samo" [2].

Rečemo lahko, da nas je karantena prisilila, da se ustavimo, umirimo in morda zmanjšamo tempo svojega življenja. Karanteno lahko izrabimo kot čas, v katerem se ukvarjamo s

E-naslov: monika.vogrinec@student.um.si (Monika Vogrinec)

stvarmi, ki nas prevzamejo iz lastnega interesa, s stvarmi, ki jih raziščemo zato, ker zanimajo nas in ne zato, da jih bomo znali predstaviti drugim. Zaradi lastnega zanimanja se bo povečal zanos, s čimer dobimo večjo motivacijo, željo po raziskovanju.

Motivacijo lahko definiramo tudi kot stanje ali proces, ki posameznika spodbuja in usmerja njegov odnos do nekega cilja [5]. Naš cilj je tako koristno uporabiti čas, raziskovati in obenem razvijati lastno ustvarjalnost.

Velikokrat v času karantene sem naletela na vprašanja ali res moram vedno nekaj početi, ali se ne bi vsaj sedaj, ko se je vse ustavilo, ustavila tudi jaz. Moj odgovor, saj nimam toliko dela, se je večini zdel nerazumen. Videli so, da sem ves čas ”nakaj delala”. A niso vedeli, da me je to ”delo” veselilo in tako potegnilo, da sem pozabila na čas – bila sem v zanosu, imela sem neko notranjo motivacijo.

Ne glede na to, ali je posameznik navajen biti aktiven ali ne, se lahko osredotoči na vsebine, ki ga zanimajo ter jim posveti le nekaj malega svojega časa. Zagotovo bo v tem kratkem času znotraj teh vsebin našel nekaj, kar mu bo pomenilo primerno veliko spodbudo glede na njegov nivo znanja, da bo njegovo zanimanje vedno večje. Posledično se bo povečala želja po raziskovanju in tako lahko hitro najde priložnost za razvijanje svoje ustvarjalnosti.

Raziskovanje – kot posledica razvijanja lastne ustvarjalnosti – lahko privede do zanimivih spoznanj. Fakulteta za naravoslovje in matematiko prav z revijo Dianoia [1] omogoča, da lahko ta spoznanja tudi študenti delimo z drugimi. Čas, ko se življenje še vedno ni čisto vrnilo na stare tire, je čas, ki ga je treba izkoristiti. Prav zaradi prilagajanja vsega, med drugim tudi študijskega procesa, pa je prav pisanje seminarskih nalog, člankov in podobnega lahko sprememba, ki jo potrebujemo. S tem bi še, kot pravi Petra Fic [3], študenti lahko z objavo svojega članka ”...seznanili kolege in profesorje z zanimivimi temami, ki zanimajo vas”, profesorji pa svoje študente ”...motivirajte za objavljanje njihovih raziskav in jim pomagajte pri njihovem izboljšanju s konstruktivnimi kritikami”.

Literatura

[1] Bokal, D.: Reviji Dianoia na pot, Dianoia 1 (2017) 5–7.

[2] Csikszentmihalyi, M., Rathunde, K. in Whalen, S. (1993). Talented teenagers: The roots of success and failure. Cambridge: Cambridge University Press.

[3] Fic, P.: Zakaj se moram učiti nekaj, kar mi ne bo nikoli v življenju prišlo prav?, Dianoia 3 (2019) 66–69.

[4] Jurišević, M.: Ustvarjalnost v območju bližnjega motivacijskega razvoja, Univerza v Ljubljani, Pedagoškaa fakulteta
[Pridobljeno 26. 2. 2021 iz: http://www.pef.uni-lj.si/ceps/knjiznica/doc/mojca/JurisevicMprispevek.pdf]

[5] Sasson, R., What Does Motivation Mean and How to Strengthen It, Success Consciousness,
[Pridobljeno 26. 2. 2021 iz: https://www.successconsciousness.com/blog/motivation/how-to-strengthen-motivation/]

[6] Slovar slovenskega knjižnega jezik [Online]
[Pridobljeno 26. 2. 2021 iz: https://fran.si/iskanje?View=1Query=tarnati]

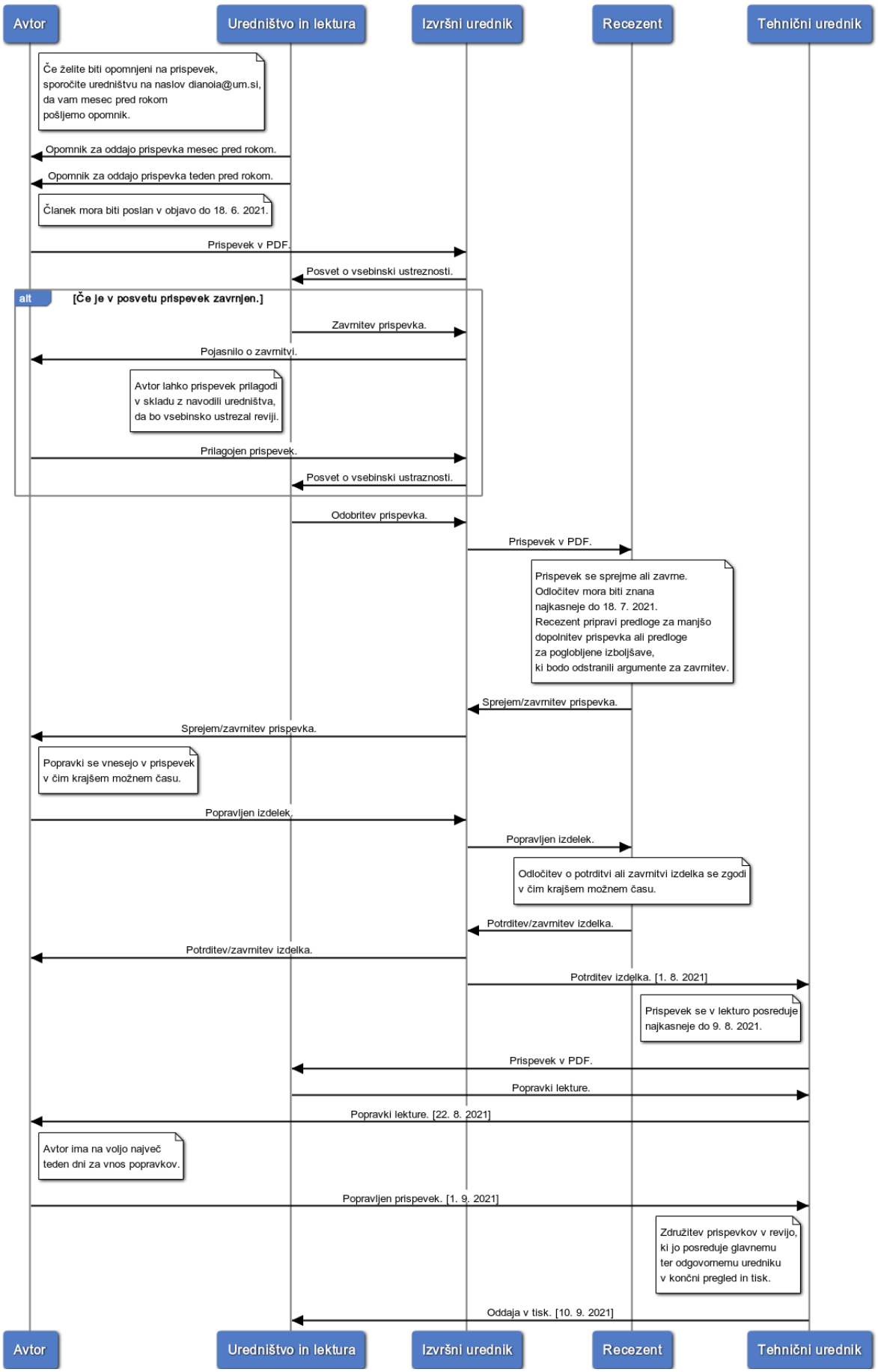


Figure 1: Proces izdaje naslednje številke revije Dianoia.

STROKOVNI PRISPEVKI

Dianoia 5 (2021) 9–29

Preprost model za vzdrževanje likvidnosti
A simple model of maintaining liquidity

Patricija Brdnik, Špela Kajzer, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

Likvidnost je sposobnost v danem času poravnati svoje plačilne obveznosti. Z drugimi besedami je likvidnost plačilna sposobnost. Do datuma giljotine pride, ko oseba/podjetje postane nelikvidna/o. Cilj nalog, ki sledijo v nadaljevanju članka, je, da bralec razume pomen spremljanja transakcij in se nauči, kako lahko v prihodnje sam ugotavlja, kdaj bo prišlo do datuma giljotine za posameznika ali za neko podjetje. Do znanja pride z reševanjem nalog, ki sledijo v nadaljevanju. Naloge so razdeljene na dva dela. Prvi del se nanaša na pridobivanje znanja analiziranja trenutnih podatkov s pomočjo programa Excel, drugi del pa na pridobivanje znanja o pisanju kode za generiranje scenarijev za prihodnost v programskem jeziku Python.

Ključne besede: Likvidnost, transakcije, statistika, Excel, Python.

Abstract

Liquidity is a capability of settling your financial obligations in due time. In other words, liquidity means solvency. The guillotine date arrives, when a person becomes insolvent. The aim of the following tasks is to make the reader understand the importance of keeping track of their transactions and to learn how to calculate their "guillotine date". The knowledge can be obtained by solving the tasks given in this article. The tasks are divided in two parts. Part one is focused on obtaining knowledge on data analysis with the help of Excel, while part two is focused on obtaining knowledge on writing a code, that will generate scenarios for future in coding language Python.

Key words: Liquidity, transactions, statistics, Excel, Python.

1 Uvod

1.1 Zakaj?

V tem času se ljudje po vsem svetu spopadamo s pandemijo virusa COVID-19, ki negativno vpliva na vse aspekte življenja tako posameznika in tudi celotne družbe. Pandemija in ukrepi, sprejeti za obvladovanje le-te, s svojim vplivom na razmere v svetovnem gospodarstvu vnašajo veliko negotovost na finančne trge, zato vodilne v podjetjih skrbi za prihodnost svojih podjetij ob morebitni svetovni recesiji.

1.2 Kaj?

Zagotavljanje likvidnosti poslovnih sistemov je lahko kompleksen poslovodni problem, a matematika za njim je zelo preprosta: odhodki ne smejo presegati vsote prihrankov in prihodkov. V prispevku bomo predstavili, kako lahko sestavite Excelovo preglednico, s

E-mail naslovi: patricija.brdnik@gmail.com (Patricija Brdnik), spela.kajzer123@gmail.com (Špela Kajzer), drago.bokal@um.si (Drago Bokal)

katero beležite prihranke in načrtovane prihodke, tako da za vsak predviden odhodek lahko preverite, ali si ga lahko privoščite, ali po njem še ohranite likvidnost, ali pa vas odhodek pahne v rdeče številke. Tako situacijo slikovito imenujemo datum giljotine. To je dan, ko je treba ukrepati na nepredviden način, npr. najeti posojilo ali ustaviti projekt, podjetje.

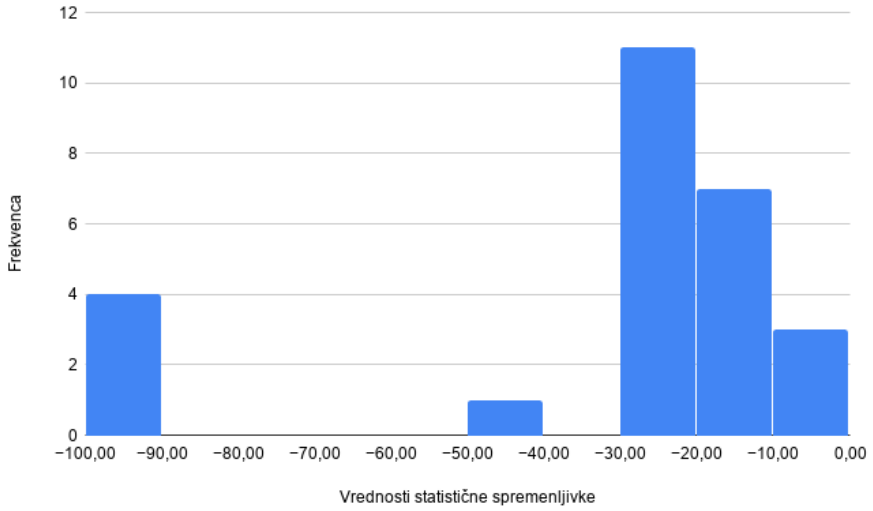
1.3 Kako?

S pomočjo aplikacije Excel se boste naučili beležiti pretekle in predvidene odhodke in prihodke. Ob natančnem predvidevanju oz. načrtovanju lahko tako pridobite informacijo o predvidenem datumu giljotine.
Ker transakcij ni mogoče povsem natančno napovedati, lahko na podlagi preteklih finančnih dogodkov ocenimo porazdelitev zneskov prihodkov in odhodkov. Taka porazdelitev nam omogoča, da simuliramo možne scenarije prihodnosti, ki bodo odražali podobne transakcije, kot smo jih imeli v preteklosti. Simulacije se boste naučili narediti v programskem jeziku Python, ki omogoča učinkovit vstop v svet podatkovne analitike. Statistična obdelava simuliranih scenarijev prihodnosti nam pomaga oceniti verjetnost, da pride do dneva giljotine ob nadaljevanju naših finančnih navad. Če je verjetnost nastopa nelikvidnosti visoka, je to znak, da je treba spremeniti vzorce trošenja ali pa povečati prihodke.
Članek je sestavljen iz treh delov: Naloge (poglavje 2), namigi (poglavje 3) in rešitve (poglavje 4). Same naloge so razdeljene na dva dela. Prvi del, to so naloge 2.1–2.10, se navezuje na rabo aplikacije Excel, drugi del pa se navezuje na rabo programskega jezika Python.

1.3.1 Osnovni koncepti

V članku se boste srečali z naslednjimi koncepti:

- **Histogram** [9]. To je vrsta grafikona, ki se uporablja za prikaz porazdelitve izbrane statistične spremenljivke. Običajno ga narišemo v koordinatni sistem, v katerem na abscisno (x) os nanesemo vrednosti statistične spremenljivke, na ordinatno (y) os pa ustrezne frekvence.



- **Računanje relativnega deleža**. Razmerje deleža d in osnove (ali celote) o imenujemo relativni delež in ga označimo z r. Velja zveza: $r = d/o$.
- **Kvartili in mediana** [3]. Mediana je statistični parameter, ki podaja srednjo vrednost statistične spremenljivke. Določimo jo tako, da vrednosti statistične spremenljivke najprej uredimo po velikosti (naraščajoče) in zapišemo v obliki zaporedja členov. Mediana je vrednost, ki nastopa v sredini tako dobljenega zaporedja. V primeru, da je zaporedje sode dolžine, je mediana enaka aritmetični sredini srednjih dveh členov. Vidimo, da mediana razdeli zaporedje na dve zaporedji. Če vsako od teh dveh zaporedji še enkrat delimo na enak način, dobimo štiri enako velika zaporedja. Točke, ki smo jih pridobili med deljenjem, imenujemo kvartili. V tem primeru lahko mediano imenujemo tudi drugi kvartil.
- **Interval zaupanja** [1]. Interval zaupanja, določen s svojo spodnjo in zgornjo mejo, je interval, v katerem se z dano gotovostjo nahaja ocenjevani parameter. Ponavadi izberemo 95-odstotno gotovost oziroma 5-odstotno stopnjo tveganja.
- **Matrika** [11]. Matrika reda $m \times n$ je pravokotna shema elementov z m vrsticami in n stolpci.
- **Transponiranje matrike** [11]. Transponiranje matrike je operacija nad matriko, ki zamenja vrstice in stolpce dane matrike. S tem dobimo njeno transponirano matriko, ki je reda $n \times m$.

2 Naloge

V tem poglavju je podanih 13 nalog. Med reševanjem boste pridobili v uvodu omenjena znanja. Pri reševanju si lahko pomagate z namigi in rešitvami, navedenimi v poglavjih 3 in 4.

Naloga 2.1. Študent ima 200 € prihrankov. V povprečju ima mesečne prihodke v višini 320 €. Ob tem ima v povprečju odhodke v višini 340 €. Mesečno povprečje prihodkov in odhodkov je med celim letom enako. V kolikšnem času bo prišlo do dneva giljotine?
Transakcije spremljamo od januarja dalje.
Nalogo rešite na dva načina:

(a) s pomočjo Excela – uporabite funkcije za računanje in risanje grafov,

(b) s pomočjo matematičnega modela – uporabite formule, ki so osnovane na ustrezni, utemeljeni notaciji, ki omogoči iskanje odgovora s pomočjo reševanja neenakosti.

Naloga 2.2. Študent je zaposlen preko študentskega servisa. Čez teden dela (od ponedeljka do petka) 4 ure dnevno. Pri tem je njegova urna postavka 6 €. Poleg tega mesečno prejema štipendijo v višini 71,68 €. Na mesec zapravi približno 100 € za hrano, plača najemnino za študentsko sobo v višini 110 € in avtobusno vozovnico v višini 30 €. V času pandemije (od druge polovice marca dalje) izgubi službo, študij pa opravlja od doma. Zato ne potrebuje več avtobusne vozovnice, kljub temu pa še vedno plačuje najemnino za študentsko sobo. Koliko časa lahko v teh kriznih razmerah ostane likviden, če je imel privarčevanih dodatnih 200 €? Koliko, če ni imel privarčevanega denarja?
Transakcije spremljamo od januarja dalje.
Predpostavite, da pandemija traja do konca leta in študent plačuje študentski dom tudi med poletjem in v naslednjem študijskem letu.
Za lažji izračun lahko tudi predpostavite, da ima vsak mesec natanko 4 tedne.
Nalogo rešite s pomočjo Excela in s pomočjo matematičnega modela.

Naloga 2.3. Študent iz druge naloge (s privarčevanimi 200 €) v mesecu maju od države prejme enkratni znesek v višini 150 €. Za koliko časa se mu na račun tega zneska podaljša likvidnost?
Nalogo rešite s pomočjo Excela in s pomočjo matematičnega modela.

Naloga 2.4. Prejšnje naloge so predpostavljale enako povprečje transakcij v vsakem mesecu. Ker ta predpostavka ni realistična, si oglejmo situacijo, ko se transakcije dogajajo slučajno. V naslednjih nalogah bomo opazovali zaporedje transakcij in preverili, kaj se zgodi z likvidnostjo študenta, če so transakcije v prihodnosti podobno porazdeljene. Študent se torej obnaša podobno, pri tem pa nima pogoja, da bi vsak mesec enako potrošil. Podano imamo tabelo njegovih transakcij od začetka januarja do sredine maja.

Datum	**Transakcije v €**	**Datum**	**Transakcije v €**
3. januar	-30	3. marec	-15
5. januar	-16,37	10. marec	71.86
10. januar	71,86	11. marec	480
11. januar	480	12. marec	-3,20
12. januar	-7,50	14. marec	-23,70
19. januar	-22,20	15. marec	-20,16
20. janur	-100	20. marec	-100
21. januar	20	25. marec	-15,70
30.januar	-30	30. marec	-30
1. februar	-19	30. marec	-16,38
10.februar	71,86	31. marec	20
11.februar	480	10. april	71,86
14. februar	-23,87	11. april	480
16. februar	-3,20	13. april	-17,20
17. februar	-21,90	16. april	-14,99
20. februar	-100	20. april	-100
28. februar	-30	3. maj	-30
1. marec	-45,99	10. maj	71,86
1. marec	-18,12	10. maj	-21,45

(a) Analizirajte tabelo. Zapišite naslednjo pričakovano transakcijo. Kdaj bo prišlo do le-te?

(b) Izračunajte povprečen prihodek transakcij, povprečen odhodek transakcij in povprečen čas med transakcijami.

Naloga 2.5. Poskusite ugotoviti, kateri zneski iz naloge 2.4 se ponavljajo in kdaj.

Naloga 2.6. V prejšni nalogi ste ugotovili, kateri zneski se ponavljajo in kdaj. Za lažje razumevanje bomo pojasnili, kaj ti zneski vključujejo.
-30 € je mesečna karta za avtobus, 71,86 € znaša štipendijo, 480 € študentsko delo, -100 € študentski dom, dvakratna mesečna transakcija v višini med 15 € in 24 € pa vključuje nakup hrane.

Naloga 2.7. Preberite si, kaj je histogram [9], in narišite histograma porazdelitve transakcij (posebej za prihodke in odhodke) iz naloge 2.4 (število zneskov v odvisnosti od zneskov).

Naloga 2.8. Narišite histograma deleža zneskov v odvisnosti od zneskov, posebej za prihodke in posebej za odhodke. Ponovno uporabite transakcije iz naloge 2.4.

Naloga 2.9. Narišite histogram časovne porazdelitve. Na x-osi podajte intervale dni v širini 5 (torej 1–5, 6–10, ..., 26–30, pri tem število predstavlja dan v mesecu), na y-osi podajte deleže zneskov.

Opomba. V našem primeru je dovolj narisati le histogram za časovno porazdelitev odhodkov, saj so prihodki redni in vedno na enake dneve v mesecu.

Naloga 2.10. S pomočjo vira [8] se poučite o .csv formatu in raziščite, kako takšne podatke preberemo v programu Python. V razdelku Osnovni koncepti (1.3.1) si preberite osnovne definicije za vrednosti iz statistike, ki bodo potrebni za nadaljne reševanje. To so mediana, kvartili ter intervali zaupanja. Poučite se še o paketih pandas, matplotlib, numpy in statistics s pomočjo virov [4], [5], [10] in [11] ter s pomočjo pridobljenega znanja rešite naslednje naloge.

Opomba. Za naslednje naloge boste potrebovali Python 3.8 in programsko orodje (IDE), v katerem se piše koda v programskem jeziku Python (npr. Pycharm, Visual Studio Code, Anaconda).

Naloga 2.11. Ker je razporeditev prihodkov v našem primeru trivialna, zapišite Python funkcijo, ki na ustrezne dneve začetni ceni prišteje vrednost prihodka. Pri tem upoštevajte tudi prihodek, ki odstopa. To je znesek v vrednosti med 15 in 20 €, ki nastopi na naključen dan v mesecu s 6-odstotno verjetnostjo. Pri generiranju le-tega si pomagamo s knjižico *rand* in rabo *if*-stavka. Funkcija naj ima podana dva parametra: celo število med 1 in 30, ki predstavlja dan, za katerega generiramo možen prihodek, in racionalno število, ki predstavlja količino kapitala pred uporabo funkcije.

Naloga 2.12. Ustvarite .csv datoteko z deleži odhodkov po vrsti, po intervalih dolžine 15. S pomočjo datoteke ustvarite Python funkcijo za generiranje odhodkov.

Opomba. V našem primeru naredimo Python funkcijo le za odhodke, saj je razporeditev prihodkov trivialna.

Naloga 2.13. Uporabite metodo ponovnega vzorčenja [7] ter generirajte scenarije za prihodnost. Poskušajte jih vrednotiti. Nalogo rešite v Pythonu.

