



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje  
in matematiko



D I A N O I A

REVIIA ZA UPORABO NARAVOSLOVNO-MATEMATIČNIH ZNANOSTI

<b>ISSN</b>	<b>2536-3565</b>
<b>Naslov publikacije/Title</b>	<b>DIANOIA, revija za uporabo naravoslovnih in matematičnih znanosti</b> <b>DIANOIA, journal for applications of natural and mathematical sciences</b>
<b>Letnik/Volume</b>	<b>3</b>
<b>Leto/Year</b>	<b>2019 (september)</b>
<b>Številka/Number</b>	<b>2</b>
<b>Založnik in izdajatelj/</b>	Univerzitetna založba Univerze v Mariboru, Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija,
<b>Published &amp; Issued by</b>	<a href="http://press.um.si/">http://press.um.si/</a> , <a href="mailto:zalozba@um.si">zalozba@um.si</a>
<b>Uredništvo/Editorial board</b>	<p><i>odgovorni urednik/editor in chief</i> Mitja Slavinec</p> <p><i>glavni urednik/executive editor</i> Drago Bokal</p> <p><i>izvršna urednica/managing editor</i> Janja Jerebic</p> <p><i>urednici za področje biologije/editors for biological sciences</i> Nina Šajna, Sonja Škornik</p> <p><i>urednik za področje didaktike/editor for didactical sciences</i> Samo Repolusk</p> <p><i>urednika za področje fizike/editors for physical sciences</i> Robert Repnik, Aleš Fajmut</p> <p><i>urednika za področje matematike/editors for mathematical sciences</i> Igor Pesek, Janja Jerebic</p> <p><i>urednik za področje tehnikе/editor for technical sciences</i> Mateja Ploj Virtič</p> <p><i>tehnični urednici/technical editors</i> Špela Tertinek, Petra Fic</p>
<b>Mednarodni uredniški svet/ International advisory board</b>	Igor Emri (Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani, član SAZU), Matej Brešar (FNM, član SAZU), Sergey Pasechnik (Državna fakulteta v Moskvi), Vlad Popa-Nita (Fakulteta za fiziko Univerze v Ljubljani), Blaž Mazek (FNM), Samo Kralj (FNM), Franci Janžekovič (FNM), Nataša Vaupotič (FNM), Mitja Kaligarič (FNM), Boris Aberšek (FNM), Andrej Šorgo (FNM), Bojan Mohar (Simon Fraser University, Vancouver), Matjaž Perc (FNM), Ivica Aviani (Naravoslovno matematična fakulteta Split), Fahriye Altınay (Univerza v Nikoziji), Andreas M. Hinz (Univerza Ludwig-Maximilians, München)
<b>Oblikovanje/Design</b>	Amadeja Bratuša
<b>Lektoriranje/Proofreading</b>	Ljudmila Bokal
<b>Sedež uredništva/Address</b>	FNM UM, Koroška cesta 160, 2000 Maribor
<b>e-mail</b>	<a href="mailto:dianoia@um.si">dianoia@um.si</a>
<b>internet/web</b>	<a href="http://www.fnm.um.si">www.fnm.um.si</a>
<b>Tisk/Printed by</b>	FNM UM
<b>Leto izida/Year</b>	2019
<b>Datum natisa/Published</b>	2019
<b>Naklada/Nr. of Copies</b>	100 izvodov

Revija izhaja dvakrat letno, predvidoma aprila in septembra.

## Kazalo / Table of Contents

Zakaj se moram učiti nekaj, kar mi ne bo nikoli v življenju prišlo prav?

Why do I have to learn something that will never be useful in my life?

Petra Fic

66

Temperaturne spremembe pri kemijskih reakcijah nekaterih elementov periodnega sistema s klorovodikovo kislino in vodikovim peroksidom

Temperature changes by chemical reactions of some elements of the periodic table with hydrochloric acid and hydrogen peroxide

Aljaž Božič, Brina Dojer, Matjaž Kristl

71

Lithuanian households effected by its membership

Litovska gospodinjstva, ki so bila posledica njenega članstva

Emilija Jurjonaitė

81

Digitalna pismenost dijakov drugih letnikov gimnazije in uporaba IKT pri pouku

Digital literacy of students and the use of ICT in the classroom

Kaja Križan

91

Playful introduction to 2-crossing-critical graphs

Razigran uvod v 2-prekrižno-kritične grafe

Tadej Žerak, Drago Bokal

101



# Zakaj se moram učiti nekaj, kar mi ne bo nikoli v življenju prišlo prav?

Why do I have to learn something that will never be useful in my life?

Petra Fic

*Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija*

“Zakaj se moram to sploh učiti? Kaj bom to potreboval v življenju?” Verjamem, da nisem edina, ki se s tem dvema vprašanjema srečuje praktično na vsakih inštrukcijah, ali, če sem natančnejša, se s takimi ali podobnimi vprašanji srečujem v povprečju petkrat na inštrukcije. V mojem primeru govorim o inštrukcijah iz matematike, vendar sem prepričana, da se s podobnimi vprašanji srečujejo tudi kolegi na drugih znanstvenih področjih. Prav tako lahko rečem, da se takva vprašanja pojavljajo med celotnim šolanjem, pa ni važno, če govorimo o osnovni ali srednji šoli ali pa morda celo o fakulteti. Med svojim inštruiranjem sem prav tako opazila, da učenci, dijaki ali študenti prihajajo na inštrukcije z nekim odporom do snovi in predmeta, opazujem brezvoljnost in nezanimanje za učenje, zato predvidevam, da jim je zmanjkalo motivacije. Zato del svojih inštrukcij namenim tudi motiviranju učencev za učenje.

Kako? Zakaj? Kaj sploh je motivacija?

Motivacija je stanje ali proces v posamezniku, ki spodbuja in usmerja odnos do odrejenega cilja. [5] Cilj v zgoraj opisanem primeru je enostaven – naučiti se matematiko. Kako to uresničiti z učenci, ki menijo, da matematike ne bodo potrebovali nikoli več v življenju? Po večkratnem soočanju s tem vprašanjem in po dolgem razmisleku o tej težavi sem našla svoj pristop. Odločila sem se jim pokazati, koliko je znanost pravzaprav koristna v življenju. Skladno s snovjo, ki jo na inštrukcijah obravnavam, poskušam najti primer iz življenja, kjer si bodo z znanjem, pridobljenim iz te snovi, lahko pomagali. Npr. z eksponentno funkcijo si lahko pomagamo v biologiji, pri opazovanju razmnoževanja bakterij, kar je pa pomembno v medicini. Opazila sem, da se učencem potem spremeni in izboljša motivacija za učenje, prav tako pa se učijo hitreje.

Neodvisno od vsega modernega, ampak tudi pri njenostavnejših matematičnih nalogah, ki jih kot motivacijo uporabljam pri inštruiranju, menim, da je največji motivator Pitagora. Pitagora, vsi ga poznamo kot očeta števil, je zelo vplival na grško filozofijo in versko učenje v pozmem 6. stoletju pred našim štetjem. Skupaj s svojimi učenci je verjel, da je vse povezano z matematiko ter da je vse pojave mogoče predvidevati in izmeriti v ritmičnem ciklu. [2] Trdili so, da lahko števila opazimo v vsem, kar nas obkroža – v naravi, vesolju, v človeku in njegovi družini. Verjeli so, da je vsaka oblika in proces definirana in opisana s števili. Razmerja in napredovanja, ki se kažejo v naravi skozi oblike ali procese,

ne obstajajo zgolj slučajno. So namreč v skladu z matematičnimi zakonitostmi lepote in skladja. [4] Pitagora je filozof in pravzaprav, na njem slovi razmišlanje, ki me je privabilo k študiju matematike, da s tem motiviram tudi druge, da začnejo matematiko in druge znanosti opazovati tudi drugače, da zaznajo njihove lepote in se z zanimanjem učijo o njih.

Prav to me je pripeljalo na Fakulteto za naravoslovje in matematiko na magistrski študij matematike. Seveda, del mojih ocen iz predmetov nosijo seminarske naloge. Že samo dejstvo, da so del ocene in da si z dobro oceno seminarske naloge lahko zvišam oceno celotnega predmeta, je zame dovoljšna motivacija, da tekom svojega študija napišem nekaj deset seminarskih nalog z različnih področij. Naloge, za katere smo raziskovali, hodili na govorilne ure, o katerih smo se pogovarjali s kolegi in seveda vložili veliko svojega časa. Vsaka vrstica, ki jo študent napiše v sklopu seminarskih nalog, kljub svojemu trudu najpogosteje pristane samo v rokah profesorja. Vendar so nekatere naloge izredno kvalitetne in bi z malo dodelave in kakšnih komentarjem lahko konkurirale člankom, ki so objavljeni v znanstvenih časopisih.

Fakulteta za naravoslovje in matematiko omogoča vsem študentom, ki želijo objaviti svojo nalogu, da to tudi storijo. To je omogočeno v časopisu za uporabo naravoslovnih in matematičnih znanosti Dianoia. [1] V njem so objavljeni različni članki, z različnih področij in vsak, ki želi, lahko v njej objavi svoj izdelek. Iz moje osebne izkušnje lahko rečem, da sem zelo vesela, ker lahko moji objavljeni članki kolegom in profesorjem približajo teme, s katerimi se ukvarjam in jih raziskujem. Prav tako lahko teme in članki prinesejo določene kritike, ki so vedno dobrodošle za nadaljnji profesionalni razvoj.

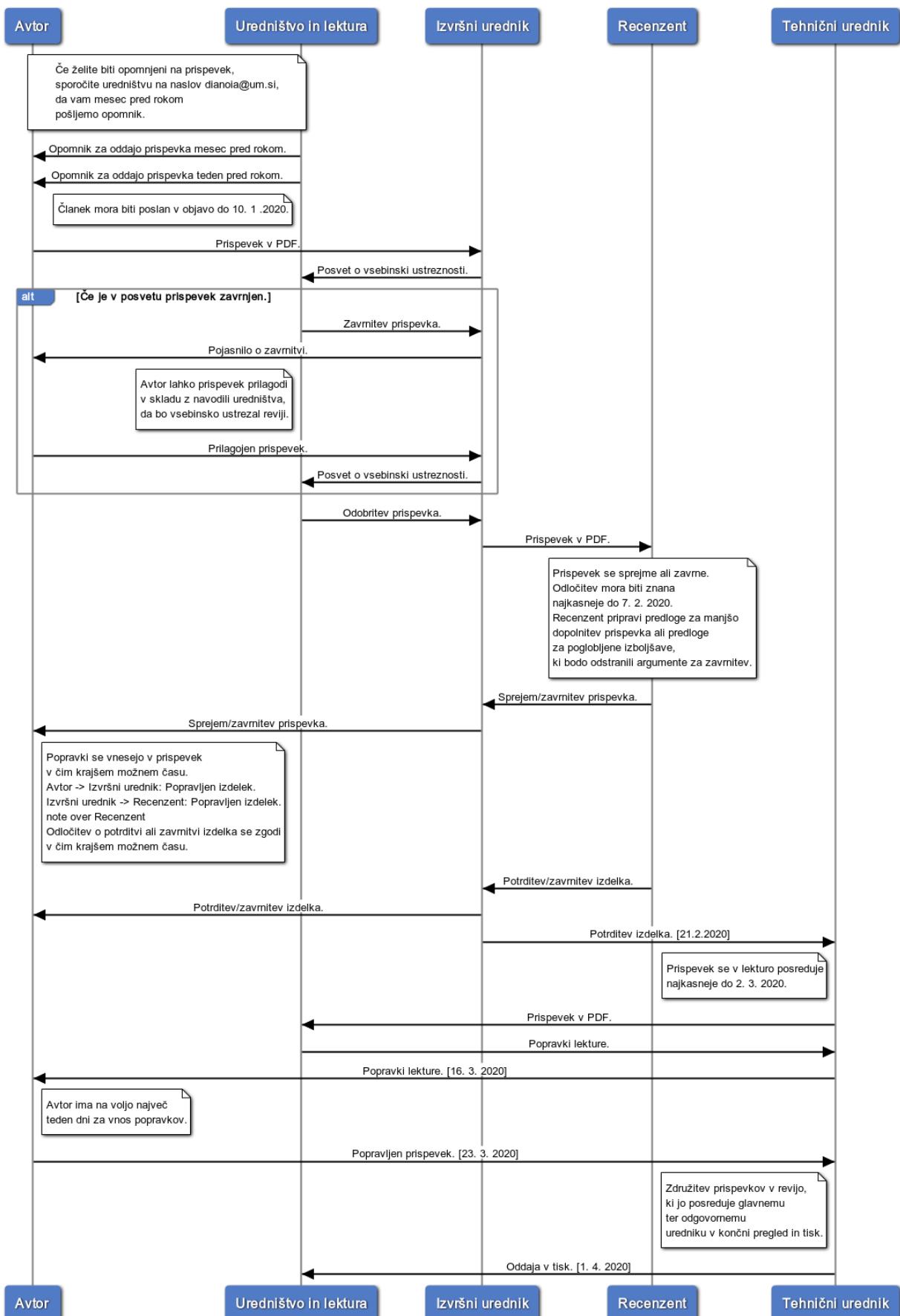
Iz tega razloga, drage kolegice in dragi kolegi, študentke in študenti: če imate za seboj neko število odlično napisanih seminarskih nalog ali pa ste enostavno zainteresirani za raziskovanje različnih področij, mogoče celo takih, s katerimi se med študijem ne uspemo ukvarjati, raziskujte, pišite in objavljajte svoje naloge. Tako boste seznanili svoje kolege in profesorje z zanimivimi temami, ki zanimajo vas, in jih pripravili tudi za prihodnost. Sami veste, da po zaključku študija pride iskanje zaposlitve. Ali ne veste, da bi se bilo najbolje zaposlit v nekem poznanem okolju v temah, s katerimi ste se že ukvarjali in jih raziskovali ter se o njih tako tudi veliko že naučili?