(a) S pomočjo *for* zanke, *if* stavkov in funkcij za generiranje prihodkov in odhodkov iz nalog 11 in 12 generirajte en možen scenarij za naslednjih 30 dni.

(b) S pomočjo *matplotlib* knjižice izrišite graf za scenarij iz naloge (a).

(c) Funkcijo iz naloge (a) dopolnite tako, da vrednost zneskov vsak dan shranjuje v seznam. Tako po koncu izvedbe funkcije seznam vsebuje 30 vrednosti, ki ponazarjajo predvideno količino kapitala za posamezen dan po generiranem scenariju.

(d) Ustvarite prazen seznam z imenom *Matrika*. S pomočjo *while* zanke generirajte 1000 scenarijev za naslednjih 30 dni. *While* zanka naj se izvede 1000-krat. Pred vsakim ponovnim zagonom seznam shranite v spremenljivko *Matrika*, za tem pa seznam izpraznite. S tem boste dobili matriko velikosti 30×1000, pri čemer 30 predstavlja število dni, za katere generirate scenarije, 1000 pa število generiranih scenarijev.

(e) Generirane scenarije izrišite s pomočjo *matplotlib* knjižice.

(f) Transponirajte prej ustvarjeno matriko [11].

(g) Izberite dan 10. Za ta dan izračunajte prvi in tretji kvartil ter mediano vrednosti. Določite tudi maksimum in minimum.

(h) S pomočjo *for* zanke izračunajte prve in tretje kvartile, mediane, maksimume in minimume vrednosti za vse dni.

(i) Vse vrednosti predstavite na grafu. Zaradi večje preglednosti grafe iz (e) dela naloge izrišite s sivo barvo.

3 Namigi

Namig 3.1. V Excelu uporabite funkcijo za odštevanje.

Namig 3.2. V Excelu najprej združite dohodke in prihodke za posamezne mesece. Skupne vrednosti računajte s pomočjo dobljenih vsot.

Namig 3.3. V Excelu popravite tabelo iz druge naloge.

Namig 3.5. Pomagajte si z Excelom: v tabelo vnesite podatke in s pogojnim oblikovanjem ločite prihodke ter odhodke. Tako boste lažje videli ponavljajoče vzorce.

Namig 3.7. Za štetje posameznih vrednosti uporabite funkcijo *COUNTIF*.

Namig 3.8. Za štetje vrednosti na intervalu a do b, uporabite funkcijo *COUNTIFS*, pri čemer zahtevajte, da so vrednosti, ki jih štejete, večje ali enake a, ter manjše ali enake b. Deleže posameznih intervalov nato izračunajte s pomočjo formule $r = d/o$.

Namig 3.9. Ustvarite si pomožno tabelo, ki bo vsebovala transakcije za posamezen mesec (npr. ustvarite tabelo za januar). S pomočjo funkcije *COUNTIFS* preštejte število transakcij po posameznih intervalih. Enako ponovite za ostale mesece. Nato v novo tabelo vnesite vsote danih vrednosti po intervalih (pomagajte si s funkcijo *SUM*) in s pomočjo formule $r = d/o$ izračunajte deleže transakcij.

Namig 3.11. Razporeditev po dnevih dosežete s pomočjo *for* zanke; da do transakcije pride na pravi dan, pa vam zagotovi raba *if* stavkov.

Namig 3.12. .csv datoteko ustvarite s pomočjo Excela. Pri ustvarjanju funkcije si pomagajte z rešitvijo naloge 10. Za dosego pravilne razporeditve uporabite *if* stavke in funkcijo *uniform* iz paketa *random*.

Namig 3.13.

(b) ustvarite seznam števil od 0 do 30 (*dnevi*), ki bo predstavljal vrednosti na abscisni (x) osi izrisanega grafa. Za izris uporabite funkcijo *plot*.

(e) V vaši funkciji znotraj *while* zanke dodajte ukaz, ki bo z rabo funkcije *plot* iz paketa *matplotlib* izrisal graf za posamezen generiran scenarij na enak način kot pri (b) primeru.

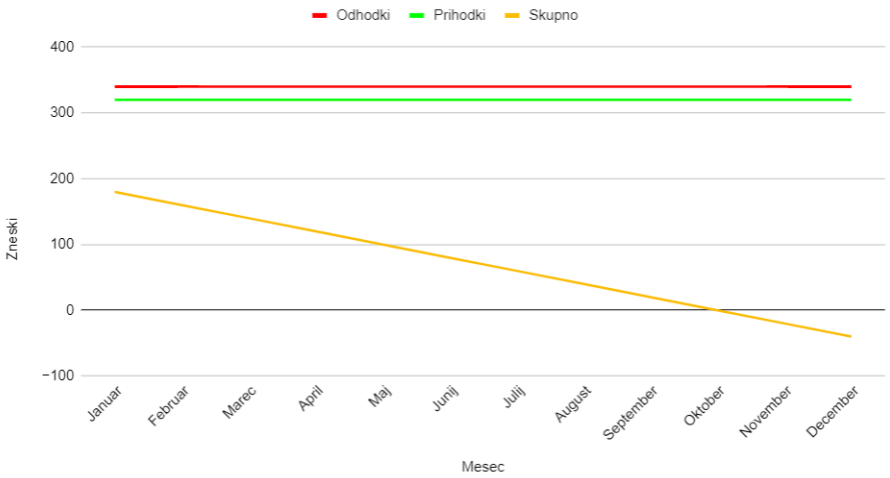
(f) Uporabite funkcijo *transpose* iz paketa *numpy*.

4 Rešitve

Rešitev 4.1.

(a) Rešitev s pomočjo Excela.
Iz spodnje tabele in grafa razberemo, da bo do dneva giljotine prišlo v desetih mesecih.

Začetni kapital	200 €		
Mesec	**Odhodki v €**	**Prihodki v €**	**Skupno v €**
Januar	340	320	180
Februar	340	320	160
Marec	340	320	140
April	340	320	120
Maj	340	320	100
Junij	340	320	80
Julij	340	320	60
Avgust	340	320	40
September	340	320	20
Oktober	340	320	**0**
November	340	320	**-20**
December	340	320	**-40**



(b) Rešitev s pomočjo matematičnega modela.
Z zapisano formulo izračunamo x, ki nam pomeni mesec, v katerem nastopi datum giljotine:

$$zacetnikapital + (povprecniprihodek)x - (povprecniodhodek)x \leq 0$$

V našem primeru:

$$200 + 340x - 320x \leq 0 \tag{4.1}$$
$$200 + (340 - 320)x \leq 0 \tag{4.2}$$
$$200 \leq -20x / : (-20) \tag{4.3}$$
$$10 \geq x \tag{4.4}$$
$$\tag{4.5}$$

Vidimo, da pride do dneva giljotine v desetem mesecu.

Rešitev 4.2. Podatki (od aprila dalje ni sprememb):

Začetni kapital	200 €			
	januar	**februar**	**marec**	**april**
Prihodki v €				
Plača	480	480	240	0
Štipendija	71,86	71,86	71,86	71,86
Odhodki v €				
Študentski dom	110	110	110	110
Prehrana	100	100	100	100
Avtobusna vozovnica	30	30	30	0

1. Rešitev s privarčevanimi dodatnimi 200 €.

   (a) Rešitev s pomočjo Excela.

Začetni kapital	200 €		
Mesec	**Odhodki v €**	**Prihodki v €**	**Skupno v €**
Januar	240	551,86	511,86
Februar	240	551,86	823,72
Marec	240	311,86	895,58
April	210	71,86	757,44
Maj	210	71,86	619,30
Junij	210	71,86	481,16
Julij	210	71,86	343,02
Avgust	210	71,86	204,88
September	210	71,86	66,74
Oktober	210	71,86	**-71,40**

(b) Rešitev s pomočjo matematičnega modela.
Ker vemo, da od aprila dalje ni sprememb, posebej preverimo:

$$zacetnikapital + (prihodkijanuar - odhodkijanuar) = A.$$

Če je A manjši ali enak 0, se računanje zaključi. Januar nam predstavlja mesec, v katerem nastopi datum giljotine. Sicer nadaljujemo:

$$A + (prihodkifebruar - odhodkifebruar) = B.$$

Sklep enak kot zgoraj.
Če februarja ne nastopi datum giljotine, nadaljujemo:

$$B + (prihodkimarec - odhodkimarec) = C.$$

Če tudi marca ne nastopi datum giljotine, lahko uporabimo formulo iz prejšnje naloge, pri čemer nam začetni kapital predstavlja vrednost C.
Izračun za naš primer:

$$200 + (551,86 - 240) = 511,86 \geq 0 \tag{4.6}$$
$$511,86 + (551,86 - 240) = 823,72 \geq 0 \tag{4.7}$$
$$823,72 + (311,86 - 240) = 895,58 \geq 0 \tag{4.8}$$
$$895,58 + 71,86x - 210x \leq 0 \tag{4.9}$$
$$895,58 \leq 138,14x \tag{4.10}$$
$$x \geq 6,48 \tag{4.11}$$

Ker je x mesec, navzgor zaokrožimo na celo število. V našem primeru je to 7. Ker smo za prve tri mesece preverili posebej, je naš rezultat $7 + 3 = 10$.

Odgovor: Študent ostane likviden do oktobra.

2. Rešitev brez dodatnih privarčevanih 200 €.

(a) Rešitev s pomočjo Excela.

Začetni kapital	0 €		
Mesec	**Odhodki v €**	**Prihodki v €**	**Skupno v €**
Januar	240	551,86	311,86
Februar	240	551,86	623,72
Marec	240	311,86	695,58
April	210	71,86	557,44
Maj	210	71,86	419,30
Junij	210	71,86	281,16
Julij	210	71,86	143,02
Avgust	210	71,86	4,88
September	210	71,86	**-133,26**

(b) Rešitev s pomočjo matematičnega modela.
Postopek je enak kot v prvem delu naloge.
Izračun za naš primer:

$$0 + (551,86 - 240) = 311,86 \geq 0 \tag{4.12}$$
$$311,86 + (551,86 - 240) = 623,72 \geq 0 \tag{4.13}$$
$$623,72 + (311,86 - 240) = 695,58 \geq 0 \tag{4.14}$$
$$695,58 + 71,86x - 210x \leq 0 \tag{4.15}$$
$$695,58 \leq 138,14x \tag{4.16}$$
$$x \geq 5,04 \tag{4.17}$$

Rešitev je $3 + 6 = 9$.

Odgovor: Študent ostane likviden do septembra.

Rešitev 4.3.

(a) Rešitev s pomočjo Excela.

Začetni kapital	200 €		
Mesec	**Odhodki v €**	**Prihodki v €**	**Skupno v €**
Januar	240	551,86	511,86
Februar	240	551,86	823,72
Marec	240	311,86	895,58
April	210	71,86	757,44
Maj	210	221,86	769,30
Junij	210	71,86	631,16
Julij	210	71,86	493,02
Avgust	210	71,86	354,88
September	210	71,86	216,74
Oktober	210	71,86	78,60
November	210	71,86	**-59,54**

(b) Rešitev s pomočjo matematičnega modela. Postopek je enak kot pri zgornji nalogi, le da v tem primeru preverjamo posebej za vsak mesec, do vključno meseca maja, nato pa uporabimo formulo iz prve naloge.
V našem primeru:

$$200 + (551,86 - 240) = 511,86 \geq 0 \tag{4.18}$$
$$511,86 + (551,86 - 240) = 823,72 \geq 0 \tag{4.19}$$
$$823,72 + (311,86 - 240) = 895,58 \geq 0 \tag{4.20}$$
$$895,58 + (71,86 - 210) = 757,44 \geq 0 \tag{4.21}$$
$$757,44 + (221,86 - 210) = 769,30 \geq 0 \tag{4.22}$$
$$769,30 + 71,86x - 210x \leq 0 \tag{4.23}$$
$$769,30 \leq 138,14x \tag{4.24}$$
$$x \geq 5,47 \tag{4.25}$$

Rešitev: $x = 5 + 6 = 11$.

Odgovor: Likvidnost se mu na račun tega zneska podaljša za en mesec.

Rešitev 4.4.

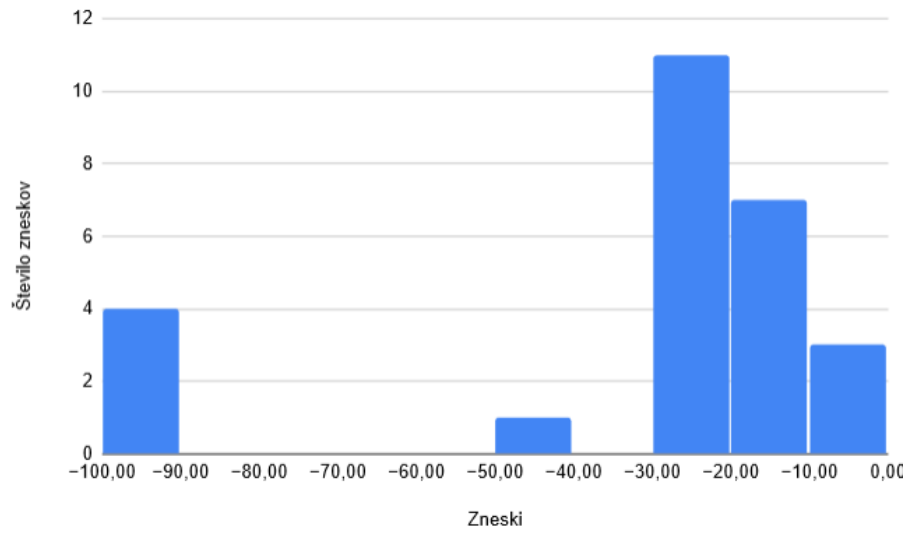
(a) *Pričakovana transakcija:* 11. maj: 480 €

(b) *Povprečen prihodek:* 233,28 €
Povprečen odhodek: 48,43 €
Povprečen čas med transakcijami: 4 dni

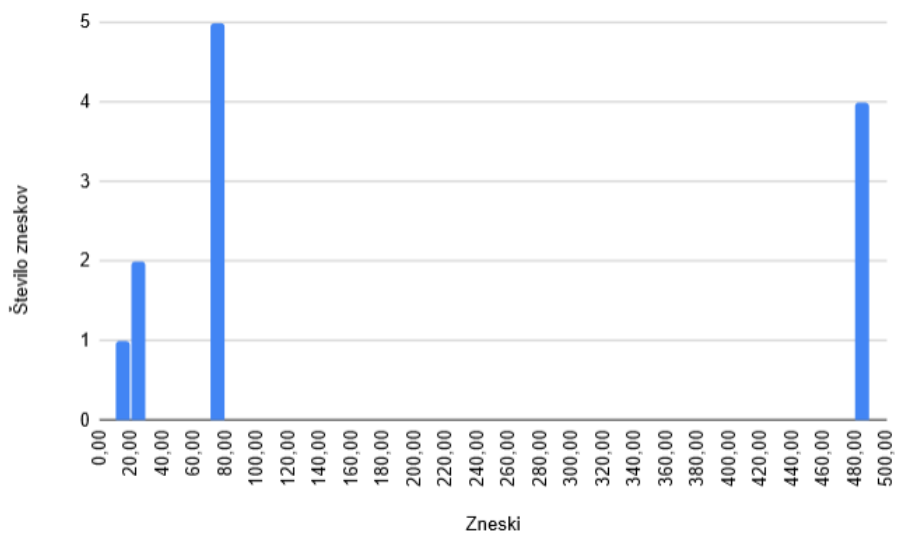
Rešitev 4.5. Iz tabele je razvidno mesečno ponavljanje naslednjih transakcij: -30 € na začetku ali koncu meseca, 71,86 € desetega v mesecu, 480 € enajstega v mesecu in -100 € dvajsetega v mesecu. Prav tako vidimo, da dvakrat mesečno oseba opravi transakcijo v višini od -14,99 € do 23,99 €, enkrat v začetku in enkrat v sredini meseca.

Rešitev 4.7.

1. Histogram odhodkov:

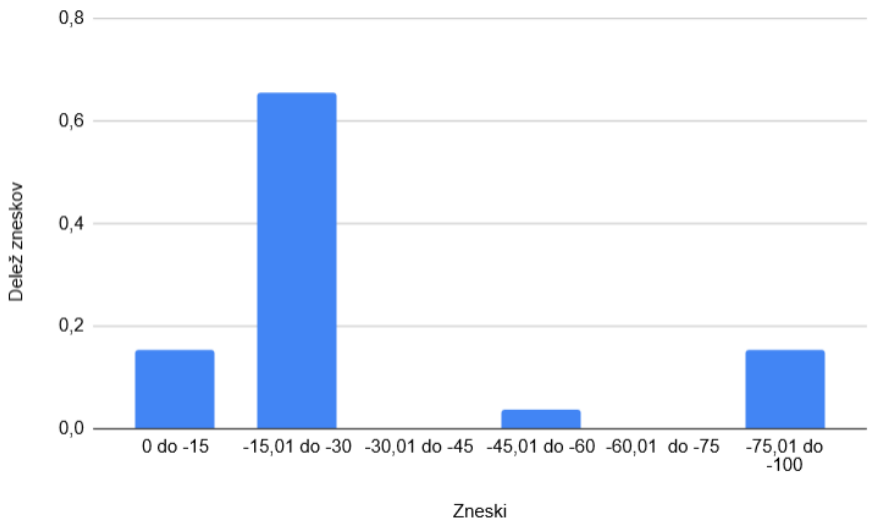


2. Histogram prihodkov:

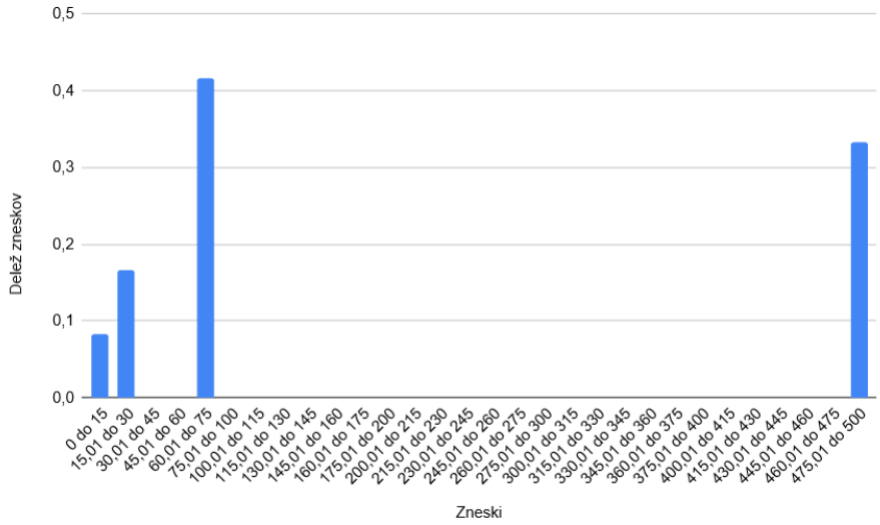


Rešitev 4.8.

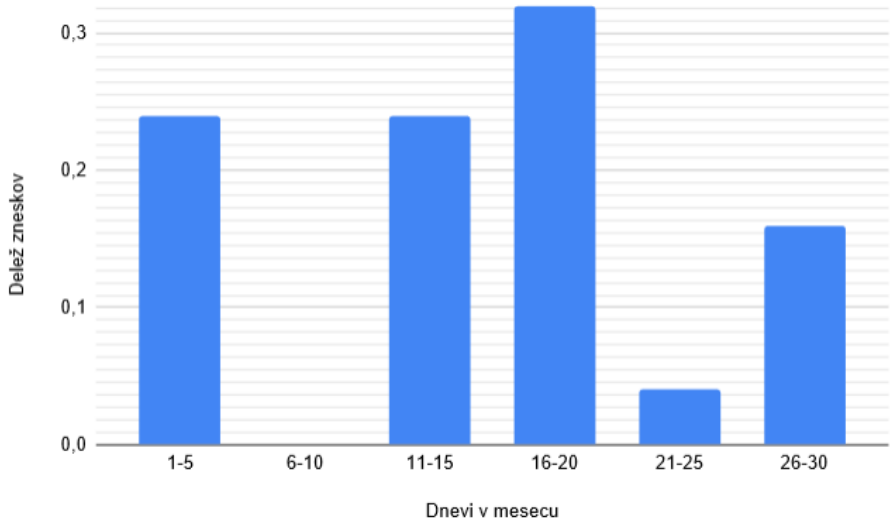
1. Histogram deleža odhodkov:



2. Histogram deleža prihodkov:



Rešitev 4.9.