Z druge strani, drage profesorce in dragi profesorji, k vam pride veliko število odlično napisanih seminarskih nalog in veliko študentov. Motivirajte jih za objavljanje svojih raziskav in jim pomagajte pri njihovem izboljšanju s konstruktivnimi kritikami. Študenti se po koncu študija znajdejo na razpotaju, kjer ne vedo, v katero smer bi šli. Vaše mentorstvo jim je lahko v veliko pomoč. Samo pomislite, da bi vaše mentorstvo nekemu študentu omogočilo zaposlitev na področju, ki ga že obvlada. Seveda, skupaj s tem spremenite tudi način seminarjev. Morda bi lahko namesto čiste teorije nekje prikazali tudi primere iz uporabe. Teoriji se tako ali tako ni mogoče ogniti, ker je potrebna za uporabo. Ker se veliko več naučimo, če svoje znanje tudi uporabimo, kot pa samo s ponavljanjem teorije. To bi spremenilo smisel poved iz začetka tega uvodnika vsem, da bi lažje dojeli pomen znanosti.

## Literatura

- [1] Bokal, D.: Reviji Dianoia na pot / Farewell, first issue of Dianoia, Dianoia 1 (2017) 5 – 7.
- [2] Dakić, B.: Matematički panoptikum, Školska knjiga, Zagreb, 1995.
- [3] Goričan, A.: Proces izdaje nove številke revije Dianoia, Dianoia 1 (2017) 109 – 112.
- [4] Komarova, N.: Matematika - kraljica svih znanosti, Nova Akropola, zajeto 14. 8. 2019, <https://nova-akropola.com/znanost-i-priroda/znanost/matematika-kraljica-svih-znanosti/>.

- [5] Sasson, R.: What is motivation and how to strengthen it, Success Consciousness, zajeto 14. 8. 2019, [https://www.successconsciousness.com/strengthen\\_motivation.htm](https://www.successconsciousness.com/strengthen_motivation.htm).



Slika 1: Proces izdaje naslednje številke revije Dianoa.



# Temperaturne spremembe pri kemijskih reakcijah nekaterih elementov periodnega sistema s klorovodikovo kislino in vodikovim peroksidom

Temperature changes by chemical reactions of some elements of the periodic table with hydrochloric acid and hydrogen peroxide

Aljaž Božič<sup>1</sup>, Brina Dojer<sup>1</sup>, Matjaž Kristl<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor

<sup>2</sup>Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo, Smetanova 17, 2000 Maribor

---

## Povzetek

Izvedli smo kemijske reakcije z nekaterimi elementi kovin, polkovin in nekovin v njihovem elementarnem stanju. Kot snovi, s katerima je posamezni element reagiral, smo izbrali klorovodikovo kislino in vodikov peroksid. Namens našega dela je bil opredeliti reakcije elementa v elementarnem stanju s klorovodikovo kislino oziroma vodikovim peroksidom kot endotermne ali eksotermne. Zanimale so nas tudi razlike in podobnosti reakcij kovin, polkovin in nekovin. Kemijske reakcije smo izvajali v digestoriju, kjer smo s pomočjo Vernierjevega vmesnika spremiljali spremenjanje temperature v določenem časovnem intervalu. Reakcije so potekale pri približno enakih zunanjih pogojih.

*Ključne besede:* endotermna reakcija, eksotermna reakcija, elementi v periodnem sistemu, klorovodikova kislina, vodikov peroksid

## Abstract

We performed some chemical reactions with elements of metals, metalloids and non-metals in their elemental states. As reactants we chose hydrochloric acid and hydrogen peroxide. The purpose of our work was to define the reactions of the elements in elemental states with hydrochloric acid and hydrogen peroxide as endothermic or exothermic reactions. We were also trying to find out the differences and similarities of the reactions of metals, metalloids and non-metals. The reactions were done in the hood and with the Vernier's apparatus we were observing the changing of the temperature of the mixtures in defined time. The reactions were going on in the same external conditions.

*Key words:* endothermic reaction, exothermic reaction, elements in periodic table, hydrochloric acid, hydrogen peroxide

---

## 1 UVOD

Učitelji kemije ter naravoslovja v osnovnih in srednjih šolah se za izvedbo oziroma eksperimentalni prikaz kemijskih reakcij zelo pogosto lotijo eksperimentov z uporabo snovi iz vsakdanjega življenja, kot npr. kuhinjske soli, citronske kisline, kisa, sode bikarbune, kvasa, ipd. Če lahko med obravnavo snovi pri pouku uporabijo omenjene in podobne snovi, je to vsekakor zaželeno, saj z ekonomičnim in okolju prijaznim pristopom učence spodbudijo k razmišljjanju o snoveh, ki jih vsakodnevno srečujejo, kot o kemikalijah, poleg tega pa odpadki, ki so rezultat eksperimentov niso škodljivi našemu telesu in okolju, v katerem živimo.

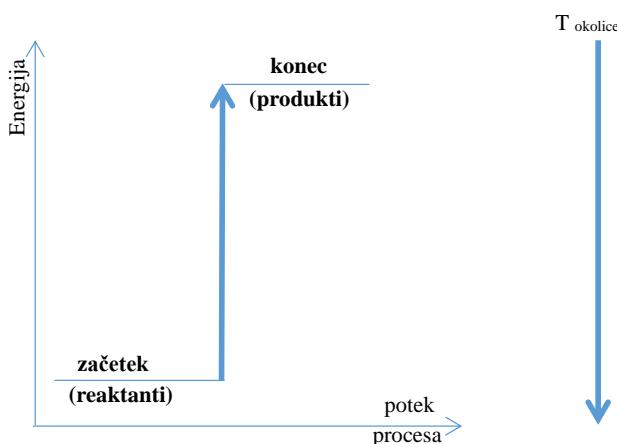
V raziskavi pa smo vseeno izvedli eksperimente, pri katerih so bile uporabljeni nekatere kemikalije, ki so lahko obremenilne za naše zdravje, kot tudi okolje, čeprav so nekateri od elementov v zelo majhnem deležu sestavni del nas in so tudi nujno potrebni za pravilno

*E-mail naslov/i:* aljaz.bozic@student.um.si (Aljaž Božič), brina.doyer@um.si (Brina Dojer), matjaz.kristl@um.si (Matjaž Kristl)

funkcioniranje našega telesa. Pri ravnanju s kemikalijami smo upoštevali varnostna opozorila in jih, če je bilo potrebno, tudi varno odstranili v ustrezne posode.

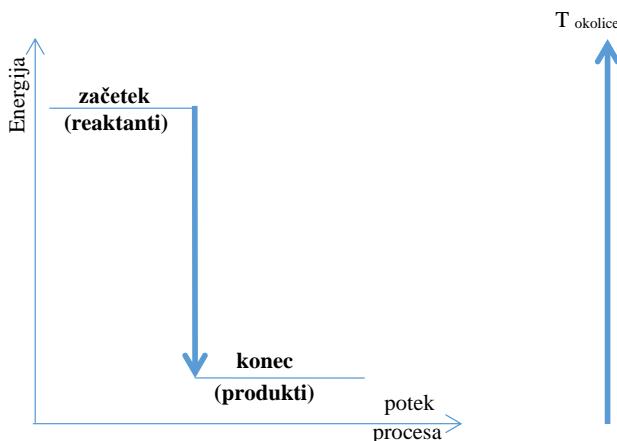
Predvsem smo se osredotočili na reakcije kovin in nekovin v njihovem elementarnem stanju in reakcije z vodikovim peroksidom ter koncentrirano klorovodikovo kislino. Reakcij z vodo se nismo lotili, saj bi slednje potekle le z malo elementi, ki smo jih imeli na voljo. Zanimalo nas je, ali reakcije sploh potečejo ozziroma, če potečejo, za kakšno sprememblo energije kemijske reakcije gre: endotermno, za katero je značilno, da se med potekom reakcije temperatura v okolini zniža ozziroma sistem med potekom reakcije ohladi okolico, ali eksotermne, pri katerih se med potekom reakcije temperatura okolice zviša, s čimer sistem segreje okolico.

Ob koncu endoternmoga procesa imajo produkti višjo energijo, saj snov nekaj energije iz okolice shrani. Poznamo le nekaj spontanih reakcij, ki so pri sobni temperaturi endotermne.[1]



Slika 1: Energijski diagram endotermne reakcije.

Pri eksoternem procesu se energija v samem sistemu zniža, saj je sistem nekaj energije v določeni obliki oddal okolici. Iz tega razloga ima snov na koncu eksoternmoga procesa (produkti) nižjo energijo kot pred začetkom procesa (reaktanti).



Slika 2: Energijski diagram eksotermne reakcije.

Večina kemijskih procesov je lahko endoternih ali eksoternih. Pri kemijski reakciji se kemijske vezi med atomi prekinejo, pri čemer je treba energijo dodati. Tvorijo se nove vezi, pri

čemer se energija sprošča. Poteka torej nekakšen "dvoboj" med obema prispevkoma, pri čemer je skupna energijska sprememba odvisna od tega, kateri prispevek je večji. [2]

Da postavimo delo v širši kontekst, predlagamo še vsebine, kjer lahko tudi učitelj uporabi podane eksperimente: Na osnovnošolski ravni se lahko učenci z vsebino seznanijo v sklopu teme Kemijske reakcije (obravnava kemijskih reakcij kot snovnih in energijskih sprememb, urejanje kemijskih reakcij itd.), prav tako pa tudi v sklopu teme Elementi v periodnem sistemu (reakcije smo izvajali s kovinami, polkovinami in nekovinami – učenci lahko primerjajo reaktivnost elementov s kislino oziroma oksidantom itd.).[3] Na srednješolski ravni lahko dijaki na osnovi reakcij prikažejo primer varnega eksperimentiranja v laboratoriju, lahko jih uporabijo pri obravnavi vsebine Kemijska reakcija kot snovna in energijska sprememba, pri obravnavi posameznih glavnih skupin elementov in prehodnih kovin v periodnem sistemu, pri poteku kemijskih reakcij, v sklopu spoznavanja redoks reakcij itd.[4].

## 2 EKSPERIMENTALNO DELO

Vse reakcije smo izvedli po enakem postopku. Odtehtali smo 0,2 g posameznega elementa in ga prenesli v epruveto, v katero smo predhodno odmerili 3 mL stalnega reagenta (koncentrirana klorovodikova kislina ali vodikov peroksid). Epruveto smo dali v erlenmajerico iz tršega stekla zaradi možnosti burne reakcije ali eksplozije. Erlenmajerica z epruveto je bila obložena z zrakom polnjeno folijo, vse skupaj pa je bilo v večji čaši. S to »aparaturom« smo skušali preprečiti izgube energije. Tako smo pri merjenju temperature dobili čim bolj natančne rezultate, kljub temu da nas je zanimalo zgolj naraščanje ali padanje temperature.



Slika 3: Čaša z erlenmajerico in epruveto, v kateri so potekale reakcije.

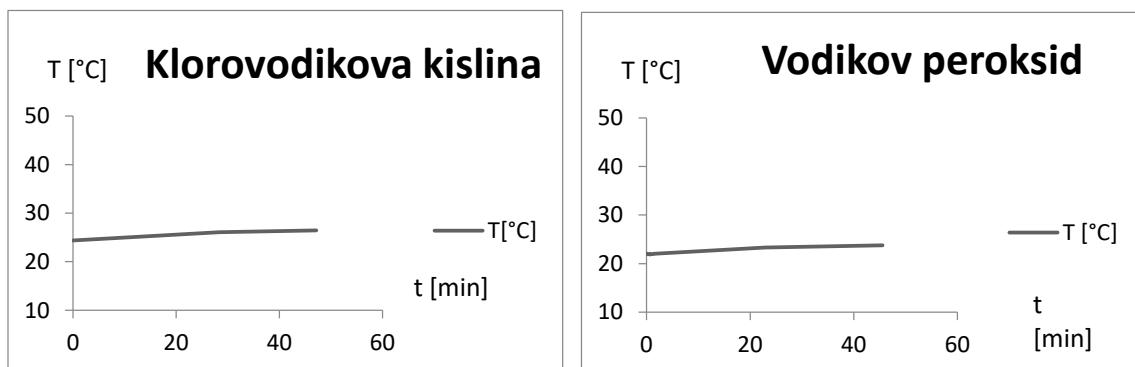
Za merjenje spremembe temperature smo uporabili Vernier LabQuest, samostojni vmesnik, ki je uporaben za zbiranje podatkov, zaznanih s temperaturnim senzorjem (v našem primeru). Naprava tabelično zbir izmerjene podatke in ponuja možnost analize (npr. grafični prikaz). Dokaj velik zaslon na dotik omogoča enostavno uporabo. S pomočjo USB-kabla lahko napravo povežemo z računalnikom, ki ima nameščen program Logger pro.