Rešitev 4.11.

```
def GenerirajPrihodek(znesek, dan):
    a = randint(1, 100)
    if a < 6:
        t = randint(1, 31)  # nakljucen dan, ko prejme denar od 15-20€
    else:
        t = -2
    if t == dan:
        b = random.uniform(15, 20)
        znesek = znesek + b
    if dan == 10:
        znesek = znesek + 71.86

    if dan == 11:
        znesek = znesek + 480

    return znesek
```

Rešitev 4.12.

```
def GenerirajOdhodek(seznam): #v nasem primeru so odhodki med 0 in 100, razdeljeni na intervale dolzine 15
    x=randint(0,100)
    if x <=seznam[0]*100:
        return random.uniform(0,15)
    elif x>seznam[0]*100 and x<=(seznam[0]+seznam[1])*100:
        return random.uniform(15.01,30)
    elif x>(seznam[0]+seznam[1])*100 and x<= (seznam[1]+seznam[2])*100:
        return random.uniform(30.01, 45)
    elif x>(seznam[1]+seznam[2])*100 and x<=(seznam[2]+seznam[3])*100:
        return random.uniform(45.01,60)
    elif x>(seznam[2]+seznam[3])*100 and x<=(seznam[3]+seznam[4])*100:
        return random.uniform(60.01,75)
    elif x>(seznam[3]+seznam[4])*100 and x<=(seznam[4]+seznam[5])*100:
        return random.uniform(75.01,100)
    else:
        return 0
```

V rešitvi je z imenom *seznam* predstavljen seznam z deleži pojavljanja odhodkov po posameznih intervalih.
V našem primeru seznam izgleda takole:
$[0.1538461538, 0.6538461538, 0.0, 0.03846153846, 0.0, 0.1538461538]$
Iz tega seznama je torej razvidno, da je, na primer, delež vrednosti iz intervala 0–15 € enak 0.1538461538

Rešitev 4.13.

```
for k in range(1, 31):
    if k <= 5:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 24:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 10 & k <= 15:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 24:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 15 & k <= 20:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 32:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 20 & k <= 25:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 4:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 25:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 16:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    if k == 20:
        znesek = znesek - 100
    znesek = GenerirajPrihodek(znesek, k)
```

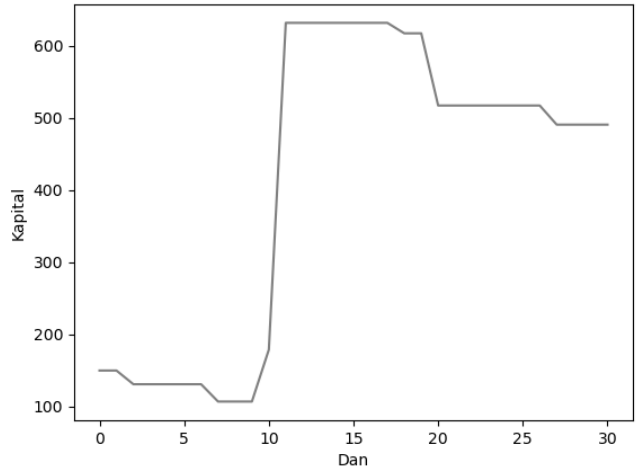
(a)

```
dnevi1=[]
for i in range (0,31):
    dnevi1.append(i)
dnevi= list(dnevi1)

plt.plot(dnevi, kapital, 'grey')

plt.ylabel("Kapital")
plt.xlabel("Dan")

plt.show()
```



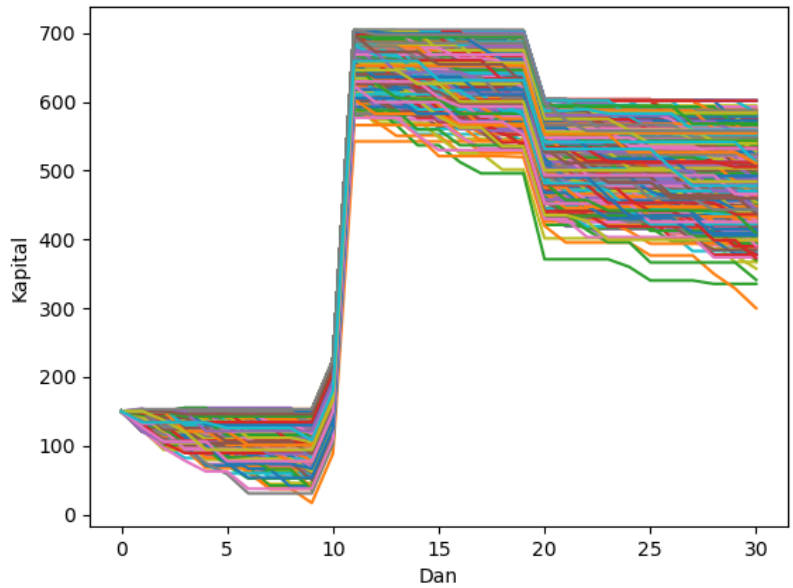
(b)

```
kapital= [znesek]
for k in range(1, 31):
    if k <= 5:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 24:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 10 & k <= 15:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 24:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 15 & k <= 20:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 32:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 20 & k <= 25:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 4:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    elif k > 25:
        y = randint(0, 100)
        if y <= 16:
            znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
    if k == 20:
        znesek = znesek - 100
    znesek = GenerirajPrihodek(znesek, k)
    kapital.append(znesek)
```

(c)

```
matrika=[]
while j<n:
    kapital= [znesek]
    for k in range (1,31):
        if k<=5:
            y=randint(0,100)
            if y<=24:
                znesek=znesek-GenerirajOdhodek(seznam1)
        elif k>10 & k<=15:
            y = randint(0, 100)
            if y <= 24:
                znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
        elif k>15 & k<=20:
            y = randint(0, 100)
            if y <= 32:
                znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
        elif k>20 & k<=25:
            y = randint(0, 100)
            if y <= 4:
                znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
        elif k>25:
            y = randint(0, 100)
            if y <= 16:
                znesek = znesek - GenerirajOdhodek(seznam1)
        if k==20:
            znesek=znesek-100
        znesek= GenerirajPrihodek(znesek, k)
        kapital.append(znesek)
    matrika.append(kapital)
    j=j+1
    znesek=float(ZacetniKapital)
```

(d)



(e)

(f) Lahko uporabimo *for* zanki in pomožno matriko:

```
for k in range(len(kapital)):
    for m in range(n):
        pomozna.append(matrika[m][k])
```

Lahko pa uporabimo funkcijo *transpose* iz paketa *numpy*:

```
transponirana= numpy.transpose(matrika)
```

(g)

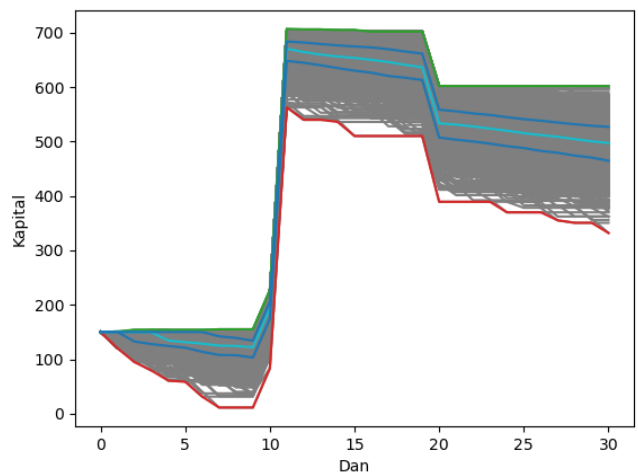
```
import numpy as np

maksimum=max(matrika[10])
minimum=min(matrika[10])
med=statistics.median_grouped(matrika[10])
PrviKvartil=np.percentile(matrika[10],25)
TretjiKvartil=np.percentile(matrika[10],75)
```

```
maksimum=[]
minimum=[]
PrviKvartil=[]
TretjiKvartil=[]
med=[]
for m in range(len(matrika)):
    maksimum.append(max(matrika[m]))
    minimum.append(min(matrika[m]))
    med.append(statistics.median_grouped(matrika[m]))
    PrviKvartil.append(np.percentile(matrika[m],25))
    TretjiKvartil.append(np.percentile(matrika[m],75))
```

(h)

```
plt.plot(dnevi,maksimum,'tab:green')
plt.plot(dnevi,minimum,'tab:red')
plt.plot(dnevi,med,'tab:cyan')
plt.plot(dnevi,PrviKvartil, 'tab:blue')
plt.plot(dnevi,TretjiKvartil, 'tab:blue')
```



(i)

Opomba. Na zgornjem grafu je s sivo barvo izrisanih 1000 generiranih napovedi, z modro barvo so izrisani kvartili, z rdečo je izrisan minimum in z zeleno maksimum. Ob tem je na grafu predpostavljeno, da imamo ob začetku meseca privarčevanih 150 €.

5 Zaključek

Z nalogami smo bralcu ponazorili osnovne koncepte analiziranja trenutnih podatkov in računanja napovedi glede na pretekle podatke. Pri tem smo si pomagali s programom Excel in programskim jezikom Python, v katerem smo pisali kodo znotraj izbranega programskega orodja (IDE). S tem smo pridobili znanje analiziranja trenutnih podatkov in generiranja scenarijev za prihodnost na podlagi teh analiz. To znanje lahko implementiramo v vsakdanjem življenju, torej na naših podatkih, ki jih npr. dobimo s spletne banke.

Literatura

[1] Bokal, D., 2017. Intervali zaupanja. [Dostopano 8. junij 2020] Pridobljeno: https://omr.fnm.um.si/wp-content/uploads/2017/06/2.pdf .

[2] Hunter J., Dale D., Firing E., Droettboom M., 2020. Matplotlib: Visualization with Python. [Dostopano 4. junij 2020] Pridobljeno: https://matplotlib.org/ .

[3] Korenjak-Černe S., Statistične metode: Ranžirna vrsta, rang, kvantilni rang in kvantili. [Dostopano 8. junij 2020] URL: http://physics.fe.uni-lj.si/members/blaz/StatMet6-7.pdf .

[4] Pandas. Pandas documentation.[Dostopano 6. junij 2020] Pridobljeno: https://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/index.html .

[5] Python Software Foundation. Statistics — Mathematical statistics functions. [Dostopano 6. junij 2020] Pridobljeno: https://docs.python.org/3/library/statistics.html .

[6] Slovar slovenskega knjižnega jezika: druga, dopolnjena in deloma prenovljena izdaja, prva knjiga. Ljubljana: Cankarjeva založba - Založništvo, d. o. o., 2014, str. 720.

[7] Škerjanec, S., 2011, Konstrukcija intervalov zaupanja z metodami ponovnega vzorčenja - kljukčeva metoda: delo diplomskega seminarja [na spletu]. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko . [Dostopano 13. julij 2020]. Pridobljeno: https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?lang=slvid=96841 .

[8] Wikipedia. Comma-separated values. [Dostopano 6. junij 2020] Pridobljeno: https://en.wikipedia.org/wiki/Comma−separatedvalues .

[9] Wikipedia. Histogram. [Dostopano 8. junij 2020] Pridobljeno: https://sl.wikipedia.org/wiki/Histogram .

[10] Wikipedia. Matplotlib. [Dostopano 8. junij 2020] Pridobljeno:https://en.wikipedia.org/wiki/Matplotlib .

[11] Wikipedia. Matrika. [Dostopano 17. julij 2020] Pridobljeno:https://sl.wikipedia.org/wiki/MatrikaLinearne_transformacije,_rangi_in_transponiranje .

[12] Wikipedia. Numpy. [Dostopano 30. julij 2020] Pridobljeno: https://en.wikipedia.org/wiki/NumPy

STROKOVNI PRISPEVKI

Dianoia 5 (2021) 31–51

Formativno spremljanje študentov pri predmetu Matematično modeliranje

Formative Assessment of Students at Mathematical Modeling

Sabina Boršić, Matej Vohar, Klavdija Zelko, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

Formativno spremljanje temelji na spremljanju napredka posamezne osebe ali skupine pri izbranem predmetu. Pri tem je ključna povratna informacija, ki jo poda učitelj, vrstnik ali učenec sam. Avtorji smo poskušali formativno spremljanje prenesti na univerzitetno raven, pri čemer smo se srečali s številnimi izzivi, saj smo teorijo, ki je sicer namenjena osnovnošolski in srednješolski stopnji, morali prilagoditi. Študenti z izpolnjevanjem vprašalnika podajo povratno informacijo profesorju. Slednji na podlagi le-teh prilagodi predavanja in dobi vpogled v dinamiko sodelovanja znotraj skupin. Poleg vprašalnikov smo pripravili tudi Trello tablo, ki je namenjena študentom Matematičnega modeliranja. Z njeno uporabo spremljajo lasten napredek in napredek skupine pri projektu in v pridobivanju znanja.

Ključne besede: formativno spremljanje, Trello, vprašalnik, matematično modeliranje, analiza diskurza

Abstract

Formative assessment is based on assessing and following the progress of an individual or a group at a subject of interest. The most crucial part of this method is the feedback given from the teacher, peers or even the students themselves. We have attempted to transfer formative assessment to the university level, which came with its own set of challenges. The method is in its conception meant for primary and middle schools, so we had to adjust it to fit with the university level of education. The professors gain valuable insight into the dynamic inside of student groups and how they should adjust their lectures to their needs via questionnaires, through which the students give their feedback. We have also prepared a Trello Board, which is meant for students of Mathematical modelling to keep track of their own progress, as well as the progress of their group on a certain project and in their acquisition of knowledge.

Key words: formative assessment, Trello, questionnaire, mathematical modelling, discourse analysis

1 Uvod

Refleksija pomeni pomemben del v izobraževanju, saj lahko poglobi učenje in prispeva k napredku posameznika, tako učitelja kot učenca [5]. Refleksija ima več opredelitev različnih avtorjev, a vsem je skupno, da gre za skrben, aktiven in kritičen premislek o situaciji, prepričanju, znanju in/ali izkustvu s ciljem najti boljšo rešitev, novo idejo [5, 14, 22]. Nekateri avtorji refleksijo opredeljujejo kot proces, v katerem se izvede zaporedje miselnih aktivnosti, in sicer obuditev dogodka oz. situacije, nato povezovanje dogodka s čustvi ter povezovanje te izkušnje s stališči in znanjem, pri čemer se aktivirajo različni miselni

E-mail naslovi: sabina.borsic@student.um.si (Sabina Boršić), matej.vohar@student.um.si (Matej Vohar), klavdija.zelko@student.um.si (Klavdija Zelko), drago.bokal@um.si (Drago Bokal)

procesi, npr. dvomljenje, spraševanje, želenje, iskanje novih idej ipd. Tako nastane uporabno znanje, ki ga lahko posameznik, ki je opravljal refleksijo, v določeni situaciji uporabi [5, 15].

Napredek posameznika, ki izvaja refleksijo, je odvisen od poglobljenosti le-te in od osredotočanja (ang. *Focus of reflection*). Bolj uspešni so bili tisti, ki niso zgolj opisovali situacije, ampak so tudi iskali rešitve, nove ideje [5, 14, 22]. Nekateri avtorji poudarjajo, da lahko časovna stiska povzroči pospešeno izvajanje refleksije in iskanje hitre oz. začasne rešitve, kar nujno ne prispeva k dolgoročnemu napredku [16].

Formativno spremljanje v didaktiki, kot navaja Gareis [10], ne pomeni nove ideje, ampak obstaja že toliko časa, kot obstaja poučevanje. Gronlund [13] definira, da je formativno spremljanje namenjeno spremljanju napredka učenca med poukom, prepoznavanju učnih uspehov in neuspehov učencev z namenom prilagoditve pouka in učenja. Gareis [10] piše, da je formativno spremljanje vsako sredstvo, s katerim učitelj ugotovi, kaj učenci pri pouku dobijo in česa ne, z namenom nadaljnjega poučevanja in učenja, ne pa tudi z namenom ocenjevanja. Obstajajo še številne druge definicije formativnega spremljanja, ki jih lahko povzamemo s sledečo definicijo. Formativno spremljanje zajema medsebojno povezane procese, s katerimi ugotavljamo kaj, koliko in kako dobro se učenci učijo v povezavi s postavljenimi učnimi cilji in pričakovanimi rezultati, posledica česar je zagotovitev formativne povratne informacije in podpora nadaljnjega učenja. Gre za pedagoško strategijo, ki je bolj produktivna, če sodelujejo ne samo učitelj in učenec, temveč tudi njegovi vrstniki [11]. Formativno spremljanje se uporablja tudi v predšolski vzgoji, saj predstavlja najbolj ustrezno podporo za učenje otroka v danem trenutku in s tem posledično spodbuja njegov razvoj. Le-to vzgojitelju pomaga pri načrtovanju dejavnosti, kar je izjemno pomembno [2].

Refleksija ni spontan proces. V primeru, da učitelj želi pri učencu vzpostaviti refleksijo, mora po njej poizvedovati. Učitelj lahko razvija oz. vodi refleksijo preko vprašanj [15]. Podobno kot pri formativnem spremljanju tudi Sokratov t. i. najprimernejši način poučevanja ali 'modus docendi', temelji na spraševanju učenca. Uporabo vprašanj za oceno razumevanja, usmerjanja ter navsezadnje spodbujanja kritičnega učenja danes imenujemo Sokratova metoda. Metoda, s katero je Sokrat vodil ljudi na poti k modrosti [6], vključuje vprašanja, ki učenca spodbudijo k učenju in odkrivanju [20]. [Sokratovo] vprašanje bi moralo odražati pristno zanimanje in začudenje spraševalca, noben odgovor pa ni neustrezen [7]. Pri učenju, ki preverja na realnosti osnovana vedenja, so odgovori, ki nimajo osnove v realnosti, nujno napačni, a so dopustni, saj pomenijo stopnjo v razvoju spoznanja učečega, ki jo z nadaljnjim poučevanjem nadgrajujemo in približamo spoznanju realnosti. Formativno spremljanje tako predstavlja uporabo znanstvene metode za izgradnjo posameznikovega spoznanja. Z uporabo vprašanj od učenca zahtevamo določeno pojasnilo, njegovo stališče ali vidik ter preiskujemo razloge, dokaze in posledice. Spraševanje učenca učitelju pomaga pri ocenjevanju razumevanja in pridobivanju povratne informacije, posledica česar je sprememba in izboljšanje poučevanja, ne pa ocena znanja [17], kar se sklada z definicijo formativnega spremljanja. Vendar bi lahko trdili, da se s tem procesom ocenjuje oz. določa višje oblike diskurza kot pri Sokratu, ki je mlade filozofe spraševal z namenom, da vzpostavi njihovo analitično mišljenje [18].

Naše mnenje je, da je k refleksiji smiselno spodbujati študente, še posebej bodoče učitelje. Z uporabo refleksije lahko svoje učenje in poučevanje konstantno izboljšujejo [5]. Da bo refleksija sistematično izvajana in uporabljena kot merilni inštrument napredka v znanju, jo izvajamo s pomočjo formativnega spremljanja. V našem primeru študente, ki obiskujejo predmet Matematično modeliranje, spodbujamo k redni refleksiji napredka pri predmetu s formativnim spremljanjem. V članku pojasnjujemo konceptualen model formativnega spremljanja, ki je podprt s podatkovnim modelom in napolnjen s podatki, kar vodi do matematičnega modela celotnega procesa. Med analizo podatkov pridemo do sklepa, da so trditve, ki se nanašajo na skupinsko delo, bolje ocenjene kot ostale, kar potrdimo z analizo diskurza.

Formativno spremljanje spodbuja refleksijo učencev pri njihovem delu. Refleksija (kot lastna ocena) nečesa (npr. učenja, učne ure, ...) je lahko tudi komponenta formativnega spremljanja, saj s formativnim spremljanjem učitelj in učenec reflektirata cilje in namene. Za formativno spremljanje je ključna povratna informacija učencev, ki potem omogoča sam napredek, povratna informacija pa se odraža tudi pri njihovi refleksiji. Tukaj je najbolj pomembna refleksija o ciljih, torej katere cilje so pri samem procesu (npr. učni uri) dosegli in katere niso. Pomembno je tudi to, da je ta refleksija stalna, torej učenci na vsake toliko časa podajo svojo refleksijo [8].

Matematično modeliranje kot predmet poučuje proces matematičnega modeliranja. Ena novejših definicij matematičnega modeliranja je, da je to "proces kodiranja in dekodiranja realnosti, s katerim izbran naravni pojav prevedemo v matematično formalizacijo, ki dopušča obdelavo z matematičnimi metodami" [1]. Nekoliko starejša je naslednja: "Matematično modeliranje je aktivnost, v kateri je pojav iz realnega sveta preveden v matematično obliko. Tako nastane model, ki ga lahko uporabimo za pridobivanje novih informacij o originalnem realnem pojavu" [9]. Zlahka najdemo še več definicij, a bistveno novih vidikov ne odprejo. Vse izhajajo iz dejstva, da s procesom modeliranja nastane model, torej poenostavljen opis nečesa, kar nas zanima (in tipično izhaja iz realnosti), ter da je ta model matematičen, torej formalen in s tem soroden aksiomatsko zastavljenim matematičnim teorijam, pri čemer se aksiomatika bolj ali manj izpostavi in se pri modeliranju privzame znane izhodiščne matematične teorije.

V našem prispevku kot teorijo uporabimo formativno spremljanje na primeru matematičnega modeliranja. Odnos med matematičnim modelom in teorijo se torej nekoliko zaplete: sam proces matematičnega modeliranja je tisti, ki ga proučujemo. Teorija, ki jo pri tem uporabljamo, pa je pedagoške narave, torej teorija formativnega spremljanja. Kljub temu pa je opisan model na koncu matematičen: proces formativnega spremljanja je opisan z relacijskim podatkovnim modelom, ki je napolnjen s števili merjenja napredka pri učenju. Vprašanja anket formativnega spremljanja predstavljajo dimenzije vektorjev, s katerimi merimo napredek. Odgovori enega študenta na vprašanja pomenijo vrednosti koordinat teh vektorjev. Statistika, narejena na koordinatah, je končna matematična teorija, uporabljena za pridobivanje novih informacij o realnem pojavu, ki se uresniči pri procesu izdelave seminarske naloge pri predmetu Matematično modeliranje.

2 Cilji in pomen prispevka

Cilji in pomen prispevka za avtorje:

- **Razširiti lastno razumevanje formativnega spremljanja in dvigniti zavest o uporabnosti metode.**
  Metoda formativnega spremljanja vključuje tiste dejavnosti učiteljev in/ali učencev, s katerimi se zagotavljajo povratne informacije. Te vplivajo na nadaljevanje poučevanja in učenja. Študentje pedagoških smeri to metodo spoznajo v času študija (npr. pri didaktičnih predmetih, med prakso). Poglobljeno razumevanje se doseže s samostojno uporabo v realni situaciji in osebno vpletenostjo v proces priprave formativnega spremljanja.
- **Spremljati znanje učečih se, v tem primeru študentov, ter njihov napredek.**
  Spremljanje pridobljenega znanja je povezano z oblikovanjem kriterijev s strani študentov in profesorja. Predmet Matematično modeliranje omogoča sledenje procesu izdelovanja modela v določenem časovnem obdobju. V času učenja pri predmetu študent tako pridobi potrebno znanje za dokončanje modela.
- **Spodbujati študente k refleksiji.**
  V natrpanem vsakdanu refleksija osebi omogoča previden razmislek o lastnih mislih, občutkih in idejah, razmislek o nabranem znanju in pridobljenih spretnostih ter razumevanje odnosov z drugimi. Vsi ti vidiki so pogosto premalo poudarjeni v procesu učenja.
- **Prilagoditi metodo formativnega spremljanja izbranemu predmetu in starostni skupini učečih se.**
  Prilagajanje splošne oblike formativnega spremljanja višji razvojni stopnji učečih se pomeni izziv ter prikaže pomen prilagajanja in razmisleka. Ta izziv je priložnost za poglobljeno razumevanje metode skozi njeno uporabo v novem kontekstu.
- **Uporabiti informacijsko-komunikacijsko tehnologijo (IKT).**
  Iskanje različnih aplikacij, preučevanje prednosti in pomanjkljivosti, primerjava ter končna izbira optimalne aplikacije, ki omogoči formativno spremljanje na daljavo. Slednje je v luči novih razmer COVID-19 še posebej aktualno.

Cilji in pomen prispevka za študente predmeta Matematično modeliranje, ki izhajajo iz prednosti formativnega spremljanja:

- **Izvajanje tedenske refleksije dela in ocena znanja.**
  Sprotno razmišljanje o procesu učenja spodbudi k sprotnemu delu, reševanju težav in iskanju odgovorov v literaturi, skupini ali pri mentorju.
- **Slediti napredku, imeti pregled nad dosežki ter vplivati na motiviranost in zagnanost.**
  Nagovarjanje k sledenju napredka oblikuje rutino, ki študentom omogoča tedensko refleksijo opravljenega dela ter celoten pregled nad že opravljenim delom. Slednje lahko pozitivno vpliva na motiviranost in zanos pri nadaljnjem delu.
- **Spodbuditi sodelovanje vseh študentov k enakovrednemu delu v skupini.**
  Z uporabo trditev o sodelovanju dobiti vpogled v odnose med člani določene skupine. Trditve so zastavljene tako, da spodbujajo konstruktivno sodelovanje v skupinskem zanosu.

- **Vplivati na načrt dela.**
  Povratna informacija o oceni pridobljenega znanja in dokaz o napredku usmeri profesorja pri oblikovanju naslednjih korakov v procesu izobraževanja v smeri optimiziranja poglobljenega učenja in osredotočanja na poglabljanje vsebin, izbranih s strani študentov.