Slika 4: Vernierjev vmesnik s senzorjem temperature.

### 3 REZULTATI MERITEV

Najprej smo v epruveto nalili samo stalni reagent – klorovodikovo kislino, HCl, oziroma vodikov peroksid,  $H_2O_2$ , da smo preverili, ali poteka reakcija med sondom in reaktantom oziroma, ali se spreminja temperatura zaradi drugih dejavnikov iz okolice.



Slika 5: Spreminjanje temperature [ $^{\circ}$ C] v odvisnosti od časa [min].

V 45 minutah je temperatura narasla za približno 2 stopinji, saj sistem ni bil zaprt niti izoliran. Pri močno eksotermnih reakcijah je ta podatek zanemarljiv. Pri reakcijah, ki potekajo počasi, pa je ta vpliv lahko velik. V prvih osmih oziroma desetih minutah se temperatura stavnemu reagentu bistveno ne zviša, pri vsaki izvedeni reakciji pa je vpliv okolice malenkost drugačen. Pri ostalih reakcijah je meritev temperature trajala le osem oziroma deset minut in iz tega razloga lahko ta vpliv na oba slepa vzorca zanemarimo.

Za izvedene eksperimente smo uporabili 26 elementov periodnega sistema, od tega 17 kovin, 5 nekovin in 4 polkovine.

Rezultati meritev temperature so podani v tabelah.

Element	T <sub>začetna</sub> [°C]	T <sub>najvišja</sub> [°C]	ΔT [°C]
Na	25,1	36,3	11,2
Mg	23,1	92,6	69,5
Al	23,0	26,3	3,3
Ca	25,0	52,1	27,1
V	21,4	22,0	0,6
Cr	21,2	24,7	3,5
Fe	23,1	24,6	3,5
Co	23,1	23,5	0,4
Ni	21,5	22,6	1,1
Cu	25,5	25,7	0,2
Zn	21,8	52,5	30,7
Mo	25,4	25,6	0,2
Ag	25,2	25,3	0,1
Cd	20,7	33,2	12,5
In	21,4	26,3	4,9
Sn	21,0	22,4	1,4
Pb	21,4	22,3	0,9

Tabela 1: Sprememba temperature pri reakcijah kovin s koncentrirano klorovodikovo kislino.

Vsi elementi ne reagirajo s kislino (srebro, baker – plemeniti kovini; molibden – se ne razaplja v kislini), pri tistih, ki reagirajo, pa potečejo eksotermne reakcije. V nekaterih primerih se je temperatura povišala le za nekaj stopinj Celzija, včasih tudi za manj kot stopinjo. V teh primerih je prišlo do počasne eksotermne reakcije, ki očitno ni prispevala k večji temperaturni spremembi. Pri delu z natrijem smo morali eksperiment (s klorovodikovo kislino in kasneje vodikovim peroksidom) izvesti v večji časi, saj se je v epruveti ob večkratnem poiskušanju natrij zlepil na steno epruvete, poleg tega pa nismo hoteli tvegati večje eksplozije in hkrati uničenja pripravljene “aparature”. Rezultate zato v tem primeru težko primerjamo s preostalimi. Vsekakor je reakcija natrija s koncentrirano klorovodikovo kislino močno eksotermna.

Element	T <sub>začetna</sub> [°C]	T <sub>najvišja</sub> [°C]	ΔT [°C]
Na	28,3	30,8	2,5
Mg	25,7	26,2	0,5
Al	25,4	25,4	0
Ca	23,1	29,4	6,3
V	23,8	27,3	3,5
Cr	32,0	42,0	10,0
Fe	27,6	28,5	0,9
Co	23,6	30,7	6,1
Ni	29,6	32,2	2,6
Cu	24,4	25,4	1,0
Zn	23,7	24,2	0,5
Mo	23,6	93,5	69,9
Ag	25,1	93,3	68,2
Cd	23,7	24,0	0,3
In	24,3	24,6	0,3
Sn	23,7	24,0	0,3
Pb	23,4	89,7	66,3

Tabela 2: Sprememba temperature pri reakcijah kovin z vodikovim peroksidom.

Prav tako kot pri poskusih s kislino lahko tudi iz tabele 2 razberemo, da gre pri poteklih reakcijah za eksotermne reakcije. Reakcije z aluminijem, indijem, kadmijem, magnezijem in kositrom ne potečejo. Intenzivno pa potečejo v primerih elementov, ki s klorovodikovo kislino niso reagirali (srebro, molibden) ali pa je bila reakcija počasna (svinec). Vodikov peroksid je znan kot močan oksidant. Njegov razpad katalizirajo ioni težkih kovin.

<b>Element</b>	<b>T<sub>začetna</sub> [°C]</b>	<b>T<sub>najvišja</sub> [°C]</b>	<b>ΔT [°C]</b>
C	25,4	25,4	0
P	22,2	22,6	0,4
S	24,9	25,2	0,3
Se	21,6	21,7	0,1
I <sub>2</sub>	21,4	21,8	0,4

Tabela 3: Sprememba temperature pri reakcijah nekovin s klorovodikovo kislino.

Pri nobeni od nekovin ni prišlo do reakcije s klorovodikovo kislino, manjše spremembe temperature lahko pripisemo zunanjim vplivom.

<b>Element</b>	<b>T<sub>začetna</sub> [°C]</b>	<b>T<sub>najvišja</sub> [°C]</b>	<b>ΔT [°C]</b>
C	23,7	25,9	2,2
P	25,0	26,7	1,7
S	24,8	24,9	0,1
Se	24,7	28,4	3,7
I <sub>2</sub>	26,3	26,9	0,6

Tabela 4: Sprememba temperature pri reakcijah nekovin z vodikovim peroksidom.

Vse nekovine razen žvepla počasi reagirajo z vodikovim peroksidom, vse reakcije so eksotermne.

<b>Element</b>	<b>T<sub>začetna</sub> [°C]</b>	<b>T<sub>najvišja</sub> [°C]</b>	<b>ΔT [°C]</b>
Ge	23,2	23,3	0,1
As	21,7	22,0	0,3
Sb	25,3	25,3	0
Te	25,0	25,0	0

Tabela 5: Sprememba temperature pri reakcijah polkovin s klorovodikovo kislino.

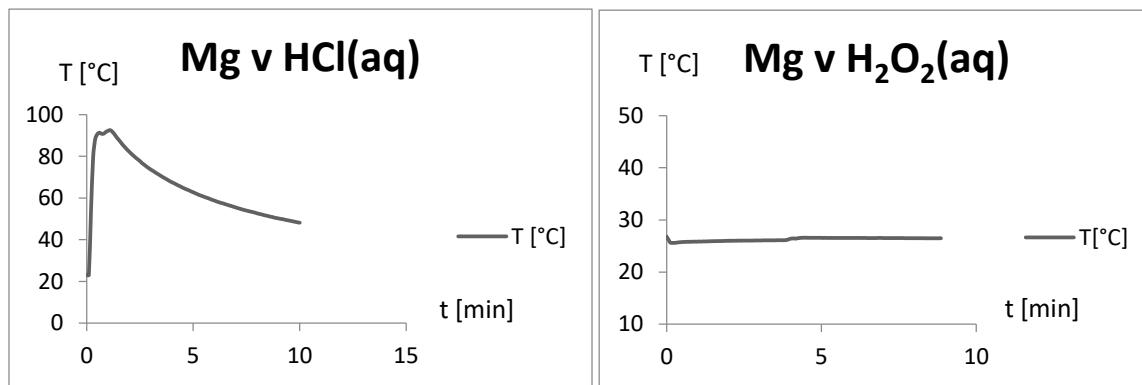
Pri nobeni od polkovin ni prišlo do reakcije s klorovodikovo kislino, manjše spremembe temperature lahko pripisemo zunanjim vplivom.

<b>Element</b>	<b>T<sub>začetna</sub> [°C]</b>	<b>T<sub>najvišja</sub> [°C]</b>	<b>ΔT [°C]</b>
Ge	28,3	32,2	1,9
As	23,5	104,6	81,1
Sb	23,6	24,2	0,6
Te	24,9	26,3	1,4

Tabela 6: Sprememba temperature pri reakcijah polkovin z vodikovim peroksidom.

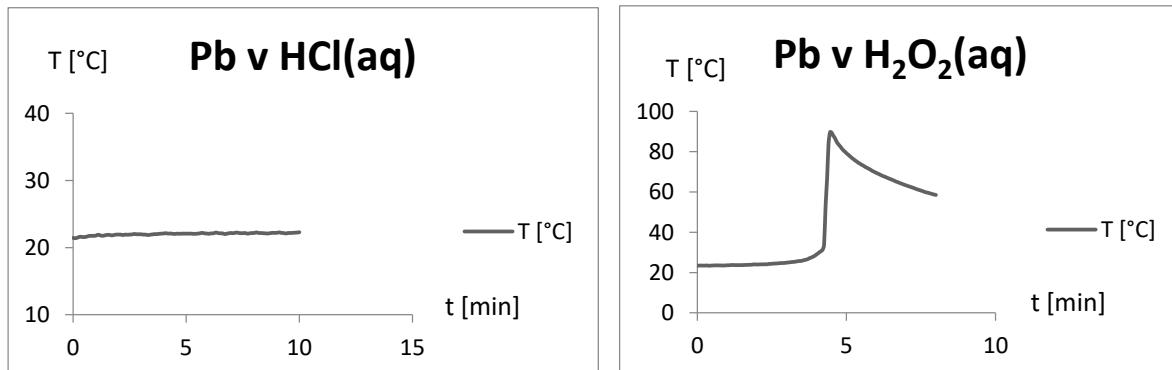
Vse polkovine reagirajo z vodikovim peroksidom, reakcije so eksotermne. V primeru arzena pride do močno eksotermne reakcije.

Zanimiva je predvsem primerjava reakcij nekaterih elementov z obema stalnima reagentoma, zato dodajamo še nekaj grafov:



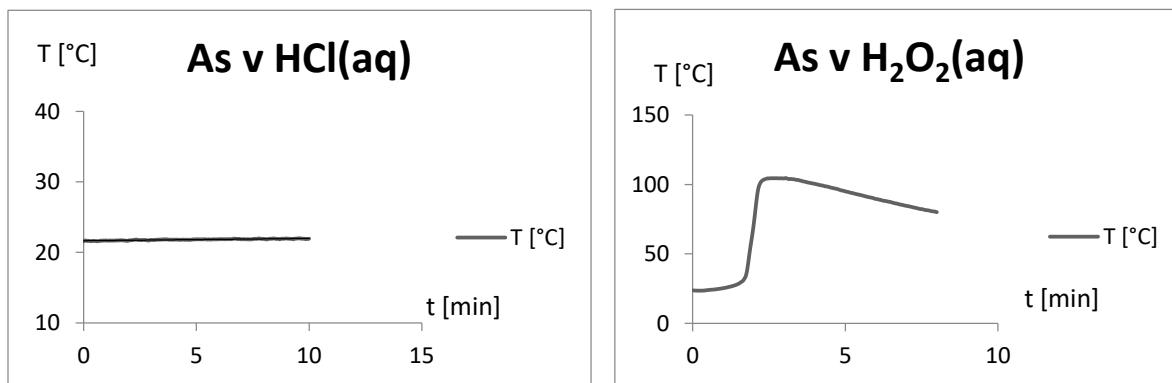
Slika 6: Primerjava spremenjanja temperature pri reakciji magnezija s klorovodikovo kislino in vodikovim peroksidom.

Reakcija magnezija s klorovodikovo kislino je močno eksotermna, nastajata magnezijev klorid in vodik. Z vodikovim peroksidom magnezij sicer reagira, vendar je sprememba temperature majhna.



Slika 7: Primerjava spremenjanja temperature pri reakciji svinca s klorovodikovo kislino in vodikovim peroksidom.

S klorovodikovo kislino svinec počasi reagira. Z vodikovim peroksidom poteče reakcija po nekaj minutah, ko se razgradi plast svinčevega oksida, s katero je kovina obdana.



Slika 8: Primerjava spremenjanja temperature pri reakciji arzena s klorovodikovo kislino in vodikovim peroksidom.

Arzen reagira z močnimi oksidanti, v našem primeru z vodikovim peroksidom. Reakcija poteče po nekaj minutah, ko se razgradi prekrivna plast arzenovega oksida, ki obdaja kovino.