Cilji in pomen prispevka za nosilca predmeta Matematično modeliranje:

- **Uporabiti povratno informacijo.**
  Profesor interpretira povratno informacijo o napredku študenta in jo uporabi v načrtovanju korakov v procesu poučevanja.
- **Spoznati možnosti, ki jih ponuja metoda formativnega spremljanja pri predmetu Matematično modeliranje.**
  Formativno spremljanje pomaga prilagoditi učni proces na podlagi povratne informacije učenca. Metoda je razširjena v osnovno- in srednješolskem izobraževanju. To znanje lahko uporabimo na višji stopnji izobraževanja in ga nadgradimo (npr. z uporabo aplikacij, anket).
- **Nadgraditi poučevanje.**
  Razmisliti o smiselnem dodatku in spremembi poučevanja na podlagi sodelovanja pri seminarski nalogi. Dodajanje lastnih predlogov ali usmeritev kot pomoč avtorjem pri oblikovanju izdelka za nadaljnjo uporabo.

3 Formativno spremljanje

Naš prispevek je eden prvih, ki se pri uporabi formativnega spremljanja osredotoča na visokošolsko raven, saj je večina dostopne literature namenjena osnovno- in srednješolskemu izobraževanju. Gre torej za sprotno spremljanje napredka z nasveti za izboljšanje znanja. Od »navadnega« spremljanja se razlikuje v tem, da mora biti povratna informacija učitelja ali vrstnika uporabljena (če je le možno pri pouku). Vsak posameznik morda ne ve, kaj naj naredi s povratno informacijo, ki jo prejme, zato je vloga učitelja tudi, da učenca nauči, kako jo naj izkoristi za lastno napredovanje. Pomembno je, da je povratna informacija pravočasno, ustno in jasno povedana z besedami in ne s številom oz. oceno. Prav tako mora poudariti močna področja učenca in podati nasvete za odpravo nerazumevanja. Dobro je, da je podana tako, da motivira učečega se [4, 19, 21].

Del formativnega spremljanja je tudi samopresoja oz. samovrednotenje, s katerim učeči sproti ugotavlja, kaj se je naučil, kaj še mora vaditi in kako naj usvoji cilje. Tukaj je pomembna realna samopresoja, ki je v bistvu temelj uspešnega učenja. Če v procesu učenja uporabljamo orodja za samovrednotenje (vprašalnik, kriteriji uspešnosti, Kahoot, semafor ipd.), še ne pomeni, da izvajamo formativno spremljanje. Ključno je, da zbrane informacije (tudi od samopresoje) vplivajo na prihodnje aktivnosti učenca in razreda [19].

Formativno spremljanje je učinkovito, če je med učiteljem in učečimi se razvit dober odnos, ki vključuje medsebojno zaupanje. Prav tako je pomembno, da udeleženci spoštujejo osnovna pravila vedenja in komunikacije. Tako kot hiša ne stoji brez temeljev, tako tudi formativno spremljanje ne more delovati, če ni dobrih odnosov, zaupanja in osnovnih pravil [19].

Peršolja [19] poudarja, da lahko nekateri učenci na začetku čutijo odpor do formativnega spremljanja. To naj bi se pogosto pojavilo pri tistih, ki so uspešni z malo vloženega truda, ali pa pri tistih, ki so učno šibkejši. Razlog se skriva v tem, da spremljanje sprotnega napredka obojim, tako učno uspešnim kot tistim z manj učne uspešnosti, pomeni dodatno delo, ki zahteva neko mero doslednosti. S postopnim uvajanjem procesa in prilagajanjem učitelja učencu lahko dosežemo, da učenec opazi korist v tem »dodatnem delu«. Avtorica poudarja, da lahko takšno uvajanje traja tudi nekaj let, zato je pomembno, da pri tem ohranjamo dober odnos z učencem in ga ne silimo k sodelovanju, pač pa sprejemajmo z njim kompromise.

4 Formativno spremljanje pri predmetu Matematično modeliranje

Formativno spremljanje, kot je podrobneje opisano v zgornjem delu članka, pomeni sprotno preverjanje nekega znanja oz. napredka določene osebe ali skupine. Na ravni fakultete do zdaj nismo bili vključeni v formativno spremljanje, pa tudi literatura se bolj osredotoča na prakso v osnovnih in srednjih šolah. Večinoma je na fakultetah v enem letniku posameznega študijskega programa tudi po šestdeset ali več študentov, zato je izvajanje kvalitetnega formativnega spremljanja v takšnem sistemu, kot ga imamo, skoraj nemogoče. Zaradi drugačnega načina dela (v primerjavi z osnovno ali srednjo šolo) je priprava in izvedba formativnega spremljanja na visokošolski ravni manj raziskana. Formativno spremljanje pri predmetu Matematično modeliranje obsega sprotno preverjanje napredka študenta, ki je razdeljen na dva sklopa, in sicer:

- **sprotno (tedensko) preverjanje sodelovanja znotraj ene skupine.**
  Študentje so razdeljeni po skupinah. Vsaka skupina dela na izbranem projektu. Na začetku si omisli neko idejo o projektu, npr. nek problem, ki ga je treba rešiti. Nato na podlagi znanja, ki ga dobijo pri predavanjih, to osnovo kot skupina nadgrajujejo. Skupino sestavljajo od dva do štirje člani, ki morajo med seboj dobro sodelovati, da pridejo do čim boljšega rezultata. Kako dobro sodelujejo, se v tem sklopu preverja s formativnim spremljanjem.
- **tedensko preverjanje doseženega nivoja določenih znanj.**
  Študentje so na predavanjih in vajah, kjer lahko pridobijo določena znanja, s katerimi nadgrajujejo svoj projekt. V tem sklopu se torej spremlja nivo doseženega znanja in v kolikšni meri, če se le da, zna študent to znanje povezati s svojim projektom.

Zaradi večje samostojnosti učečih se v visokem šolstvu in zaradi intenzivnejše obremenitve mentorja z unikatnim, vsako leto drugačnim potekom predmeta, formativno spremljanje Matematičnega modeliranja prilagodimo večjemu vključevanju nekaterih študentov, ki sodelujejo pri tehničnem delu izvedbe.

V središču formativnega spremljanja so tako kot pri osnovno- in srednješolskem formativnem spremljanju skupine učečih se (študentov), ki s formativnim spremljanjem izvajajo refleksijo svojega napredka pri problemskem ali projektnem učenju ter jo z vprašalnikom posredujejo mentorju in formativni skupini, katere vloga je opisana v nadaljevanju.

Mentor študentom na predavanjih osvetli relevantne koncepte, katerih uporabo utrjujejo na vajah, vgradijo pa jih tudi v svoje izdelke (članke ali elaborate), ki nastajajo v okviru problemskega ali projektnega učenja. Vprašanja, ki nastanejo pri tem delu, vsak teden

razrešujejo z mentorjem v skupinah na Skype govorilnih urah. Po govorilni uri povratno informacijo zajamejo z vprašalniki. Rezultate vprašalnikov mentor ob začetku predavanj komentira in na njihovi podlagi učečim se posreduje nasvete o že razvitih kompetencah, ki se jih je smiselno zavedati, da bodo na njih gradili nadaljnje delo, in o prilagoditvi angažmaja pri manj razvitih kompetencah, da bodo dosegli boljše rezultate.

Pri pripravi in obdelavi vprašalnikov nastopa tretji deležnik formativnega spremljanja, ki v osnovno- in srednješolskem formativnem spremljanju ne nastopa. To je formativna skupina (skupina študentov), katere projekt je koordiniranje formativnega spremljanja. Ti študenti z mentorjem usklajujejo in dopolnjujejo vprašalnik ter pripravljajo tedenski izvleček rezultatov formativnega spremljanja, ki jih ob začetku predavanj komentira mentor. Kljub vključitvi tretjega deležnika v proces formativnega spremljanja odnos med mentorjem in učečimi se ni manj intenziven. Tako kot je predhodno opisano, je mentor ves čas aktivno vpet v sam proces. Formativna skupina mu je predvsem v oporo pri zbiranju podatkov in opravljanju drugih tehničnih nalog, obenem pa je zaradi medgeneracijskega razkoraka vezni člen za refleksijo pedagoških pristopov in njihovo prilagajanje aktualni generaciji študentov. S tem postane formativno spremljanje eno ključnih orodij na študente osredotočenega poučevanja [3]. Dodatna vloga formativne skupine je zagotavljanje čim večje anonimnosti podatkov. Zaradi longitudinalnega sledenja razvoju napredka skupin so odgovori namreč kodificirani na način, ki omogoča njihovo povezovanje od tedna do tedna. A mentor do teh podatkov ne dostopa, ampak ga formativna skupina opozori na relevantno opažanje, ki ga mentor potem komentira, obenem pa anonimno povabi študente, ki jih komentar zadeva, k refleksiji in po potrebi prostovoljnemu razkritju za poglobljen pogovor o problematiki.

5 Orodje formativnega spremljanja

Zbiranje povratne informacije poteka z vprašalnikom. Ta vprašalnik je osnovna entiteta podatkovnega modela formativnega spremljanja. Vsak odgovor na vprašalnik predstavlja eno statistično enoto. Entiteta odgovorov na vprašanja zato ponazarja ključno statistično populacijo in s tem jedro matematičnega modela formativnega spremljanja, v katerem s statističnimi metodami iščemo zakonitosti, s katerimi lahko potem optimiziramo proces poučevanja posameznikov (ker se jim bolje prilagodimo in uporabimo izkušnje sorodnih situacij) in skupine (ker lahko pripravimo učinkovitejši učni proces). Podroben opis podatkovnega modela in notacije matematičnega modela presega cilje pričujočega izdelka, je pa v tem razdelku pojasnjeno ogrodje formativnega spremljanja kot tudi njegov nekoliko bolj poljuden in zgoščen opis.

5.1 Opis uporabe vprašalnika

Pred izdelavo vprašalnika na tedenskih govorilnih urah, ki so namenjene pogovoru posameznih skupin s profesorjem, sprva poteka izmenjava in zapis idej, pogovor o napredku ter reševanje morebitnih vprašanj. Profesor razloži cilje prihodnjih predavanj. Sledi tedensko definiranje koraka ter skupno oblikovanje trditev. Zapisane trditve so posredovane profesorju v pregled. Te trditve imenujemo **Korak X**, kjer X pomeni zaporedno število koraka.

Oblikovanih je osem trditev o sodelovanju v skupinah. Le-te so vključene v vprašalnikih in so na vseh korakih enake. Sklop teh trditev se imenuje **Skupina**.

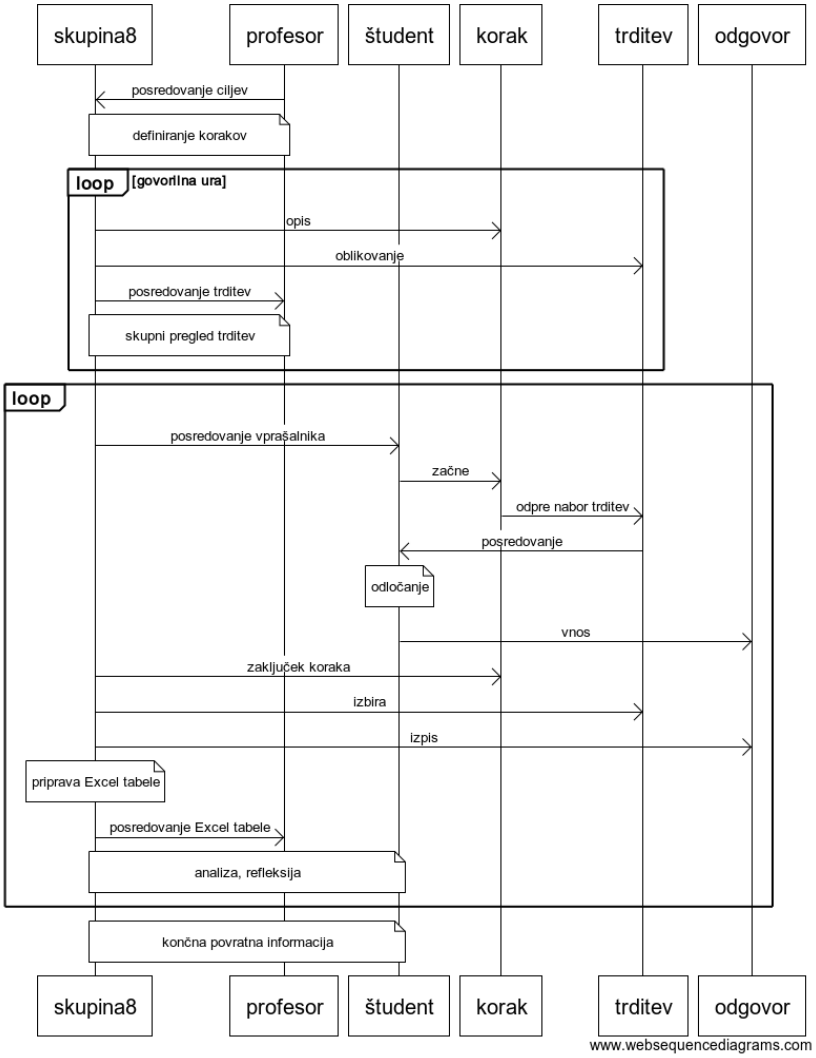
Po govorilni uri sledi sestavljanje vprašalnika, ki vsebuje trditve sklopa Skupina in trditve sklopa Korak X. Komponente tedenskega vprašalnika so:

- **osnovni podatki** (vpisna številka študenta in številka skupine);
- **študijski program** (Matematika – 2. letnik ali Predmetni učitelj – 4. letnik; vsi študenti pri predmetu Matematično modeliranje);
- **sklop Skupina** (trditve, ki se nanašajo na sodelovanje in delo v skupini; na vsakem koraku je sklop enak; študent oceni od 1 do 5, koliko se strinja s trditvami);
- **sklop Korak X** (njihovo število je odvisno od posameznega koraka in ga vsebinsko dopolnjuje; študent oceni od 1 do 5, koliko se strinja s trditvami);
- **utemeljitev** (študent lahko pri vsaki trditvi pojasni izbrano oceno s kratkim komentarjem).

Vprašalnik se posreduje študentom na dan govorilnih ur. Študenti izpolnijo osnovne podatke, kar omogoča povezavo študenta z njegovimi odgovori na vprašalnikih. Trditve ocenijo in jih po želji dodatno utemeljijo. Dan pred predavanji se zaključi reševanje vprašalnika – delni zaključek koraka.

Podatki se prikažejo v Excel tabeli. Ta vsebuje trditve Koraka X, trditve sklopa Skupina, številčno porazdelitev ocen, število odgovorov pri posamezni trditvi in povprečno oceno pri posamezni trditvi. Dodan je graf, ki prikazuje povprečno oceno trditev. Označene so trditve z največjo in najmanjšo oceno posameznega sklopa, izpisane so njihove utemeljitve.

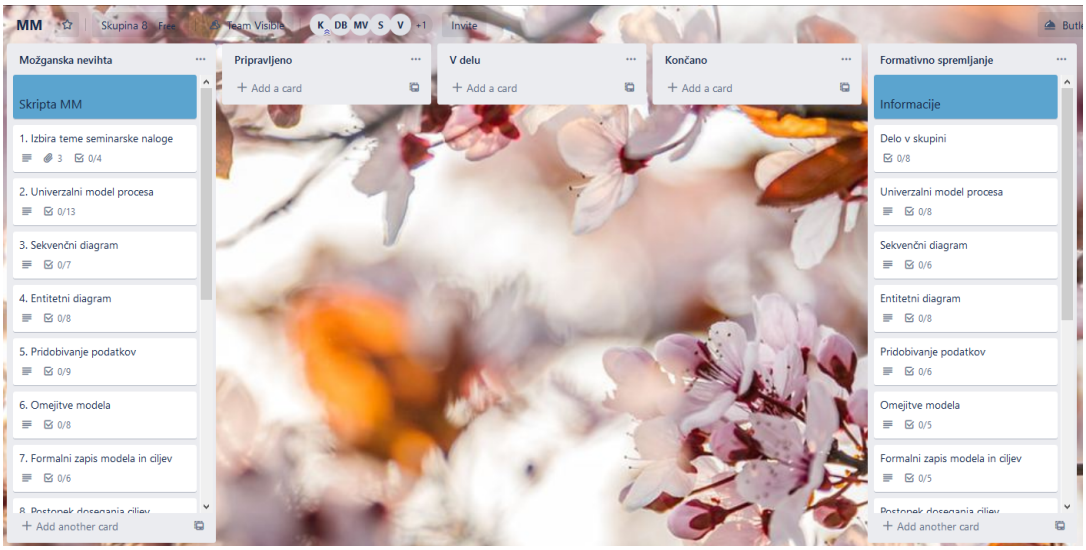
Rezultati vprašalnika se predstavijo na naslednjih predavanjih. Tak primer je na sliki 7. Profesor komentira izbrane trditve in izpisane utemeljitve ter poda študentom napotke za soočenje z izzivi, ki jih je zasledil v zajetih povratnih informacijah. Korak se tako dokončno zaključi. Opisan proces je prikazan s sekvenčnim diagramom na sliki 1.



Slika 1: Proces izdelave formativnega spremljanja pri predmetu Matematično modeliranje.

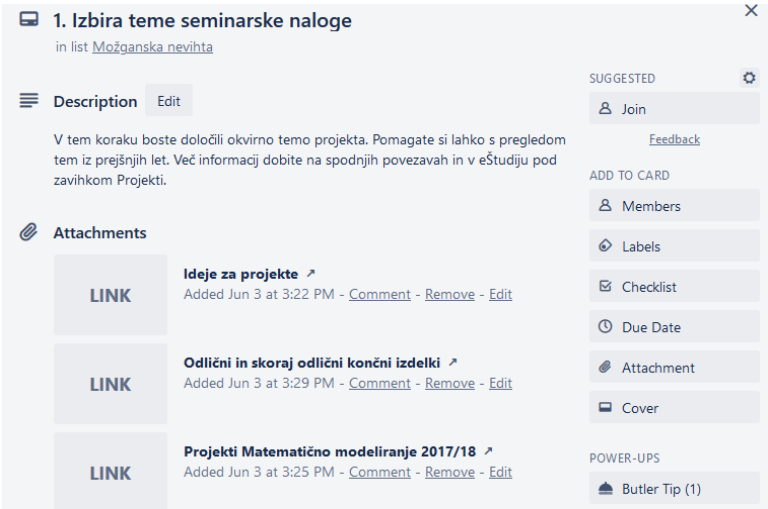
5.2 Opis uporabe Trello table

Profesor študentom pojasni in omogoči dostop do Trello table. Namenjena je posamezni skupini, ki vsebuje največ štiri študente. Dostop je omogočen tudi profesorju, ki lahko spremlja napredovanje skupine pri projektu ter lažje poda povratno informacijo posamezni skupini na govorilni uri. Vsebuje več delov, ki jih imenujemo listi, le-ti pa vsebujejo kartice, kar je vidno na sliki 2.



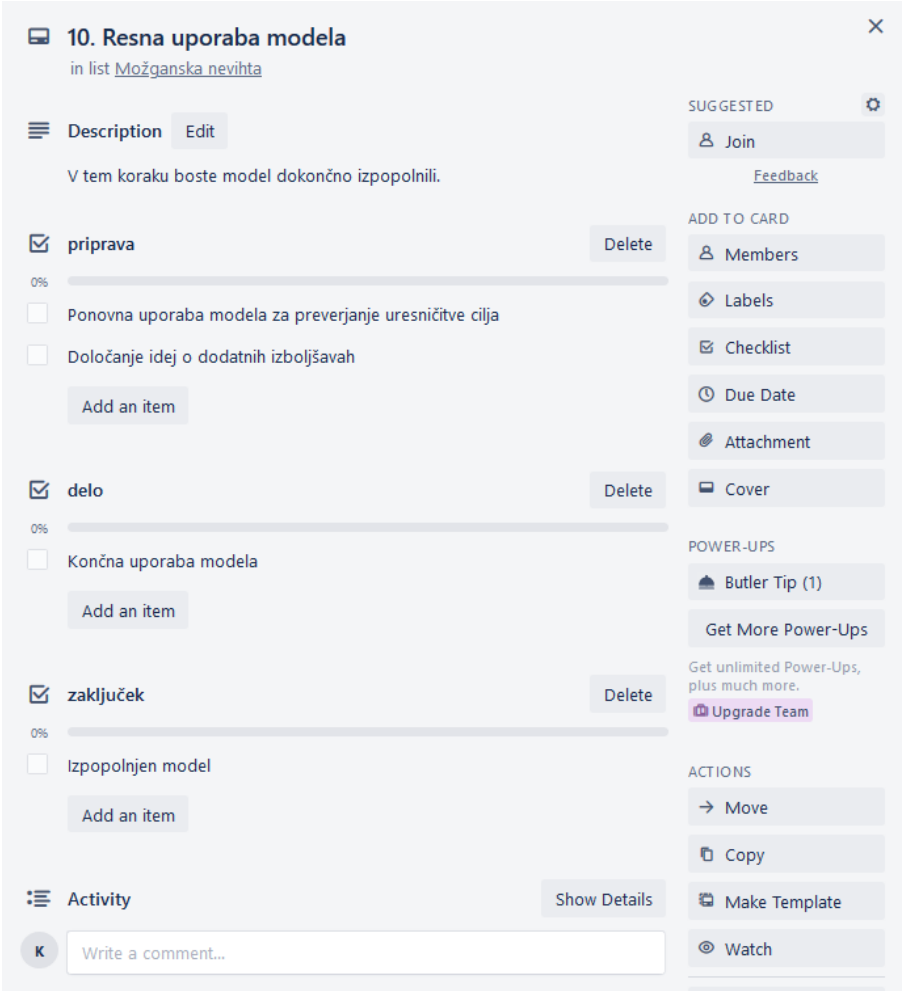
Slika 2: Pripravljen Trello Board, ki je namenjen skupini.

Kartice študenti premikajo iz enega lista v drugega, od leve proti desni. Koraki se tako nadgrajujejo – začnejo v 'Možganski nevihti' in nadaljujejo do lista 'Končano'. Prvi list vsebuje kartico s povezavo do skripte Matematičnega modeliranja. Oštevilčene kartice predstavljajo tedenske korake, ki imajo dodan opis, priloge ter seznam nalog. Prva oštevilčena kartica, slika 3, je namenjena iskanju in izbiri teme seminarske naloge.



Slika 3: Del kartice za prvi korak.

Študenti kartice sproti dopolnjujejo, predvideno na začetku vsakega koraka. Seznami nalog, iz katerih je sestavljen korak, so, razen pri prvem koraku, razdeljeni na tri dele, ki študente vodijo skozi pripravo na korak, delo in zaključek koraka, kot je prikazano na sliki 4.



Slika 4: Primer koraka in pripravljene kartice.

Pripravljena Trello tabla vsebuje nabor kartic za korake, ki zajemajo ključno znanje matematičnega modeliranja. Te z veliko verjetnostjo opravi skoraj vsaka skupina. V redkem primeru, da korak za skupino ni zanimiv, ga skupina lahko arhivira. Smiselno je, da to stori po posvetu z mentorjem. Tako mentor lahko upošteva izkušnjo neobičajne vrste projekta, ki določenega koraka ne potrebuje, študentom pa svetuje, kako na drug način usvojiti izkušnje in znanje, ki bi ga dobili z nalogami arhivirane kartice.

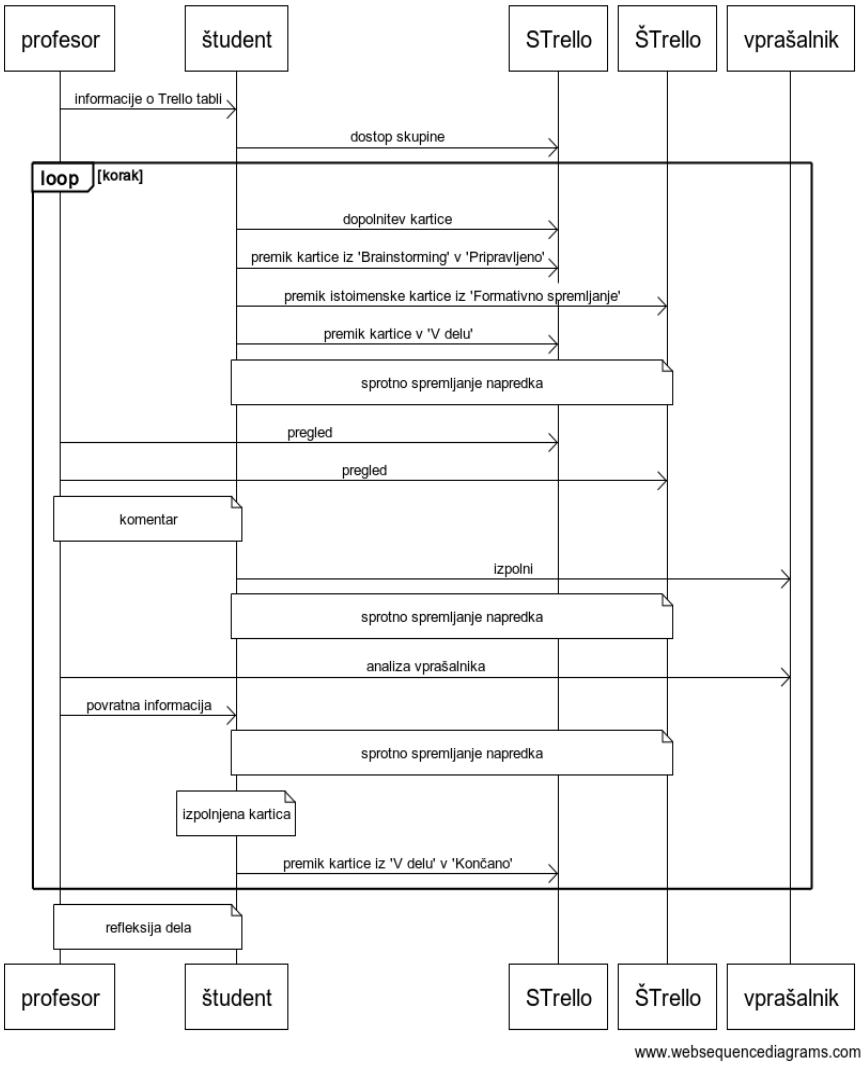
Seveda pa zaradi svoje splošnosti pripravljena Trello tabla ne vsebuje kartic za korake, ki so posebni za izbrani projekt. Skupina poljubno doda te korake, torej kartice, ki so namenjene izbranemu delu projekta skupine, če še niso pripravljene, npr. kartica 'Linearno programiranje'.

List 'Formativno spremljanje' vsebuje kartico 'Informacije' s splošnimi informacijami o njegovi uporabi. Na začetku koraka študenti kopirajo istoimensko kartico na Trello tablo, ki je namenjena posameznemu študentu. Študent lahko omogoči dostop nosilcu predmeta. Kartici je dodana povezava do tedenskega vprašalnika. Primer kartice na listu 'Formativno spremljanje' je viden na sliki 5.

Slika 5: Primer kartice na listu ’Formativno spremljanje’.

Profesor tedensko med govorilno uro pregleda Trello tablo skupine in posameznih študentov le v primeru, da so mu omogočili dostop do njih. Na podlagi tega pregleda komentira njihovo delo in poda smernice za prihodnje delo. Po zaključeni govorilni uri posamezen študent izpolni vprašalnik. Na predavanjih sledi profesorjev komentar anonimnih rezultatov celotne skupine študentov.

Skupina izvaja korak, dokler niso izpolnjene vse naloge na kartici. Takrat le-to premakne na list ’Končano’. Opisan proces je predstavljen s sekvenčnim diagramom na sliki 6.



Slika 6: Proces formativnega spremljanja z uporabo orodja Trello. STrello se navezuje na Trello tablo, ki je namenjena skupini, medtem ko ŠTrello predstavlja Trello tablo posameznega študenta.

6 Primerjava kompetenc sodelovanja v skupini in matematičnega modeliranja

Med procesom izvajanja formativnega spremljanja smo prišli do naravnega sklepa, povezanega z ocenami trditev posameznega sklopa. Z drugimi besedami, ugotovili smo, da je povprečje ocen trditev v sklopu Skupina večje kot povprečje ocen v sklopu Korak X. Ugotovitev se je pojavila pri vsakemu koraku formativnega spremljanja in se zdi smiselna. Posamezniki namreč višje ocenjujejo trditve sklopa Skupina zaradi dobrega sodelovanja v skupini. Ta ocena je v povprečju višja kot ocena trditev sklopa Korak X, saj so te trditve povezane z znanjem matematičnega modeliranja, ki so ga študentje tekom semestra prvič obravnavali.

Oblikovali smo hipotezo, ki smo jo preverili na dva načina, in sicer z metodo analize diskurza in s statistično analizo.

6.1 Metoda analize diskurza

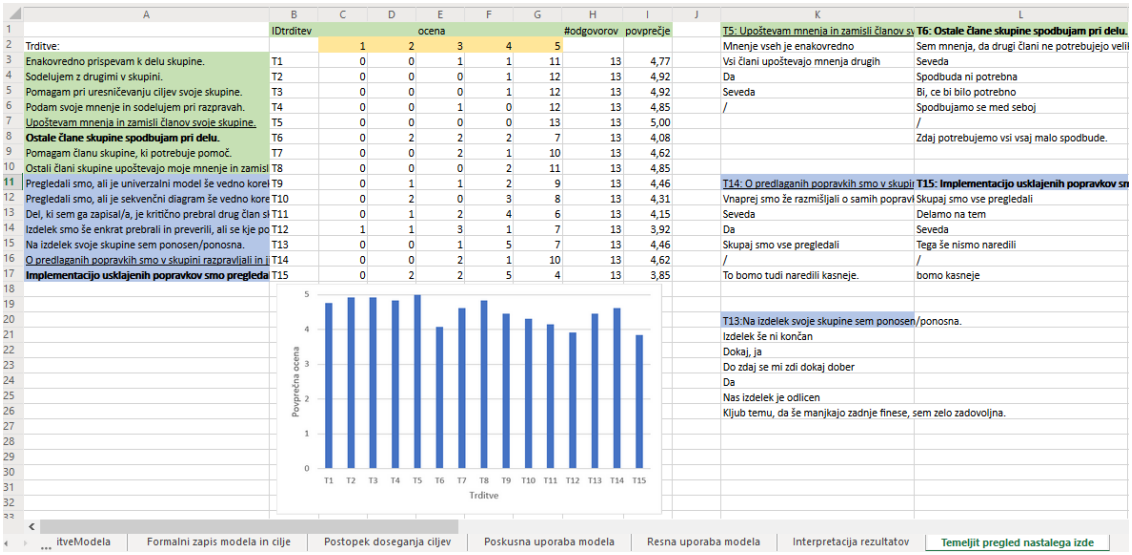
Pri primeru je uporabljena metoda analize diskurza oz. diskurzna analiza. To je metoda, s katero preučujemo primere v določeni situaciji. Poznamo dve taki analizi, to sta kvalitativna analiza teksta in kvantitativna analiza vsebine. Sprva so te analize uporabljali študentje novinarstva in sociologi, sedaj pa prehajajo v vedno večjo uporabo na drugih področjih. Za razliko od kvantitativne analize besedil je analiza tekstov kvalitativna metoda, vendar zaradi množice pristopov in razhajajočih se terminoloških opredelitev temeljnih konceptov, kot so jezik, tekst in diskurz, na tem mestu ni mogoče podati enotne definicije. Razberemo lahko le nekaj skupnih značilnosti [23].

Obstaja tudi veja diskurzne analize, poimenovana kritična diskurzna analiza. Izhaja iz Amsterdama, kjer proučujejo več različnih pristopov. Ukvarjajo se z oblastjo, dominacijo, hegemonijo, neenakostjo in diskurzivnimi procesi njihovega razglašanja, prikrivanja, legitimiranja in reproduciranja. Zanimanje je osredotočeno na subtilne pomene, s katerimi teksti in govor spodbujajo miselno aktivnost ter ustvarjajo soglasje [23].

Lahko bi rekli, da je definicij diskurza skoraj toliko, kolikor je šol in pristopov, ki diskurz postavljajo v ospredje svojih teorij in analiz. Do neke mere je vsem skupno konstrukcionistično pojmovanje diskurza kot npr. konkretno določenega načina sporočanja o svetu ali razumevanja sveta oz. enega izmed njegovih delov. Jezikovne elemente oblikujejo diferencialni in strukturirani sistemi pozicij, to so diskurzi [23].

Skupina študentov, ki koordinira formativno spremljanje, vsak teden pripravi tabelo in graf, ki povzameta porazdelitev odzivov študentov na posamezne trditve in povprečne vrednosti odzivov. Za oba sklopa trditev (sklop Skupina in sklop Korak) v tabeli izpostavijo eno ali več najbolj in eno ali več najmanj uspešnih trditev. Za izpostavljene trditve izpišejo tudi vse utemeljitve, podane s strani študentov. Le-te so podlaga za profesorjevo analizo situacije. Podrobneje lahko primer takega izvlečka tedenskih rezultatov zaznate na sliki 7.

Analiza diskurza, opravljeno na našem primeru formativnega spremljanja, je predstavljena z miselnim vzorcem, ki je v poenostavljeni obliki viden na sliki 8.



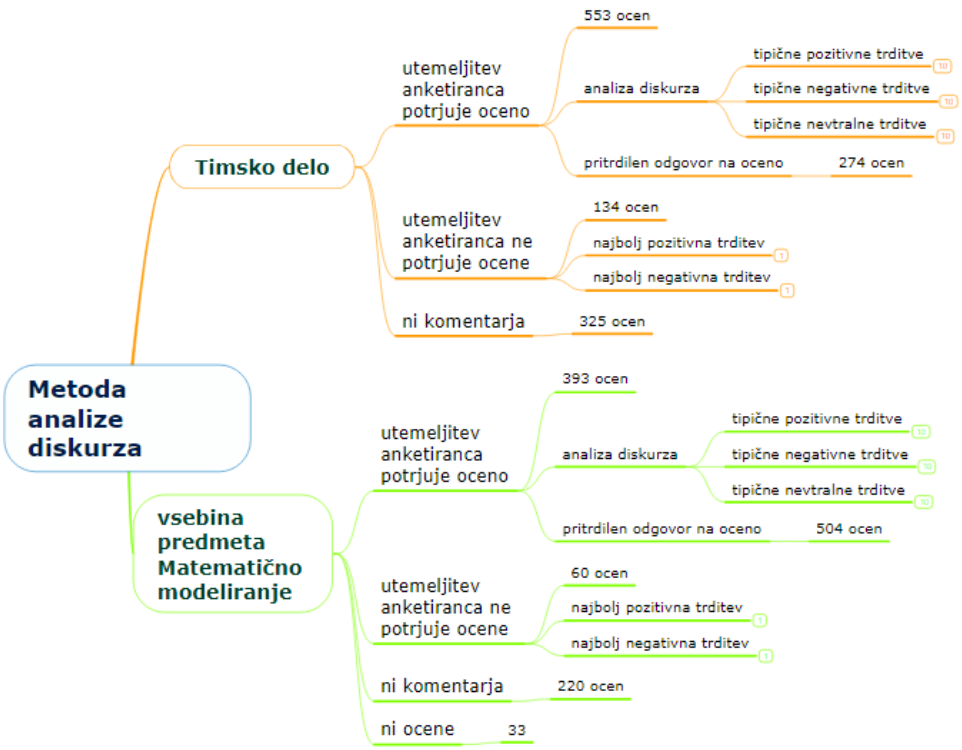
	IDtrditev	ocena 1	2	3	4	5	#odgovorov	povprečje
Trditve:								
Enakovredno prispevam k delu skupine.	T1	0	0	1	1	11	13	4,77
Sodelujem z drugimi v skupini.	T2	0	0	0	1	12	13	4,92
Pomagam pri uresničevanju ciljev svoje skupine.	T3	0	0	0	1	12	13	4,92
Podam svoje mnenje in sodelujem pri razpravah.	T4	0	0	1	0	12	13	4,85
Upoštevam mnenja in zamisli članov svoje skupine.	T5	0	0	0	0	13	13	5,00
Ostale člane skupine spodbujam pri delu.	T6	0	2	2	2	7	13	4,08
Pomagam članu skupine, ki potrebuje pomoč.	T7	0	0	2	1	10	13	4,62
Ostali člani skupine upoštevajo moje mnenje in zamisl	T8	0	0	0	2	11	13	4,85
Pregledali smo, ali je univerzalni model še vedno kore	T9	0	1	1	2	9	13	4,46
Pregledali smo, ali je sekvenčni diagram še vedno kore	T10	0	2	0	3	8	13	4,31
Del, ki sem ga zapisal/a, je kritično prebral drug član sk	T11	0	1	2	4	6	13	4,15
Izdelek smo še enkrat prebrali in preverili, ali se kje po	T12	1	1	3	1	7	13	3,92
Na izdelek svoje skupine sem ponosen/ponosna.	T13	0	0	1	5	7	13	4,46
O predlaganih popravkih smo v skupini razpravljali in i	T14	0	0	2	1	10	13	4,62
Implementacijo usklajenih popravkov smo pregleda	T15	0	2	2	5	4	13	3,85

T5: Upoštevam mnenja in zamisli članov sv	T6: Ostale člane skupine spodbujam pri delu.
Mnenje vseh je enakovredno	Sem mnenja, da drugi člani ne potrebujejo velik
Vsi člani upoštevajo mnenja drugih	Seveda
Da	Spodbuda ni potrebna
Seveda	Bi, ce bi bilo potrebno
/	Spodbujamo se med seboj
	/
	Zdaj potrebujemo vsi vsaj malo spodbude.

T14: O predlaganih popravkih smo v skupir	T15: Implementacijo usklajenih popravkov sn
Vnaprej smo že razmišljali o samih popravl	Skupaj smo vse pregledali
Seveda	Delamo na tem
Da	Seveda
Skupaj smo vse pregledali	Tega še nismo naredili
/	/
To bomo tudi naredili kasneje.	bomo kasneje

T13:Na izdelek svoje skupine sem ponosen/ponosna.
Izdelek še ni končan
Dokaj, ja
Do zdaj se mi zdi dokaj dober
Da
Nas izdelek je odlicen
Kljub temu, da še manjkajo zadnje finese, sem zelo zadovoljna.

Slika 7: Primer izvlečka podatkov enega izmed vprašalnikov.



Slika 8: Miselni vzorec analize diskurza.

Pri metodi analize diskurza, kjer preverjamo sovpadanost ocene trditve z utemeljitvijo, je sama analiza razdeljena na dva dela, saj je tudi vprašalnik, kjer anketiranci (študentje) podajo oceno in utemeljitev, razdeljen na dva dela. Kakovost povezanosti oz. usklajenosti utemeljitve z oceno delimo na štiri nivoje, in sicer:

- utemeljitev anketiranca potrjuje oceno,
- utemeljitev anketiranca ne potrjuje ocene,
- pritrdilen odgovor na oceno in
- ni komentarja.

Torej je naša glavna hipoteza, da so trditve, ki se nanašajo na delo v skupini, boljše ocenjene od trditev, ki se nanašajo na znanje iz matematičnega modeliranja.

Pri prvem nivoju je utemeljitev anketiranca pristna in je v skladu z oceno, ki jo poda anketiranec. Pri drugem nivoju je situacija nasprotna; utemeljitev, ki jo poda anketiranec, ni primerna za izbrano oceno oz. bi moral k tej utemeljitvi podati drugačno oceno. Utemeljitve, označene s "pritrdilen odgovor na oceno" so v skladu z oceno, vendar o izbrani oceni ne povedo nič posebnega (npr. utemeljitev "ja"). Te utemeljitve so zaradi usklajenosti z oceno v miselnem vzorcu podane kot poseben primer utemeljitev, ki oceno anketiranca potrjujejo. Nekaj ocen nima utemeljitve oz. je utemeljitev samo nek znak (npr. pika), kar spada v četrti nivo.

V procesu formativnega spremljanja vprašalnike rešuje 21 študentov predmeta Matematično modeliranje v študijskem letu 2019/2020. Pri timskem delu oz. sklopu Skupina je 553 ocen (izmed 1286) dobro utemeljenih, kar znaša približno 43 %. Pritrdilen odgovor na oceno je pri 274 ocenah (približno 21.5 %). Utemeljitev, ki niso v skladu z oceno, je 134 (približno 10.5 %), ocen brez komentarja pa je 325 oz. 25 %.

Pri vsebini predmeta Matematično modeliranje oz. pri vseh Korakih je 393 ocen (izmed 1177) dobro utemeljenih, kar znaša približno 33.5 %. Pritrdilen odgovor na oceno je pri 504 ocenah (približno 43 %). Utemeljitev, ki niso v skladu z oceno, je 60 (približno 5 %), ocen brez komentarja pa je 220 oz. 18.5 %. Pri reševanju tega dela ankete se je tudi (33-krat) zgodilo, da anketiranec ankete ni rešil v celoti in je bil odgovor podan, vendar ocene in komentarja ni bilo (bil je prazen okvir).

V miselnem vzorcu, slika 8, so pri utemeljitvah anketiranca, ki potrjujejo oceno, dodane tipične pozitivne, negativne in nevtralne trditve (10 pozitivnih trditev, torej za oceno 4 ali 5; 10 nevtralnih trditev za oceno 3 in 10 negativnih trditev za oceno 2 ali 1). Pri tistih utemeljitvah, ki ne potrjujejo oceno, sta izpostavljeni najbolj pozitivna in najbolj negativna trditev. Vse te trditve so, tako pri timskem delu kot pri vsebini predmeta Matematično modeliranje, zaradi preglednosti slike miselnega vzorca skrite.

Zanimala nas je primerjava ocen med sklopom Skupina, torej skupinskim delom, in sklopi Korakov, torej znanje iz matematičnega modeliranja.
Podatki, ki smo jih uporabili, so predstavljeni v tabeli 1. V nadaljevanju prva skupina ocen podaja odgovore trditev sklopa Skupina, druga skupina pa odgovore trditev sklopov Korak X.

Na podlagi tabele 1 opazimo, da je razlika povprečij, ki znaša 0.917, pozitivna, kar pomeni, da je povprečje ocen v prvi skupini trditev višje kot v drugi.

Tabela 1: Število ocen, povprečje in standardni odklon vseh podatkov glede na skupino ocen.

Skupina ocen	Št. ocen	Povprečje	St. odklon
1	1287	4.73	0.627
2	1177	3.81	1.213

Druga analiza zajema ocene, katerih utemeljitve glede na analizo diskurza potrjujejo oceno, kar predstavlja testno spremenljivko. Podatke, ki so prikazani v tabeli 2, ponovno razvrščamo glede na sklop.

Tabela 2: Število ocen, povprečje in standarni odklon podatkov glede na skupino ocen.

Skupina ocen	Št. ocen	Povprečje	St. odklon
1	553	4.67	0.737
2	393	3.82	1.275

Na podlagi tabele 2 opazimo, da je razlika pozitivna, kar pomeni, da je povprečje ocen v prvi skupini trditev višje kot v drugi.

S tretjo analizo smo primerjali povprečji ocen, ki so bile glede na analizo diskurza utemeljene s pritrdilnim odgovorom ali pa niso imele utemeljitve. Ocene smo prav tako razvrstili v dve skupini glede na sklop trditev, kar je prikazano v tabeli 3.

Tabela 3: Število ocen, povprečje in standarni odklon podatkov glede na skupino ocen.

Skupina ocen	Št. ocen	Povprečje	St. odklon
1	600	4.83	0.469
2	724	3.84	1.189

Razlika povprečij ocen obeh skupin znaša 0.996, ki je glede na predhodna t-testa največja. Tudi v tem primeru je razlika povprečij pozitivna, kar pomeni, da je povprečje ocen v skupini trditev, ki se nanašajo na skupinsko delo, za skoraj eno oceno večje kot v skupini trditev, ki se nanašajo na znanje iz matematičnega modeliranja.

6.2 Ugotovitve

Ugotovitev, da so bile trditve, ki se nanašajo na delo v skupini, boljše ocenjene kot trditve, ki se nanašajo na znanje iz matematičnega modeliranja, smo z analizo in z analizo diskurza potrdili, saj je bila razlika v povprečni vrednosti dveh vzorcev, torej ne glede na nabor podatkov, ki smo jih pri vsakem testu na podlagi analize diskurza izbrali. Lahko bi rekli, da je pojav te razlike dokaj naraven, saj so študenti že pred samim začetkom izvajanja

predmeta Matematično modeliranje razvijali kompetenco timskega dela, ki se nanaša na pripravljenost sodelovanja v skupini, upoštevanje mnenj članov skupine, učinkovito medsebojno komunikacijo, podajanje in sprejemanje povratnih informacij ipd., medtem ko se je kompetenca iz matematičnega modeliranja šele začela razvijati. Še enkrat poudarjamo, da so trditve, ki so bile vključene v posemezen Korak X, preverjale razumevanje trenutne snovi, ki je bila obravnavana pri predmetu.

7 Omejitve

Pri uporabi vprašalnika in orodja Trello se pojavi nekaj omejitev. Obema sta skupni dve, in sicer:

- študentov interes za sodelovanje;
- verodostojnost podatkov, ki jih pridobimo, je odvisna od študentov.

V primeru, da bi za formativno spremljanje uporabljali le vprašalnike s trditvami, ki jih učeči se oceni z izbranim številom na lestvici in jim pripiše svoj komentar, se poleg zgornjih dveh omejitev pojavijo tudi naslednje.

- Vprašalnik je za vse enak, čeprav imajo skupine različne projekte in zato potrebujejo različna znanja.
- Študentje, ki so v isti skupini, ne dobijo povratne informacije od preostalih članov.
- Podatki, ki jih dobimo, niso pregledno urejeni; npr. podatki, ki so jih vnesli študenti ene skupine, niso zbrani na enem mestu, ampak jih moramo iskati.