## 5 ZAKLJUČEK

Z izvedbo eksperimentov smo ugotovili, da kovine s koncentrirano klorovodikovo kislino reagirajo zelo različno. V splošnem se reaktivnost zmanjšuje po skupinah (periodnega sistema) od leve proti desni. Natrij reagira s kislino najbolj burno, podobno bi reagiral litij, veliko bolj eksplozivno pa kalij, rubidij in cezij. Dokaj burne reakcije so tudi pri zemeljsko alkalijskih kovinah, ki so manj reaktivne kot alkalijske, vendar je reakcija z magnezijem še vedno močno eksotermna, reakcija s kalcijem pa malo manj. Kovine tretje glavne skupine periodnega sistema reagirajo s klorovodikovo kislino, vendar te reakcije niso več tako izrazito eksotermne. Med uporabljenimi prehodnimi kovinami je najintenzivneje reagiral cink.

Pri reakcijah kovin z vodikovim peroksidom smo dobili nekaj zelo zanimivih rezultatov. Svinec je reagiral čez nekaj časa in reakcija je bila izrazito eksotermna. Tudi kalcij in natrij sta zreagirala zelo hitro. Med prehodnimi kovinami sta s kislino najintenzivneje reagirala srebro in molibden, kadmij pa sploh ni, čeprav so omenjene kovine v isti periodi.

Nobena izmed uporabljenih polkovin s koncentrirano klorovodikovo kislino ni reagirala, z vodikovim peroksidom pa so. Polkovine očitno reagirajo z močnimi oksidanti.

Podobno kot polkovine tudi nekovine ne reagirajo s koncentrirano klorovodikovo kislino. Z vodikovim peroksidom reagirajo počasi, z izjemo žvepla, ki sploh ne reagira.

## Literatura

- [1] Umland, J. B., & Bellama, J. M. (1999). *General Chemistry, third edition*. New York, USA: Brooks/Cole Publishing Company.
- [2] Bukovec, N., Planinič, G., Vrtačnik, M., Čepič, M., & Strgar, J. (2007). *Monografija za učitelje naravoslovnih predmetov*. Ljubljana: Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo, Univerza v Ljubljani.

[3] Program Osnovna šola, Kemija učni načrt. Pridobljeno: 4. 8. 2019.  
[http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni\\_UN/UN\\_kemija.pdf](http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_kemija.pdf).

[4] Učni načrt Gimnazija Kemija. Pridobljeno: 4.8.2019.  
[http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2018/programi/media/pdf/un\\_gimnazija/un\\_kemija\\_strok\\_gimn.pdf](http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2018/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_kemija_strok_gimn.pdf).



# Lithuanian households effected by its membership

## Litovska gospodinjstva, ki so bila posledica njenega članstva

Emilija Jurjonaitė

*University of Maribor, Faculty of Natural sciences and Mathematics, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija  
Vilnius Gediminas Technical University, Faculty of Business Management, Saulėtekio al. 11, Vilnius 10221, Lithuania*

---

### Abstract

Households are one of the three existing economic units. It holds a great importance in the economy, because it is a labour and income source for other two units (firms and governments). The purpose of this paper is using mathematical and statistical tools find connection between household's membership and its financial status. The objective of this project is to identify memberships impact on households by testing eleven hypothesis which are about effects of membership, gender and education on households. Each testing result will give more information about households' membership or its relation with households' budgets. The final findings include not only identification of connections but also social knowledge about participants of the survey.

*Key words:* household, budget, membership, children, female, male, householder.

### Povzetek

Gospodinjstva so ena od treh obstoječih gospodarskih enot. V gospodarstvu ima gospodinjstvo velik pomen, saj je vir dela in dohodka za drugi dve enoti (podjetja in vlade). Namen tega prispevka je z uporabo matematičnih in statističnih orodij najti povezavo med članstvom gospodinjstva in njegovim finančnim stanjem. Cilj tega projekta je ugotoviti vpliv članstva na gospodinjstva s testiranjem enajstih hipotez o učinkih članstva, spola in izobraževanja na gospodinjstva. Vsak rezultat testiranja bo dal več informacij o članstvu gospodinjstev ali njegovi povezanosti s proračuni gospodinjstev. Končne ugotovitve ne vključujejo samo identifikacije povezav, temveč tudi družbeno znanje o udeležencih raziskave.

*Ključne besede:* gospodinjstvo, proračun, članstvo, otroci, ženska, moški, gospodar.

---

## 1 INTRODUCTION

Households are the main power which runs the economy. There are two main roles in the market. First of all it supplies the factor services to the firms in the form of factors of production like land, labour, capital etc. The second role it purchases all the final goods and services produced by the firms from the markets directly [4]. For performing the first function, households receive income, which later is spent and the action of spending turns into a second role, this exchange illustrates the circular flow model. Households budget data is very informative when analysing economic conditions in the country, it can represent the costs of living, salary level, but it is also worthy to remember, that "Household is a group of people, often a family, who live together" (Cambridge Dictionary) and it can be helpful not only in economic, but also in social investigations. Household membership's importance should not be excluded from the research, because it can be a rich source of knowledge in studies about the features causing an impact to household's budget and overall social characteristics of the nation. Due to memberships data, it is possible to find how the number of children, level of education,

gender can affect household's state and from results make general conclusions about society's habits. The official Europe statistics website "Eurostat" every year submits statistical information about each country economic state. Households are also included in "Eurostat" research, but usually it arranges superficial statistical data, basically consisting of households income and expenditures by purpose. "Eurostat" also collects data about householder's profession, age, main source of income, residence etc., but these features are distinguished from households concept [6]. It is focused on all of them separately without searching connections between them, meanwhile analysis about memberships effect on Lithuanian households is particularly concentrated on associations between households members' characteristics and its impact on households state.

## 2 METHODOLOGY

Data for research about households in Lithuania has been collected since 1992. Until 2008, it was performed every year, but later the information was presented periodically. According to Lithuania's statistics department, for research they use stratified random sampling, which involves dividing the entire population into groups, from which random samples are taken. Some information about households are automatically transferred from population register and social incurrence institution ("SODRA"), where it is available to reach information, for instance, about households members employment. Also statistical department has arranged digital and paper surveys to find out other necessary data about the household [2].

Data for this project is taken from Lithuania's Statistics department website [5]. It includes 3400 households and information about their membership, number of children in the household, the gender of householder, householder's education, household's expenses and income. Using this data, eight hypothesis were composed and, with the help of SPSS statistical program, tested by Independent Sample t-Test or Correlation.