Z uporabo Trella lahko vsaj delno odpravimo omejitve, ki jih prinaša le uporaba vprašalnika. Kljub temu ima Trello dve omejitvi:

- Študent lahko oceni trditve le z 0 (neopravljeno, neuresničeno) ali 1 (opravljeno, uresničeno).
- Primarno je namenjen projektnemu vodenju.

Prav zaradi tega je kombinacija uporabe obeh orodij hkrati bolj učinkovita, saj z uporabo enega odpravimo omejitve drugega in obratno. Še vedno ostajata prvi dve omejitvi, na kateri najbolj vpliva študent sam. Mentor lahko ti omejitvi naslovi z ustvarjanjem spodbudnega okolja za sodelovanje in medsebojno zaupanje, za katero je podlaga nepovezanost formativnega spremljanja z ocenjevanjem (ki je omenjena v začetni predstavitvi tega koncepta). To omogoča študentom sprejeti formativno spremljanje kot pot do boljšega končnega izdelka, kjer bodo rezultati najboljši, če bodo odgovori verodostojni.

8 Zaključek

Namen formativnega spremljanja procesa učenja je poglabljanje in izboljševanje učenja in ne merjenje oz. ocenjevanje znanja. Mentor nudi študentom povratno informacijo, kar jim omogoča boljše doseganje rezultatov in sprotno odpravljanje nejasnosti. S tem je poudarjen proces učenja in ne končni rezultat, ki je v tem primeru izdelan elaborat ali Dianoia članek.

Naš glavni cilj je bila uspešna vključitev formativnega spremljanja pri predmetu Matematično modeliranje. Seznanili smo se z različnimi orodji, ki to omogočajo, in izbrali uporabo vprašalnika in Trello table. Vsak ima določene prednosti in pomanjkljivosti, vendar z uporabo obeh dosežemo zastavljene cilje. Morda uporaba teh orodij pomeni kateremu izmed študentov dodatno delo, vendar se lahko z zavedanjem, da je to koristno za njegov hitrejši napredek, bolj poglobljeno znanje in da mu to omogoča sprotno odpravljanje morebitnih težav ter pregled nad celotnim delom skupine, predstava o dodatnem delu zmanjšuje.

Med samim procesom nastajanja našega članka in izvajanja formativnega spremljanja smo opazili, da so trditve, ki se nanašajo na skupinsko delo, bolje ocenjene kot preostale. To ugotovitev smo potrdili z analizo diskurza, na osnovi katere smo odgovore razdelili v štiri skupine.

V narejeni Trello tabli, ki smo jo ustvarili za posamezno skupino, smo dodali kartico 'Predlogi za razvoj'. Vanjo smo sami dodali nekaj idej za nadaljnje delo, lahko pa jih doda tudi uporabnik. Naši predlogi so:

- dodatni kartici za pisanje seminarske naloge (elaborat in Dianoia članek),
- dodana možnost 'Ne morem oceniti' zraven ocenjevalne lestvice vsake trditve na vprašalnikih,
- za povezovanje odgovorov posamezne osebe vseh vprašalnikov predlagamo, da se namesto vpisne številke uvede nekaj bolj anonimnega, npr. ime rastline in štiri števila (ne sme biti letnica rojstva ali zaporedna števila 1234), primer: marjetica2507; študent uporabi isto izbrano geslo na vseh korakih,
- nadgraditev trditev na vprašalnikih (npr. vprašanja za samopresojo).

Literatura

[1] Alanis, Alma Y., Nancy Arana-Daniel, and Carlos Lopez-Franco, eds. Artificial Neural Networks for Engineering Applications. Academic Press, 2019.

[2] Berden, Saša. "Formativno spremljanje kot podpora predšolskim otrokom pri govorno-jezikovnem razvoju." Maribor: Pedagoška fakulteta, 2020. https://dk.um.si/Dokument.php?id=141922

[3] Bokal, Drago. "Na študenta osredotočeno poučevanje z vključevanjem v raziskovalno delo." Dianoia 4, no. 1 (2020): 5–10. https://www.fnm.um.si/wp-content/uploads/2020/04/Dianoia_2020_1.pdf

[4] Brodnik, Vilma. "Formativno Spremljanje in Vrednotenje Znanja in Učenja." izobraževanje dijakov športnikov na daljavo. Accessed June 28, 2020. http://jazon.splet.arnes.si/formativno-spremljanje-in-vrednotenje-znanja-in-ucenja/.

[5] Cvetek, Slavko. Učenje in poučevanje v visokošolskem izobraževanju: Teorija in Praksa. Ljubljana: Buča Knjigotrštvo, 2015.

[6] Devjak, Tatjana, Darija Skubic, Alenka Polak, Kolšek Vasja, and Pšunder Majda. Predšolska Vzgoja: Od Starega k Novemu. Ljubljana: Pedagoška fakulteta, 2012.

[7] Fisher, Douglas, and Nancy Frey. Checking for Understanding: Formative Assessment Techniques for Your Classroom. Alexandria, VA: The Association for Supervision and Curriculum Development, 2007.

[8] "Formative Assessment That Truly Informs Instruction."NCTE. Accessed October 3, 2020. https://cdn.ncte.org/nctefiles/resources/positions/formative-assessment_single.pdf?fbclid=IwAR3aAoj1rdTEES1TGIgOOEJOEsJlQ-Fn6yQLyYgxzej5XLiA3AcewfYQi3M.

[9] Fox, Huw, and William Bolton. Mathematics for engineers and technologists. Elsevier, 2002.

[10] Gareis, Christopher R. "Collaborative Leadership The Forgotten Art of Formative Assessment." William and Mary School of Education, 2006. https://education.wm.edu/centers/ttac/resources/articles/assessment/forgottenart/index.php.

[11] Gikandi, Joyce W., Donna Morrow, and Niki E. Davis. "Online Formative Assessment in Higher Education: A Review of the Literature." Computers & Education. Pergamon, June 21, 2011. Accessed September 22, 2020. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360131511001333.

[12] Greenstein, L.. "What Teachers Really Need to Know About Formative Assessment." (2010). Accessed June 28, 2020. http://www.ascd.org/publications/books/110017/chapters/The-Fundamentals-of-Formative-Assessment.aspx.

[13] Gronlund, Norman E. Assessment of Student Achievement. Eight Edition. Boston, MA: Pearson, 2006.

[14] Grossman, Robert. Štructures for Facilitating Student Reflection.Čollege Teaching 57, no. 1 (2009): 15–22. https://doi.org/10.3200/ctch.57.1.15-22.

[15] Horvat, Barbara. "O Refleksiji Učenca Pri Pouku." Sodobna pedagogika 62, no. 1 (March 2011): 142–58.

[16] Korthagen, Fred A. J. "Going to the Core: Deepening Reflection by Connecting the Person to the Profession." Essay. In Handbook of Reflection and Reflective Inquiry: Mapping a Way of Knowing 529 for Professional Reflective Inquiry, edited by Angelo Vasalos, 529–52. Boston, MA: Springer, 2010.

[17] McCabe, Michael, Ann Heal, and Alison White. "The Integration of Group Response Systems IntoTeaching and LOLA, the Missing Link in Computer Assisted Assessment." Loughborough University, 2001. Accessed September 20, 2020. https://hdl.handle.net/2134/1819.

[18] Nelson, Robert, and Phillip Dawson. "A Contribution to the History of Assessment: How a Conversation Simulator Redeems Socratic Method." Assessment & Evaluation in Higher Education 39, no. 2 (2013): 195–204. https://doi.org/10.1080/02602938.2013.798394.

[19] Peršolja, Mateja. *Formativno Spremljanje Znanja v Praksi: Priročnik Za Učitelje.* Domžale: M. Peršolja, 2019.

[20] Prashanti, Eachempati, and Komattil Ramnarayan. "Ten Maxims of Formative Assessment." Advances in Physiology Education 43, no. 2 (2019): 99–102. https://doi.org/10.1152/advan.00173.2018.

[21] Suban, Mojca, Melita Gorše Pihler, Jerneja Bone, Karmen Debenjak, Loreta Hebar, Špela Jenko, Tatjana Kerin, et al. *Formativno Spremljanje Pri Matematiki: Priročnik Za Učitelje.* Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2018.

[22] Trowler, Vicki, Robert L. Allan, Jaroslaw Bryk, and Rukhsana R. Din. "Penitent Performance, Reconstructed Rumination or Induction: Student Strategies for the Deployment of Reflection in an Extended Degree Programme." Higher Education Research & Development 39, no. 6 (2020): 1247–61. https://doi.org/10.1080/07294360.2020.1712678.

[23] Vezovnik, Andreja. “Kritična Diskurzivna Analiza v Kontekstu Sodobnih Diskurzivnih Teorij.” Družboslovne razprave XXIV, no. 57 (2008): 79–96.

STROKOVNI PRISPEVKI

Dianoia 5 (2021) 53-61

Spremembe temperature reke Save med leti 1977 in 2017

Temperature change of Sava river between the years 1977 and 2017

Tina Flis[1], Mateja Polovič[1]

[1]*Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija*

Povzetek

Dvig povprečne temperature zraka zaradi podnebnih sprememb je vedno bolj očiten, zato je pomembno spremljati, v kakšni zvezi sta temperatura zraka in temperatura vode. Poleg vodostaja sta to zelo pomembna hidrološka dejavnika, ki opisujeta stanje površinskih voda s kazalci, kot sta razpoložljivost hranil in delež raztopljenega kisika. K dvigu temperature vode pripomorejo tudi številni antropogeni dejavniki. V sledečem prispevku predstavljamo analizo temperatur reke Save na podlagi podatkov merilne postaje Čatež ob Savi I med leti 1977 in 2017. Ugotovili smo, da so se povprečne letne, povprečne minimalne in povprečne maksimalne letne temperature reke Save v 40-ih letih povišale. Povprečna letna temperatura vode se je dvignila za 2,8 °C. Prvih deset let (1977–1986) se značilno razlikuje v temperaturi vode od preostalih desetletnih nizov. Trend naše analize kaže, da se reka Sava segreva. V kolikor ne bomo dovolj hitro in ustrezno ukrepali, bi lahko zaznani pozitiven temperaturni trend vplival na celoten ekosistem in človeka.

Ključne besede: reka Sava, segrevanje reke, temperatura vode, podnebne spremembe, Čatež ob Savi

Abstract

Climate warming has been quite apparent lately, so it is important to monitor the relationship between air and water temperature. These two hydrological parameters, in addition to water level, tell us a lot about the condition of surface waters, such as availability of nutrients and dissolved oxygen in waters. Many anthropogenic factors also contribute to temperature rise. In the following article, we present the analysis of the Sava river temperatures, measured on the Čatež ob Savi I measuring station between the years 1977 and 2017. The results show the increase of mean, minimal and maximal annual temperatures of the Sava river in 40 years. Annual mean temperature has risen up for 2,8 °C. First ten years (1977–1986) significantly distinguishes in water temperature from all other ten-year series. The trend of our analysis indicates the continuous warming of the Sava river. If we do not act suitably and fast enough, the process of warming could influence the entire ecosystem and human well-being.

Key words: the Sava river, warming of river, water temperature, climate change, Čatež ob Savi

1 UVOD

V zadnjih desetletjih je človeštvo vse bolj izpostavljeno ekstremnim vremenskim dogodkom in podnebnim spremembam, ki so po večini posledica globalnega segrevanja. To pomeni dvigovanje povprečne temperature ozračja na Zemlji, ki se ne dviguje več linearno, ampak s kvadratom časa [9]. Poleg ostalih posledic to prinaša tudi višanje temperature voda.

Rečni ekosistemi so občutljivi na podnebne spremembe, saj sta temperatura in količina vode odvisni od ostalih kazalcev okolja. Spreminjajo se padavinski režimi, časovna razporeditev in oblika padavin [5]. Višje temperature rečnih ekosistemov vplivajo tudi na spremembo kvalitete voda. Le-te namreč prinašajo povečano nalaganje polutantov, sedimentov in nutrientov v obdobjih z večjo količino padavin ter povečanih koncentracij polutantov med obdobji suše (Medvladni panel za podnebne spremembe IPCC, 2014 v [2]). Spreminjanje temperature rek vpliva tudi na fizikalno-kemične procese v vodi, kar vpliva na združbe organizmov [15]. Ko se habitat spremeni, ima mnogo vrst zaradi njegove fragmentiranosti omejene zmožnosti razširjanja. [18]. Posledično je ogrožena biodiverziteta, saj rečni ekosistemi gostijo kar 6 % vseh vrst na svetu [3]. Ne samo višanje temperatur, rečne ekosisteme ogrožajo tudi degradacija,

E-mail naslov/i: tina.flis@student.um.si (Tina Flis), mateja.polovic@student.um.si (Mateja Polovič)

onesnaževanje, ribolov in vnos tujerodnih vrst ter pretirano izkoriščanje ekosistemskih storitev [18]. Posledica tega je velik upad razširjenosti in številčnosti sladkovodnih vrst [13].

Tudi v Sloveniji smo priča dvigu temperature rek. Višajo se povprečne in maksimalne letne temperature Soče, Vipave, Reke, Ledave in Save [16]. Namen prispevka je ugotoviti, kako se je temperatura reke Save na vodomerni postaji Čatež ob Savi spreminjala v 40-letnem obdobju. Predpostavljali smo, da se temperature vode najbolj razlikujejo v prvem in zadnjem desetletnem časovnem obdobju.

2 MATERIALI IN METODE

Podatke za analizo smo pridobili s spletne strani Agencije za okolje Republike Slovenije (ARSO, http://www.arso.gov.si/vode/podatki/arhiv/hidroloski_arhiv.html). Analizirali smo temperature, izmerjene na vodomerni postaji Čatež ob Savi I med leti 1977 in 2017. Temperatura se beleži ves dan v 10-minutnem razmaku. Povprečne letne, povprečne minimalne in povprečne maksimalne letne temperature za posamezni mesec in leto so združene v tabeli za nadaljnjo analizo [1].

Uporabili smo podatke o povprečni letni temperaturi, povprečni minimalni letni temperaturi in povprečni maksimalni letni temperaturi reke Save. Podatke smo obdelali v programu Microsoft Excel z linearno regresijsko analizo ter v programu PAST3 z enosmerno analizo variance (ANOVA) [6] in testiranjem parov posameznih 10-letnih obdobij po Tukey metodi [7].

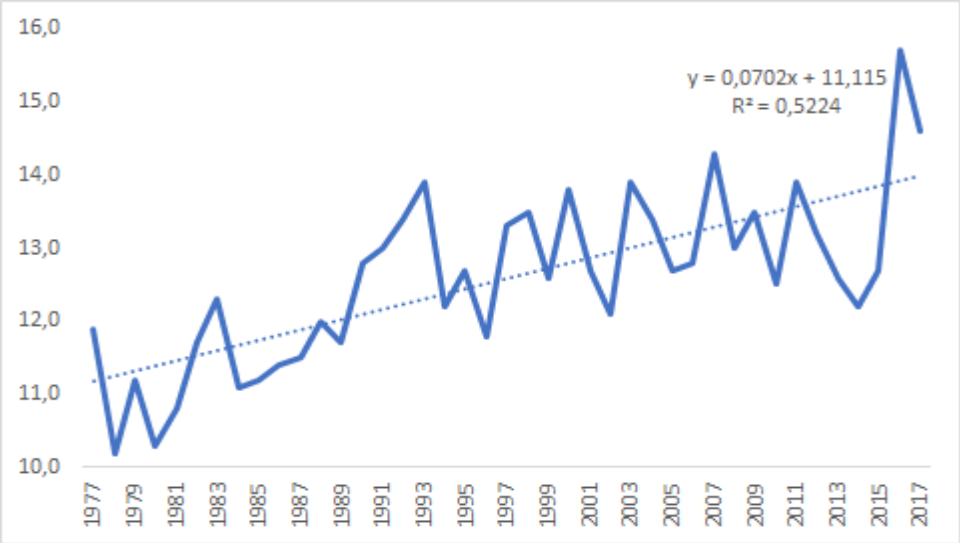
Z linearno regresijsko analizo preverjamo vpliv neodvisne spremenljivke na odvisno spremenljivko. V našem primeru je neodvisna spremenljivka čas, merjen v letih, odvisna pa temperatura reke Save. Preverjali smo torej trend spreminjanja temperature reke Save na merilni postaji Čatež ob Savi I. Vsak graf smo opremili z regresijsko enačbo in determinacijskim koeficientom R^2. Regresijska enačba vsebuje smerni koeficient, ki napove strmino premice, v našem primeru kaže stopnjo naraščanja oziroma padanja temperature vode. R^2 pove delež pojasnjene variance, torej v kolikšni meri čas pojasnjuje temperaturo vode.

3 REZULTATI

Iz slike 1 je razvidno, da je povprečna letna temperatura Save pri Čatežu ob Savi leta 1977 bila 12 °C. Po 40-ih letih, leta 2017, pa 14,5 °C. To pomeni, da je povprečna temperature vode narasla za 2,5 °C.

Vključitev povprečnih letnih temperature vode v regresijski model vrne enačbo $y = 0{,}0702x + 11{,}115$, ki nam pove, da se temperatura reke Save na merilni postaji Čatež ob Savi v povprečju letno poveča za 0,07 °C. Delež pojasnjene variance znaša 52,2 %.

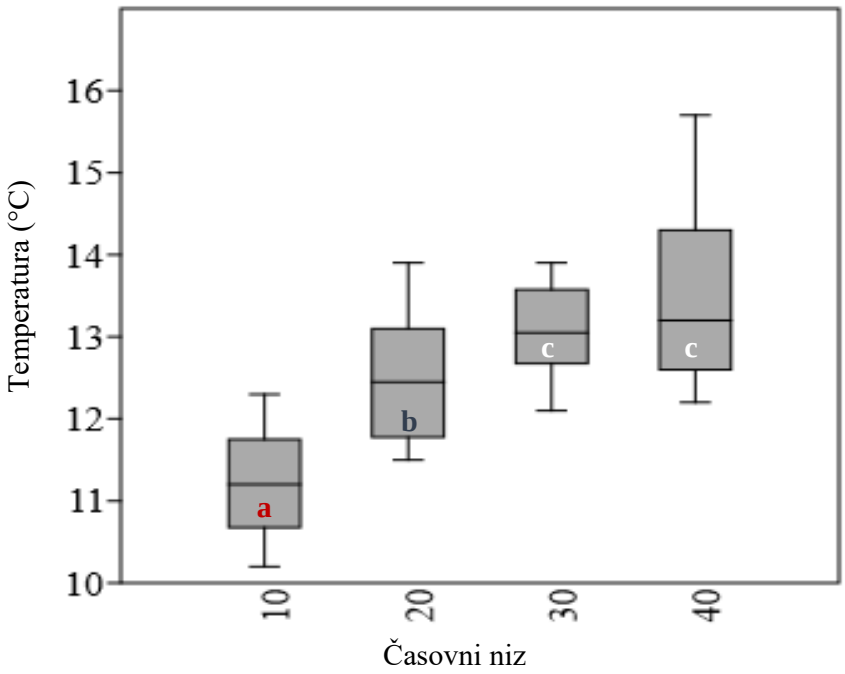
Preverjali smo, če se povprečna letna temperature vode razlikuje glede na desetletna časovna obdobja. Rezultati analize ANOVA ($F=15{,}48$ $df1= 3$ $p<0{,}0001$) in primerjanja parov po Tukey metodi (tabela 1 in slika 2) so pokazali, da se povprečne temperature vode prvih desetih let (1977–1986) značilno razlikujejo od vseh ostalih časovnih obdobij. Največja razlika je med prvimi in zadnjimi desetimi leti časovne serije obravnavanih podatkov. Med tretjim (1997–2006) in četrtim (2007–2017) časovnim nizom pa ni značilnih razlik (slika 2).



Slika 1: Povprečne letne temperature reke Save pri Čatežu ob Savi.

Tabela 1: Diagonalna matrika p vrednosti primerjave povprečnih letnih temperatur reke Save pri Čatežu ob Savi po 10-letnih obdobjih.

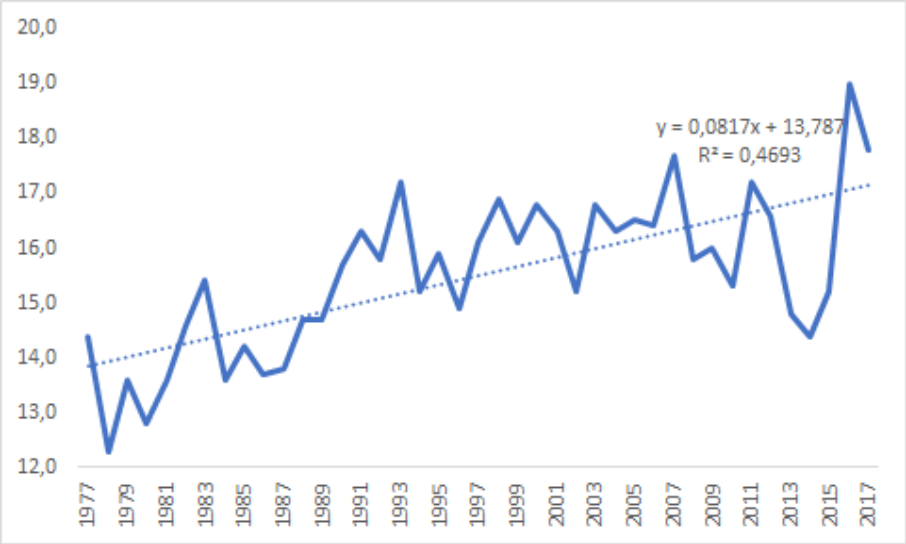
	10	**20**	**30**
20	0,005167		
30	<0,0001	0,3852	
40	<0,0001	0,04198	0,6819



Slika 2: Razlike v povprečnih letnih temperaturah vode glede na 10-letne časovne nize.
10: 1977–1986, 20: 1987–1996, 3: 1997 – 2006, 4: 2007 – 2017.

Ob začetku meritev, leta 1977, je povprečna maksimalna letna temperatura znašala 14,4 °C, leta 2017 pa se je povišala za 3,4 °C. Vključitev povprečnih maksimalnih letnih temperatur v regresijski model vrne enačbo y = 0,0817x + 13,787; ki nam pove, da je vsako leto povprečna maksimalna temperatura Save višja za 0,08 °C (slika 3). Sava je bila najtoplejša leta 2016 z 19 °C. Delež pojasnjene variance je 47 %.

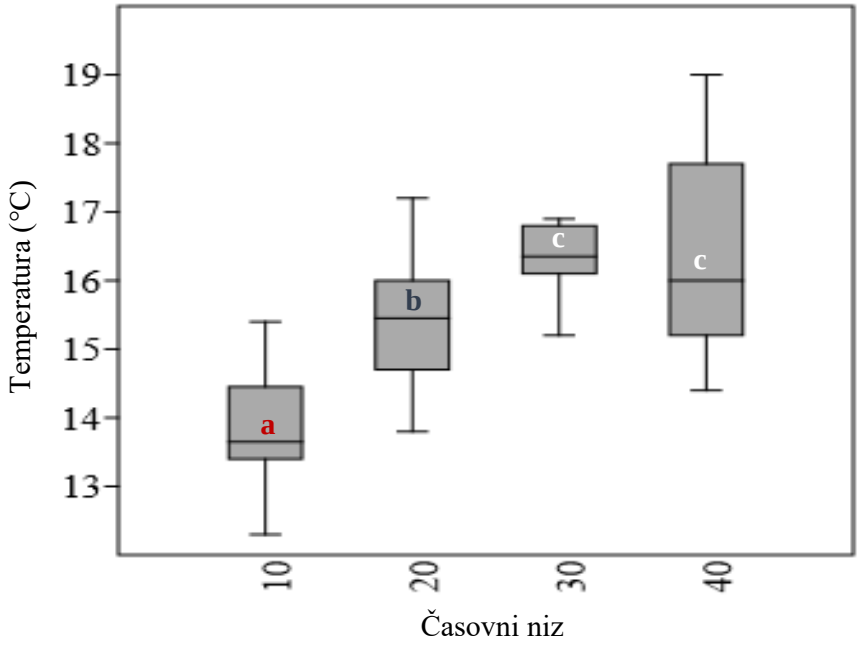
Preverjali smo, če se povprečna maksimalna letna temperatura razlikuje glede na desetletna časovna obdobja. Rezultati ANOVA (F = 13,86 df1 = 3 p <0,0001) in testiranja parov po Tukey metodi (tabela 2 in slika 4) kažejo, da se temperature prvih desetih let signifikantno razlikujejo od naslednjih 30 let. Največja razlika je med prvim (1977–1986) in tretjim časovnim obdobjem (1997–2006) (slika 4).



Slika 3: Povprečne maksimalne letne temperature reke Save pri Čatežu ob Savi.

Tabela 2: Diagonalna matrika p vrednosti primerjave povprečnih maksimalnih letnih temperatur reke Save pri Čatežu ob Savi po 10-letnih obdobjih.

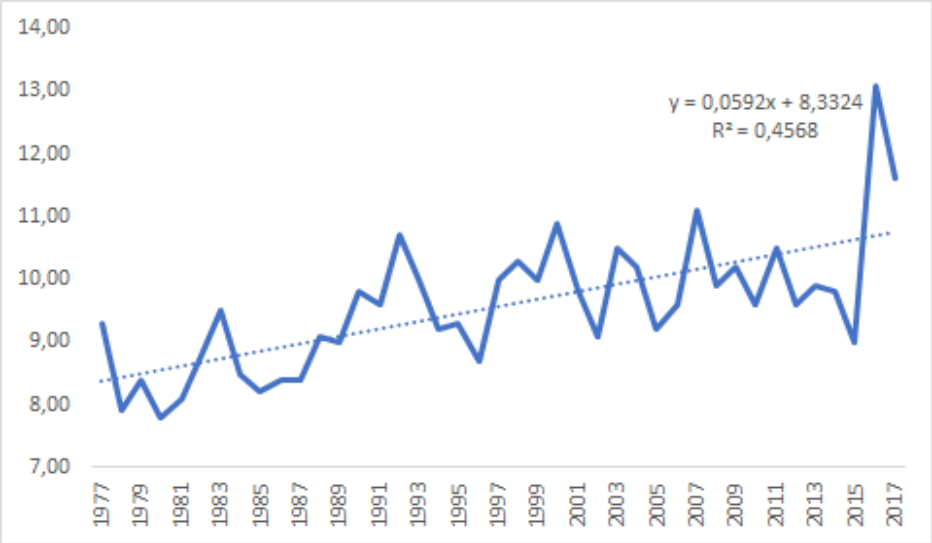
	10	**20**	**30**
20	0,0063		
30	<0,0001	0,1998	
40	<0,0001	0,1792	1



Slika 4: Razlike v povprečnih maksimalnih temperaturah vode glede na 10-letne časovne nize. 10: 1977–1986, 20: 1987–1996, 3: 1997 – 2006, 4: 2007 – 2017.

Na sliki 5 je vidno, da se tudi povprečna minimalna letna temperatura Save viša. V 40-ih letih je slednja narasla za 2,3 °C. Sicer temperatura konstantno variira, je pa očiten preskok v temperaturi viden po letu 2015, ko je bila povprečna minimalna letna temperatura vode na obravnavanem merilnem mestu najvišja, 12 °C. Regresijski model z enačbo y= 0,0592x + 8,3324 pokaže, da temperatura vode narašča, in sicer letno za 0,06 °C. Delež pojasnjene variance je 46 %.

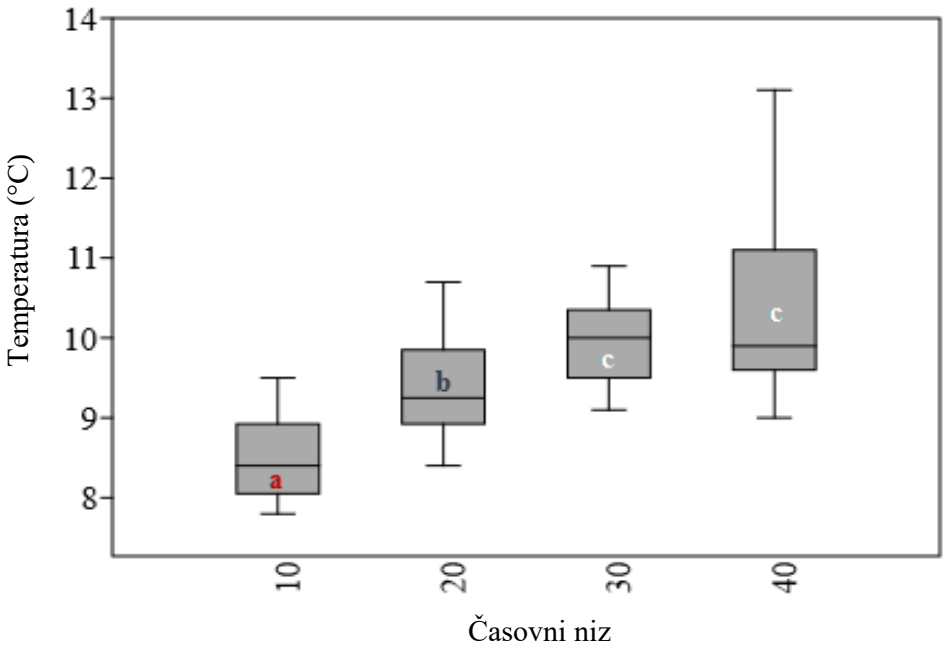
Rezultati analize ANOVA (F = 11,2 df1 = 3 p <0,0001) in primerjave parov 10-letnih obdobij po Tukey metodi (tabela 3 in slika 6) kažejo, da se najbolj razlikujejo temperature vode prvega in zadnjega (2007–2017) desetletnega obdobja. Značilne razlike v temperaturi vode na obravnavanem merilnem mestu na reki Savi so tudi med prvim in tretjim desetletjem ter drugim in zadnjim desetletjem (slika 6).



Slika 5: Povprečne minimalne letne temperature reke Save pri Čatežu ob Savi.

Tabela 3: Diagonalna matrika p vrednosti primerjave povprečnih minimalnih letnih temperatur reke Save pri Čatežu ob Savi po 10-letnih obdobjih.

	10	**20**	**30**
20	0,07323		
30	0,000997	0,3683	
40	<0,0001	0,0283	0,6005



Slika 6: Razlike v povprečnih minimalnih letnih temperaturah vode glede na 10-letne časovne nize.
10: 1977–1986, 20: 1987–1996, 3: 1997 – 2006, 4: 2007 – 2017.

4 RAZPRAVA

Iz naše analize temperatur reke Save lahko vidimo, da se je povprečna letna temperatura vode na obravnavani merilni postaji (Čatež ob Savi I) v 40-ih letih dvignila za 2,8 °C. Prvih deset let (1977–1986) se signifikatno razlikuje od vseh kasnejših obdobij, tako v povprečnih letnih, povprečnih minimalnih in tudi povprečnih maksimalnih letnih temperaturah vode. Delež pojasnjene variance je pri vseh treh sklopih podatkov (povprečna, maksimalna in minimalna temperatura) okoli 50 %. To pomeni, da čas polovično pojasnjuje dvig temperature vode.

Na vseh grafih posebej izstopa leto 2016, takrat so bile izmerjene najvišje temperature vode v analiziranem obdobju. Tudi rezultati primerjave parov 10-letnih obdobij povprečne in minimalne letne temperature kažejo, da se obdobje od 2007 do 2017 najbolj razlikuje od preteklih treh desetletij. Vzrok bi lahko bil v povišani temperaturi ozračja, saj je večina mesecev v tem letu bila toplejših kot v obdobju med 1981 in 2010 [14]. Raziskave kažejo, da je temperatura vode rek v veliki meri odvisna od temperature zraka [17; 12]. Posledično lahko sklepamo na dvig temperature jezer, morij, rek zaradi segrevanja zemeljskega ozračja [16].

Na porast temperature reke Save bi lahko vplival tudi pričetek obratovanja nuklearne elektrarne leta 1981 v Krškem (NEK). Za njeno delovanje črpajo vodo iz reke Save, nato pa jo ohlajeno spuščajo nazaj v strugo. Temperatura vrnjene vode pa je kljub temu nekoliko višja od izčrpane vode, kar bi lahko bil eden izmed vzrokov za porast temperature reke Save na obravnavanem merilnem mestu. Glede na okoljevarstveno dovoljenje (OVD) glede emisij v vodi in z vodnim dovoljenjem, je najvišje dovoljeno segrevanje reke 3 °C. Leta 2016 je bilo padavin manj,

pretoki Save so bili nizki in posledično se je vodotok zaradi delovanja NEK bolj segreval [8]. Sicer pa segrevanje Save v spodnjem toku ob slovensko-hrvaški meji ni zgolj posledica NEK, saj se reka segreva sama že v srednjem toku. Velik del Save je namreč reguliran, s tem pa se izgublja njena globina, zato se voda hitreje segreje [5].

Ekološko stanje vodnih ekosistemov se zaradi podnebnih sprememb lahko zelo spremeni. Višja temperatura vode namreč pospeši nekatere kemijske in biološke procese v vodnem okolju, kar se kaže kot zmanjšanje količine v vodi raztopljenega kisika, predvsem v onesnaženih vodah [15]. Zato postanejo vodni organizmi še bolj občutljivi na temperaturo [12]. V Sloveniji je že dokazano zmanjševanje količine vode v rekah, kar je posledica predvsem manjše količine padavin. Posledično ima reka zmanjšano sposobnost samočiščenja - upadata pretok in volumen vode. Zaradi tega se, kot že omenjeno, voda hitreje segreje, hkrati pa manjša količina vode v rekah pripomore tudi k povečanju koncentracije onesnažil v vodi [5;15].

Pri dvigu temperature voda imajo torej pomembno vlogo antropogeni dejavniki. Tudi druge raziskave na reki Savi so pokazale, da se temperatura reke dviguje dosti hitreje kot pričakovano in da to nikakor ni naraven pojav. Napovedi kažejo, da bodo podnebne spremembe prisotne kljub zmanjšanju emisij toplogrednih plinov. Zato je pomembno razmišljati, kako blažiti škodljive aktivnosti, da bi zmanjšali segrevanje rek, kajti s poseganjem v naravne pretoke potokov in rek so le-ti postali bolj dovzetni za dvig temperature vode [5]. Vse to ima seveda vpliv na biodiverziteto v vodotokih. Temperatura namreč neposredno narekuje, kateri organizmi (od zooplanktona do rib) bodo uspevali v katerem delu reke. Vsak organizem ima svoj temperaturni optimum, v katerem najbolje uspeva [11]. Poleg tega se z naraščanjem temperature zraka in vode povečuje izhlapevanje, kar lahko privede do sprememb ekosistemov v tolikšni meri, da lahko pričakujemo vedno več invazivnih vrst, saj so slednje mnogo bolj prilagodljive na rast v stresnih razmerah kot pa avtohtone vrste [4]. Po besedah Govediča [5] je iz spodnjega dela reke Save že izginila avtohtona vrsta ribe – sulec – ter druge vrste hladnoljubnih rib, kot so lipan, blistavec in kapelj. Kakorkoli – trajnostno upravljanje z vodami je tudi zelo pomembno za zeleno ekonomijo, saj zdravi in odporni ekosistemi zagotavljajo storitve, potrebne za ohranjanje človekove blaginje.

Literatura

[1] Agencija republike Slovenije za okolje (ARSO). (2019). Arhiv hidroloških podatkov.

[2] Benateau S., Gaudard A., Stamm C. in Altermatt F. (2019). Climate change and freshwater ecosystems: Impacts on water quality and ecological status. Pridobljeno s: https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/169641/7/Climate_change_and_freshwater_ecosystems.pdf

[3] Dudgeon D., Arthington A. H., Gessner M. O., Kawabata Z. I., Knowler D. J., Lévêque C., ... in Sullivan C. A. (2006). Freshwater biodiversity: importance, threats, status and conservation challenges. *Biological reviews, 81*(2), 163-182.

[4] Extreme Temperature Change: Water Temperatures (b. d.). Pridobljeno s: https://climatechange.lta.org/climate-impacts/water-temperatures/

[5] Govedič M. (2018). Kako s(m)o skuhali reko Savo. *Ribič*, 9, 246–250.

[6] Hammer Ø., Harper D.A.T., Ryan P.D.. (2001). PAST: Paleontological Statistics software package for education and data analysis. *Palaeontologia Electronica 4*(1): 9pp.

[7] Haynes W. (2013) Tukey's Test. Encyclopedia of Systems Biology. Springer, New York, NY.

[8] Letno poročilo 2016. (2017). Nuklearna elektrarna Krško. Pridobljeno s: https://www.nek.si/_files/2472/NEK_SLO_NET.pdf

[9] Lindsey R., Dahlman L. (2020). Climate change: global temperature. Climate.gov. Pridobljeno s:https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-global-temperature

[10] Ogrinc N., Kanduč T. in Kocman D. (2014). Integrated Approach to the Evaluation of Chemical Dynamics and Anthropogenic Pollution Sources in the Sava River Basin. *The Sava River, 75–94.* doi:10.1007/978-3-662-44034-6_4

[11] Osman H., Bath S. in Higgins S. (14. 8. 2018). How Temperature Affects the Quality of Fresh Water. Pridobljeno s: https://www.iisd.org/ela/blog/commentary/temperature-quality-fresh-water/

[12] Rabi A., Hadzima-Nyarko M. in Šperac M. (2015). Modelling river temperature from air temperature: case of the River Drava (Croatia). *Hydrological sciences journal, 60*(9), 1490–1507.

[13] Strayer D. L. in Dudgeon D. (2010). Freshwater biodiversity conservation: recent progress and future challenges. *Journal of the North American Benthological Society, 29*(1), 344–358.

[14] Temperatura zraka v Sloveniji in svetu leta 2016. (2017). Agencija republike Slovenije za okolje. Pridobljeno s: http://www.arso.gov.si/novice/datoteke/036949-temperatura_2016_slovenija_svet.pdf

[15] Urbanič G., Pavlin M., Štupnikar N. in Petkovska V. (2008). Vpliv podnebnih sprememb na uspešnost trajnostnega upravljanja z vodami. Mišičev vodarski dan, 2008, 19 , str. 1–7.

[16] Vodenik B., Robič M. in Kobold M. (2008). Vpliv podnebnih sprememb na temperaturo površinskih voda. Mišičev vodarski dan 2008, 19, str. 32–41.

[17] Webb B. W., Clack P. D. in Walling D. E. (2003). Water–air temperature relationships in a Devon river system and the role of flow. *Hydrological processes, 17*(15), 3069–3084.

[18] Woodward G., Perkins D. M. in Brown L. E. (2010). Climate change and freshwater ecosystems:impacts across multiple levels of organization. *Philosophical Transactions of the Royal Society B:Biological Sciences, 365*(1549), 2093-2106.

STROKOVNI PRISPEVKI
Dianoia 5 (2021) 63-70

Merjenje fizikalnih količin na osnovi reaktančnega vpliva na resonančno frekvenco kvarčnega kristala

Measurement of Physical Quantities Based on the Reactance Effect on the Resonant Frequency of the Quartz Crystal

Vojko Matko
Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Koroška c. 46, 2000 Maribor Slovenija

Povzetek
V članku obravnavamo možnost induktivnega vpliva na frekvenco nihanja kvarčnega kristala v oscilatorju. Tuljava vezana zaporedno ali vzporedno s kristalom spremeni električni nadomestni model kristala in s tem tudi njegovo zaporedno in vzporedno resonančno frekvenco. Tukaj opišemo vpliv na zaporedno resonančno frekvenco in možnost merjenja različnih fizikalnih količin z veliko občutljivostjo, stabilnostjo in natančnostjo na podlagi majhnih sprememb induktivnosti. Prikažemo model kvarčnega kristala, njegov impedančni krog in reaktančni vpliv na njegovo impedanco ter zaporedno resonančno frekvenco. Pristop je uporaben za merjenje količin, kot so premik, raztezek, lega, induktivnost, magnetne lastnosti materialov itn.

Ključne besede: kvarčni kristal, reaktanca, vpliv na resonanco, princip merjenja

Abstract
This paper describes a possibility of an inductive influence on the oscillation frequency of a quartz crystal in an oscillator. A coil connected in series or in parallel with the crystal changes the equivalent electrical circuit of the crystal and thus also its series and parallel resonant frequency. Here, we present the effect on a series resonant frequency. In this way, we can measure different physical quantities with great sensitivity, stability and accuracy through small changes in inductance. The equivalent circuit of the quartz crystal, its impedance circle and the reactance influence on its impedance and series resonant frequency are presented. The approach can be applied for measuring quantities such as displacement, elongation, position, inductance, magnetic properties of materials, etc.

Key words: quartz; reactance; influence on resonance; detection principle

1 UVOD

Veliko oscilatorjev uporablja kot najpomembnejši element kvarčni kristal zaradi njegove stabilne frekvence nihanja. Njegova najpogostejša uporaba je za natančno izbiro frekvence ali pa pri kontroliranem delovanju elektronskih naprav [4,17]. Poleg tega pa se kvarčni oscilatorji lahko uporabljajo za meritve posameznih fizikalnih količin, kjer gre za mehanski [11] ali električni vpliv na kvarčni električni nadomestni model in s tem na njegovo frekvenco nihanja [4,20].

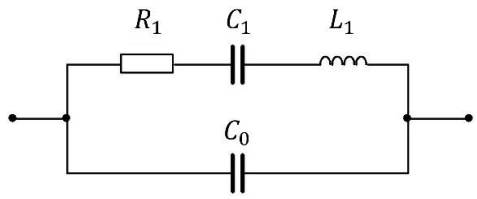
Namen tega prispevka je prikazati kvarčni kristal kot ključni element v oscilatorju, nekatere njegove lastnosti in možnost uporabe za merjenje različnih fizikalnih količin, tako da kristalu zaporedno vežemo tuljavo [12,15,21]. Ključne prednosti uporabe kvarčnih kristalov so: visoka senzorska občutljivost, zelo dobra stabilnost nihanja kristala in dobra frekvenčno-temperaturna stabilnost.

V nadaljevanju kvarčni kristal najprej predstavimo z električno nadomestno shemo, obravnavamo njegove resonančne frekvence, kvaliteto in impedanco, vpeljemo normalizirano frekvenco, s katero opišemo impedančne razmere blizu resonančne frekvence in prikažemo značilni impedančni krog kvarčnega kristala v odvisnosti od normalizirane frekvence. Nato obravnavamo vpliv zaporedno vezane tuljave na kvarčni kristal, vpeljemo novo resonančno frekvenco in frekvenčno-induktivno karakteristiko v bližini zaporedne resonančne frekvence. Prikažemo tudi induktivno območje uporabe in stopnjo induktivne občutljivosti.

E-mail naslov: vojko.matko@um.si (Vojko Matko)

2 KVARČNI KRISTAL

Delovanje kristala najpogosteje obravnavamo z nadomestnim električnim modelom, prikazanim na sliki 1 [2,4,12,14,18]. Kapacitivnost C_0 je kapacitivnost med priključkoma nenihajočega kristala in zajema tudi izgubno kapacitivnost proti kovinskem ohišju kristala. Ta kapacitivnost je znana tudi kot "shunt" ali statična kapacitivnost. Ostali električni elementi opišejo kristal v delujočem, torej nihajočem stanju: L_1, C_1 in R_1 so induktivnost, kapacitivnost in upornost. Induktivnost L_1 je odvisna od mase nihajoče kvarčne ploščice, medtem ko je kapacitivnost C_1 povezana z elastičnostjo ali togostjo kvarčne ploščice. Upornost R_1 pa pomeni izgube, ki nastanejo zaradi nihanja ploščice.



Slika 1. Električna nadomestna shema kvarčnega kristala (Butterworth Van-Dyke (BVD) model) [9,13]. C_0 je kapacitivnost nenihajočega kristala, količine z indeksom 1 pa predstavljajo lastnosti kristala v nihajočem stanju: induktivnost (L_1), kapacitivnost (C_1) in upornost (R_1).

Kvarčni kristal ima dve resonančni frekvenci, serijsko (f_s) in paralelno (f_p) resonančno frekvenco. Obe resonančni frekvenci ter faktor kvalitete Q so povezani s kapacitivnostma, induktivnostjo in upornostjo na sledeč način [1,4,12]:

$$f_s = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_1 C_1}} \,, \tag{1}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_1 \frac{C_1 C_0}{C_1 + C_0}}} = f_s \sqrt{1 + \frac{C_1}{C_0}} \,, \tag{2}$$

$$Q = \frac{2\pi f_s L_1}{R_1} = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C_1} \,. \tag{3}$$

Kompleksna impedanca (Z) za nadomestni model kvarčnega kristala (slika 1) je [1,4,12]:

$$Z = \frac{\left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\frac{1}{j\omega C_0}}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_0}} = \frac{R_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)}{1 + \frac{C_0}{C_1} - \omega^2 L_1 C_0 + j\omega R_1 C_0} \,, \tag{4}$$

kjer je ω krožna frekvenca nihanja kristala, j pa imaginarna enota. Za opis impedančnih razmer v neposredni bližini obeh resonančnih frekvenc vpeljemo normalizirano frekvenco $\Omega = \omega/\omega_s$, kjer je ω_s resonančna krožna frekvenca $\omega_s = 2\pi f_s = 1/\sqrt{L_1 C_1}$. Z vpeljavo normalizirane frekvence Ω in ob upoštevanju pogoja $\omega_s L_1 = 1/(\omega_s C_1)$ lahko impedanco (enačba (4)) zapišemo kot [12,14]:

$$Z = R_1 \frac{1 + j\frac{\omega_s L_1}{R_1}\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)}{1 + \frac{C_0}{C_1}(1 - \Omega^2) + j\frac{C_0}{C_1}\frac{R_1}{\omega_s L_1}\Omega} , \tag{5}$$

z realnim

$$\mathrm{Re}(Z) = \frac{R_1}{\left[1 + \frac{C_0}{C_1}(1 - \Omega^2)\right]^2 + \left(\frac{C_0}{C_1}\frac{R_1}{\omega_s L_1}\Omega\right)^2} , \tag{6}$$

in imaginarnim delom

$$\mathrm{Im}(Z) = R_1 \frac{C_0}{C_1}\frac{\omega_s L_1}{R_1 \Omega} \cdot \frac{\Omega^4 - \left[2 + \frac{C_1}{C_0} - \left(\frac{R_1}{\omega_s L_1}\right)^2\right]\Omega^2 + 1 + \frac{C_1}{C_0}}{\left[1 + \frac{C_0}{C_1}(1 - \Omega^2)\right]^2 + \left(\frac{C_0}{C_1}\frac{R_1}{\omega_s L_1}\Omega\right)^2} . \tag{7}$$

Tabela 1 prikazuje vrednosti in območja za nadomestni model kvarčnega kristala (slika 1), če upoštevamo različne načine nihanja kvarčnih kristalov. Za izbrane lastne frekvence nihanja kvarčnega kristala so podane vrednosti za elemente L_1, C_1 in R_1.

način nihanja	f_s **(kHz)**	L_1 **(H)**	C_1 **(pF)**	R_1**(kΩ)**
"Bending" – zvijanje	$1 - 50$	$10^3 - 10^4$	0,01	$5 - 50$
"Longitudinal" – vzdolžno	$50 - 200$	$10 - 100$	0,10	$2 - 5$
"Surface" – površinsko	$150 - 800$	$1 - 10$	0,02	$0{,}5 - 10$
"Thickness shear" – strižno	$(0{,}5 - 20) \cdot 10^3$	$0{,}01 - 0{,}1$	0,01	$0{,}002 - 2$

Tabela 1. Induktivnost (L_1), kapacitivnost (C_1) in upornost (R_1) elementov v nadomestnem modelu kvarčnega kristala za različne resonančne frekvence (f_s) nihanja [12].

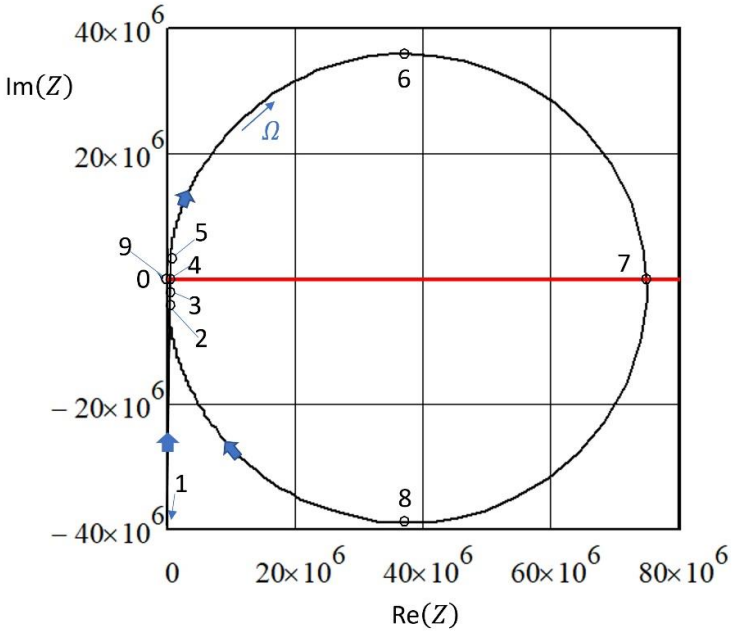
Za kristal s podatki npr. $L_1 = 7281$ H, $C_1 = 3{,}24$ fF , $R_1 = 30$ kΩ, $C_0 = 2$ pF [12] lahko izračunamo zaporedno resonančno frekvenco $f_s = 1/(2\pi \cdot \sqrt{L_1 C_1}) = 32{,}768$ kHz, pri čemer v oscilatorju z dodatnim elementom dosežemo, da frekvenco nastavimo na 5 zanesljivih mest natančno. Glede na izračunano frekvenco lahko iz tabele 1 razberemo način nihanja in območja vrednosti za posamezne elemente nadomestnega modela (slika 1) za ta način nihanja. Z vpeljano normalizirano frekvenco Ω (enačbe (5)–(7)) (tabela 2) lahko opišemo spreminjanje impedance v bližini zaporedne resonančne frekvence (32,768 kHz) kristala, kar je prikazano na sliki 2. Če spreminjamo normalizirano frekvenco Ω od 0 do ∞, enačbi (6) in (7) opišeta

impedanco kvarčnega kristala po zanj značilnem impedančnem krogu. Polmer kroga je lahko večji ali manjši, odvisno od vrednosti elementov v električnem nadomestnem modelu.

pozicija	$\boldsymbol{\Omega}$	$\mathbf{Re}(\boldsymbol{Z})$	$\mathbf{Im}(\boldsymbol{Z})$
1	0	0,03	$-\infty$
2	0,99999	$28{,}824 \cdot 10^3$	$-30{,}103 \cdot 10^3$
3	1,0	$29{,}988 \cdot 10^3$	-600
4	1,0000002	$30{,}012 \cdot 10^3$	0
5	1,00001	$31{,}224 \cdot 10^3$	$30{,}423 \cdot 10^3$
6	1,00049	$37{,}910 \cdot 10^6$	$36{,}670 \cdot 10^6$
7	1,0004997	$74{,}800 \cdot 10^6$	0
8	1,00051	$36{,}970 \cdot 10^6$	$-38{,}17 \cdot 10^6$
9	∞	0	0

Tabela 2. Vrednosti realnega in imaginarnega dela impedance Z v odvisnosti od normalizirane frekvence Ω.

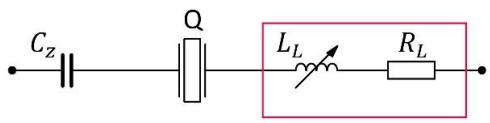
Točka 4 na sliki 2 predstavlja zaporedno normalizirano resonančno frekvenco Ω_s, točka 7 pa paralelno normalizirano resonančno frekvenco Ω_p. V obeh primerih je imaginarni del enak nič. Pri Ω_s je realni del impedance nekaj redov velikosti manjši kot pri Ω_p. Čeprav je razmerje realnih delov impedanc za zaporedno in paralelno vezavo v tem primeru enako 2500, sta zaporedna in paralelna resonančna frekvenca razmaknjeni le za 0,05 % (tabela 2 – pozicija 4 in 7). Pri točkah 6 in 8 (slika 2) pa imata absolutni vrednosti imaginarnega dela impedanc največjo vrednost.



Slika 2. Kompleksni impedančni krog (imaginarni del impedance $\mathrm{Im}(Z)$ v odvisnosti od realnega dela $\mathrm{Re}(Z)$) za kvarčni kristal s podatki: $L_1 = 7281$ H, $C_1 = 3{,}24$ fF , $R_1 = 30$ kΩ in resonančno frekvenco 32,768 kHz. Vrednosti Ω za točke 1 do 9 so prikazane v tabeli 2.

3 REAKTANČNI VPLIV NA RESONANCO KVARČNEGA KRISTALA

Z zaporedno vezano tuljavo s spremenljivo induktivnostjo L_L v oscilatorju (slika 3) lahko vplivamo na resonančno frekvenco kvarčnega kristala in mu spremenimo mehansko frekvenco nihanja [5,12,14]. Značilna vezava v oscilatorju je podana na sliki 3.



Slika 3. Zaporedna vezava spremenljive realne induktivnosti s kvarčnim kristalom Q in veznim kondenzatorjem C_z. Ohmsko upornost tuljave R_L lahko zanemarimo, saj je induktivnost tuljave zelo majhna (v področju μH).

Pri izračunu vpliva induktivnosti tuljave na resonančno frekvenco v enačbi (4) zanemarimo upornost R_1, saj ta ne vpliva na resonančno frekvenco in impedanco (Z^*) zapišemo v sledeči obliki [3,10,12,14]:

$$Z^* = \frac{j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)}{1 + \frac{C_0}{C_1} - \omega^2 L_1 C_0} + j\omega L_L \,. \tag{8}$$

Iz enačbe (8) ob upoštevanju, da je imaginarni del impedance pri resonančni frekvenci enak 0 (tabela 2), $\Omega \approx 1$ in $C_1/C_0 \ll 1$, izpeljemo novo resonančno frekvenco, ki upošteva vpliv induktivnost L_L:

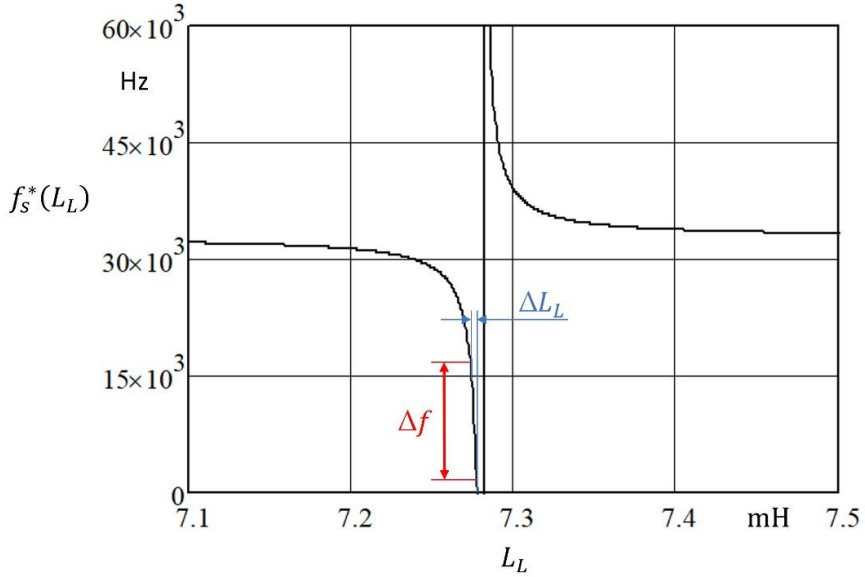
$$f_s{}^*(L_L) \cong \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}\left(1 + \frac{C_1}{2\left(C_0 - \frac{1}{\omega_s^2 L_L}\right)}\right) . \tag{9}$$

Spremembo zaporedne resonančne frekvence zaradi spreminjanja induktivnosti L_L v določenem območju, ki jo imenujemo tudi "pulling sensitivity" (občutljivost spremembe frekvence zaradi spremembe induktivnosti L_L), pa zapišemo z relativno spremembo [4,12]:

$$\frac{\Delta f_s}{f_s} = \frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} = \frac{\omega_s{}^* - \omega_s}{\omega_s} \,. \tag{10}$$

V vezju na sliki 3 imamo še kondenzator s kapaciteto $C_z \cong 10$ nF, ki ima vlogo veznega kondenzatorja in ne vpliva na serijsko resonančno frekvenco kvarčnega kristala [8]. Ta kondenzator je namenjen odpravi efektivne zaporedne upornosti v oscilatorju in ni vključen kot serijski aktivni kondenzator ("load capacitor"), ki bi na nadomestni električni model oscilatorja vplival s svojo reaktanco. Sprememba frekvence pri kvarčnem kristalu s podatki: $L_1 = 7281$ H, $C_1 = 3{,}24$ fF, $R_1 = 30$ kΩ in $C_0 = 2$ pF v odvisnosti od induktivnosti L_L v območju 7,1 – 7,5 μH je prikazana na sliki 4. Ob ustrezno izbrani induktivnosti L_L je ob majhni spremembi induktivnosti sprememba frekvence relativno zelo velika (frekvenčni "pulling") in

praktično linearna ter za izbrane podatke znaša približno 15 kHz/10 μH. Če v tem območju z zunanjimi motnjami vplivamo na induktivnost L_L in merimo spremembo resonančne frekvence, smo dobili zelo občutljiv merilnik fizikalne količine, ki je motnjo povzročila. Tako izdelamo merilnike lege in merilnike induktivnosti v področju nH, ki merijo induktivnost na 0,01% natančno [6-8]. Omeniti moramo tudi, da se skupna kvaliteta zmanjša zaradi vpliva pridružene induktivnosti L_L, ker je kvaliteta induktivnosti L_L precej manjša kot pa kvaliteta kvarčnega kristala. Pomen visoke skupne kvalitete je v visoki stabilnosti nihanja kvarčnega kristala, ki je pomembna za zelo natančne meritve. Kljub temu pa je stabilnost nihanja kvarčnega kristala še vedno v območju $\pm$ 0,0001 Hz. Kot naslednje je potrebno omeniti pojav nepravih resonančnih frekvenc ("spurious resonances"), ki nastanejo zaradi novih možnih kombinacij elementov L_1, C_1 in C_0 kvarčnega kristala. V splošnem imajo poleg glavne resonančne frekvence vsi piezoelektrični kristali tudi neprave resonance (neželene resonančne frekvence) [17], ki so pogojene z drugimi načini vibriranja pri višjih frekvencah. Te dodatne resonance je možno blokirati z dodatnimi kondenzatorji v oscilatorju.



Slika 4. Sprememba frekvence ("frequency pulling") Δf_s v odvisnosti od induktivnosti L_L za izbrane podatke kvarčnega kristala: $L_1 = 7281$ H, $C_1 = 3{,}24$ fF , $R_1 = 30$ kΩ, $C_0 = 2$ pF. V območju $L_L = 7{,}285 - 7{,}295$ mH je odvisnost praktično linearna, strmina krivulje pa je $\Delta f/\Delta L_L \cong 15$ kHz/10 μH.

5 ZAKLJUČEK

Z zaporedno vezano tuljavo v oscilatorju s kvarčnim kristalom spremenimo zaporedno resonančno frekvenco kristala. Impedančno karakteristiko kvarčnega kristala pa v bližini resonančne frekvence najbolje opišemo z normalizirano frekvenco Ω. Sprememba resonančne frekvence ("frequency pulling") zaradi spremembe induktivnosti L_L pa določa občutljivost merilne metode. Če ustrezno izberemo induktivnost L_L, dobimo zelo občutljiv merilni element, kar lahko uporabimo za določena zelo stabilna in natančna merjenja. Pri natančnih in stabilnih merjenjih je nekaj vplivov, ki jih moramo upoštevati, kot so: temperaturno območje nihanja kristala, staranje kristalov in ostalih elementov v oscilatorju, kvaliteta elementov oscilatorja,

napetost vzbujanja kristala ("drive level"), ki naj ne preseže 10 μW [16] in kvaliteta zunanje serijsko vezane tuljave [19].

Metoda, ki smo jo predstavili v tem prispevku, je namenjena merjenju majhnih sprememb v področju nano raztezkov in skrčkov, nano pozicioniranju, merjenju magnetnih lastnosti materialov itn.

Literatura

[1] Agilent. Basics of Measuring the Dielectric Properties of Materials. Application Note. Available online: http://academy.cba.mit.edu/classes/input_devices/meas.pdf (accessed on 10. 8. 2020).

[2] Bandey, H.L.; Martin, S.J.; Cernosek, R.W.; Hillman, A.R. Modeling the Responses of Thichness-Shear Mode Resonators under Various Loading Conditions. *Anal. Chem.* **1999**, *71*, 2205–2214.

[3] Budoya, D.; Bruno de, C.; Leandro, C.; Ricardo da, S.; Everaldo de, F.; Fabricio, B. Analysis of Piezoelectric Diaphragms in Impedance-Based Damage Detection in Large Structures. *Proceedings* **2017**, *2*, 131.

[4] Euroquartz. Crystal Theory. Available online: https://euroquartz.co.uk/media/1879/tech-notes.pdf (accessed on 10. 8. 2020).

[5] Matko, V. A Comparison of Frequency Pullability in Oscillators Using a Single AT-Cut Quartz Crystal and Those Using Two Single AT- Cut Crystals Connected in Parallel with a Series Load Capacitance or Series Load Inductance. *Sensors-Basel* **2006**, 746.

[6] Matko, V.; Milanovič, M. Detection Principles of Temperature Compensated Oscillators with Reactance Influence on Piezoelectric Resonator. *Sensors-Basel* **2020**, *20*, 802–802.

[7] Matko, V. Next Generation AT-Cut Quartz Crystal Sensing Devices. *Sensors-Basel* **2011**, *11*, 4474-4482.

[8] Matko, V.; Safaric, R. Major Improvements of Quartz Crystal Pulling Sensitivity and Linearity Using Series Reactance. *Sensors-Basel* **2009**, *9*, 8263–8270.

[9] Min-Chiang, C.; Zi-Neng, H.; Shih-Yung, P.; Wang, Z.; Lam, C.S. Modified BVD-equivalent circuit of FBAR by taking electrodes into account. IEEE: Piscataway, NJ, USA, USA, 2002; Vol. 1, p 973.

[10] Na, W.S.; Beak, J. A Review of the Piezoelectric Electromechanical Impedance Based Structural Health Monitoring Technique for Engineering Structures. *Sensors-Basel* **2018**, *18*.

[11] Nazemi, H.; Joseph, A.; Park, J.; Emadi, A. Advanced Micro- and Nano-Gas Sensor Technology: A Review. *Sensors-Basel* **2019**, *19*, 1285-1285.

[12] Schrüfer, E. Electrical Measurement: Quartz as a Frequency Reference. Carl Hanser Verlag. München Wien. **1992**, 405-414.

[13] Stanford. QCM100-Quartz Microbalance Theory and Calibration. Available online: http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/ApplicationNotes/QCMTheoryapp.pdf (accessed on 16. 12. 2019).

[14] Statek. The quartz crystal model and its frequencies. Technical note 32. Available online http://statek.com/wp-content/uploads/2018/03/tn32.pdf (accessed on 17. 8. 2020).

[15] Valimaa, A.J.; Santos, J.T.; Ockeloen-Korppi, C.F.; Sillanpaa, M.A. Electrode configuration and electrical dissipation of mechanical energy in quartz crystal resonators. *J. Micromech. Microeng.* **2018**, *28*, 9.

[16] Vig, J.R.; Filler, R.L. Temperature stable crystal oscillator. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control* **1995**, *42*, 797.

[17] Vig, J.R. Quartz Crystal Resonators and Oscillators for Frequency Control and Timing Applications. IEEE Ferroelectric and Frequency Control Society. Available online: https://ieee-uffc.org/download/quartz-crystal-resonators-and-oscillators-for-frequency-control-and-timing-applications-a-tutorial-2/ (accessed on 28. 11. 2019).

[18] Vivek, R.T. A Review of Electric Impedance Matching Techniques for Piezoelectric Sensors, Actuators and Transducers. *Electronics* **2019**, *8 (169)*, 169.

[19] Walls, F.L.; Vig, J.R. Fundamental limits on the frequency stabilities of crystal oscillators. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control* **1995**, *42*, 576.

[20] Wenjie, W.; Weihao, S.; Peter, T.; Mingsui, Y. Design and Analysis of Two Piezoelectric Cymbal Transducers with Metal Ring and Add Mass. *Sensors-Basel* **2019**, 137.

[21] Xie, J.; Hu, Y. Electric admittance analysis of quartz crystal resonator in thickness-shear mode induced by array of surface viscoelastic micro-beams. *Applied Mathematics & Mechanics* **2017**, *38*, 29–38.

VABILO AVTORJEM

Dianoia (grško διάνοια) po Platonu označuje védenje, razmišljanje o modelih stvarnosti, o naravoslovno-matematičnih in tehničnih temah. Uporabljajo ga matematiki (modeliranje) in znanstveniki (formuliranje problema), inženirji (načrtovanje sistema). Opredeljuje kompetenco, proces ali rezultat diskurzivnega razmišljanja, za razliko od neposrednega razumevanja obravnavane tematike. Aristotel to védenje naprej razdeli na teoretično (episteme) in praktično (phronesis).

Dianoia po Platonu torej označuje vmesni nivo človeškega spoznanja, prehod od intuitivnih občutkov do najglobljega spoznanja dejanskosti. Tako je idealna oznaka za objave v pričujoči reviji, ki povezujejo teoretična, znanstvena izhodišča z njihovo uporabno namembnostjo. Študentje, avtorji teh člankov, ste na prehodu od učenja k delu, od teoretičnega h konkretnemu, ki vas bo pripeljalo do kruha, do dela, s katerim boste odigrali svojo vlogo v družbi. Na tem prehodu pa poleg znanja, ki ga ponuja redno izobraževanje, potrebujete tudi izkušnje s konkretnih izzivov in mehke kompetence sodelovanja v ekipah delodajalcev, k čemur vas spodbuja in vam pri tem pomaga revija Dianoia.

V reviji bomo objavljali poljudne in strokovne članke s področja naravoslovja, matematike ali znanosti, ki uporabljajo znanja teh področij. Ciljna publika bralcev so v prvi vrsti delodajalci, ki tovrstna znanja potrebujejo in želijo izvedeti, kaj je kdo zanimivega razmislil na njihovem področju. V drugi vrsti so ciljna publika študentje, ki iščejo zamisli za svojo poklicno pot in lahko v reviji najdejo navdih za lastna raziskovanja in iskanje stikov s trgom dela.

Za kakovost izdelkov bo skrbel uredniški odbor in uredniški svet, v katerih so vrhunski strokovnjaki, povezani s področji, ki jih revija obravnava. Članki bodo anonimno recenzirani, o objavi pa na podlagi recenzije odloča uredniški odbor. Priporočljivo je, da avtorji besedilo spremenijo v skladu s priporočili recenzentov in da popravljeni članek z utemeljitvijo sprejema ali zavrnitve sprememb ponovno pošljejo v pregled. Uredništvo lahko objavo članka zavrne, če vsebinsko ali po merilih kakovosti ne ustreza standardom revije, o čemer avtorje obvestimo v najkrajšem možnem času.

S prispevkom v reviji bodo avtorji spodbujali širjenje znanja s področja naravoslovja in matematike ter tehnike oziroma izobraževanja teh področij in svoje poglede prenašali na trg dela in na prihajajoče generacije.

NAVODILA AVTORJEM

Avtorje prosimo, da pri pripravi članka upoštevajo naslednja navodila.

Če je članek napisan v slovenščini, naj ima angleški prevod naslova, povzetka in ključnih besed. Veseli bomo tudi prispevkov v angleščini, ki pa morajo imeti naslov, razširjen povzetek v obsegu 300 – 400 besed in ključne besede v slovenščini. Ključnih besed naj bo do šest.

Prispevki naj bodo zanimivi za širši krog bralcev. Ključna je intuitivna predstavitev zamisli in rezultatov, podrobnosti pa lahko ostanejo prihranjene za morebitni znanstveni članek, ki bi bil nadgradnja članka, objavljenega v reviji Dianoia.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (avtorjev) in sedež ustanove, kjer avtor(ji) dela(jo). Sledi naj povzetek, z največ 150 besedami, seznam ključnih besed in besedilo, ki ne presega 3000 besed. Besedilo naj bo zapisano v urejevalniku besedil MS Word 2010 oz. kasnejši ali LaTeX in naj uporablja objavljeno predlogo. Slike in tabele morajo biti oštevilčene in imeti natančen opis, da jih lahko razumemo brez preostalega besedila. Slike v elektronski obliki naj bodo visoke kakovosti v formatu PNG ali JPEG.

Prispevek v PDF obliki pošljite na naslov dianoia@um.si z zadevo: »Za revijo Dianoia«. Če bo sprejet v objavo, vas bomo prosili za izvorno obliko prispevka.