## 3 HYPOTHESIS TESTING

- 1. The average number of children is higher in households where householder's education is lower than general.**

Group Statistics						
	Education	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Number of children in the household	>= 4	2330	1,06	1,476	,031	
	< 4	1070	,99	1,392	,043	

Independent Samples Test								
	Levene's Test for Equality of Variances			t-test for Equality of Means				95% Confidence Interval of the Difference
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	
Number of children in the household	Equal variances assumed	11,490	,001	1,294	3398	,196	,069	,054    -,036    ,174
	Equal variances not assumed			1,323	2189,243	,186	,069	,052    -,033    ,172

Figure 1: Independent Samples T-Test. Number of children in the household and Education

Levene's Test for Equality of Variances shows significance  $p = 0,001 < 0,05$ . It means that  $H_0$  hypothesis must be rejected by the test and the variances are significantly different in the two groups. In the section of t-Test for Equality of Means Sig- (2-tailed) is equal to 0,186.  $P > 0,05$ ,

which means that values are not statistically significant. According to Means in Group Statistic table, household with higher education have slightly more children than with lower, but the difference is not statistically significant.

## 2. The average number of households with or without children is greater when education is higher than general.

Group Statistics					
	Education	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Household with or without children	≥ 4	2330	1,49	,500	,010
	< 4	1070	1,51	,500	,015

Independent Samples Test									
Levene's Test for Equality of Variances			t-test for Equality of Means			95% Confidence Interval of the Difference			
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Household with or without children	Equal variances assumed	,061	,805	-1,095	3398	,273	,020	,018	-,056 ,016
	Equal variances not assumed			-1,095	2075,070	,274	,020	,018	-,056 ,016

Figure 2: Independent Samples T-Test. Household with or without children and Education

The table reveals that Equal variances are assumed, which means that  $H_0$  hypothesis can not be rejected by the test and the variances are not significantly different in the two groups. Sig. (2-tailed) also show that values are not statistically significant.

## 3. The average of expenses incurred by households with children are greater than by those who don't have children.

Group Statistics					
	With or without children	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Expenses	1	1709	676,7770773	500,4167723	12,10488941
	2	1691	666,4154914	470,8085272	11,44913078

Independent Samples Test									
Levene's Test for Equality of Variances			t-test for Equality of Means			95% Confidence Interval of the Difference			
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Expenses	Equal variances assumed	1,129	,288	,622	3398	,534	10,36158587	16,66703650	-,22,3168454 43,04001711
	Equal variances not assumed			,622	3389,410	,534	10,36158587	16,66166088	-,22,3063351 43,02950682

Figure 3: Independent Samples T-Test. Household with or without children and Expenses

The table reveals that  $H_0$  can not be rejected by the test and the variances are not significantly different.  $\text{Sig.}(2\text{-tailed}) = 0,534 > 0,05$ , which confirms that values are not statistically significant. The Mean Difference is equal to 10,36, according to Mean in the Group Statistics the higher mean of expenses is in households with children, but it is not statistically significant.

**4. The number of children in the households have a negative correlation with households' income.**

		Correlations	
		Number of children in the household	Income
Number of children in the household	Pearson Correlation	1	,012
	Sig. (1-tailed)		,235
	N	3400	3400
Income	Pearson Correlation	,012	1
	Sig. (1-tailed)	,235	
	N	3400	3400

Figure 4: Correlation. Number of children in the household and Income

The Correlation table reveals that correlation between Number of children in the household and Income is positive, but not statistically significant . Correlation Coefficient is equal to 0,012. According to correlation range it is a very weak correlation level, included in interval [0,0 ;0,2].

**5. The Number of members in the households have a positive correlation with households income.**

		Correlations	
		Number of members in the household	Income
Number of members in the household	Pearson Correlation	1	,352**
	Sig. (1-tailed)		,000
	N	3400	3400
Income	Pearson Correlation	,352**	1
	Sig. (1-tailed)	,000	
	N	3400	3400

\*\*. Correlation is significant at the 0.01 level (1-tailed).

Figure 5: Correlation. Number of members in the household and Income

The Correlation table reveals that correlation between Number of members in the household and Income is positive. Correlation Coefficient is equal to 0,352. According to correlation range it is a weak correlation level, included in interval [0,2 ;0,5], but positive correlation is significant.

## 6. Households with two adult partners have higher earnings than one person households.

Group Statistics								
	Partnership	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean			
Earnings	1	2338	821,6692082	647,5960311	13,39312509			
	2	1062	454,1982587	366,5154115	11,24682616			

Independent Samples Test								
Levene's Test for Equality of Variances								
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference
Earnings	Equal variances assumed	89,697	,000	17,277	3398	,000	367,4709495	21,26961969 325,7684066 409,1734924
	Equal variances not assumed			21,011	3243,011	,000	367,4709495	17,48905081 333,1802418 401,7616572

Figure 6: Independent Samples T-Test. Earnings and Partnership

Levene's Test for Equality of Variances shows significance  $p = 0,000 < 0,05$ . It means that  $H_0$  hypothesis must be rejected by the test and the variances are significantly different in the two groups. In the section of t-Test for Equality of Means Sig- (2-tailed) is equal to 0,000.  $P < 0,05$ , which means that values are statistically significant. According to Means in Group Statistics table, household with two adult partners have greater earnings than one person households and the difference is statistically significant.

## 7. Households with two adult partners have more children than one adult households.

Group Statistics								
	Partnership	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean			
Number of children	1	2338	1,04	1,442	,030			
	2	1062	,99	1,415	,043			

Independent Samples Test								
Levene's Test for Equality of Variances								
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference
Number of children	Equal variances assumed	2,743	,098	,882	3398	,378	,047	,053 -.057 ,151
	Equal variances not assumed			,889	2087,590	,374	,047	,053 -.056 ,150

Figure 7: Independent Samples T-Test. Number of children and Partnership

Levene's Test for Equality of Variances shows significance  $p = 0,098 > 0,05$ . It means that  $H_0$  hypothesis can not be rejected by the test and the variances are not significantly different in the two groups. In the section of t-Test for Equality of Means Sig- (2-tailed) is equal to 0,378.  $P > 0,05$ , which means that values are not statistically significant. According to Means in Group Statistic table, household with two partners have slightly more children than one adult person households, but the difference is not statistically significant.

**8. The number of members in the households has a positive correlation with households' expenses.**

		Correlations	
		Number of members in the household	Expenses
Number of members in the household	Pearson Correlation	1	,389**
	Sig. (1-tailed)		,000
	N	3400	3400
Expenses	Pearson Correlation	,389**	1
	Sig. (1-tailed)	,000	
	N	3400	3400

\*\*. Correlation is significant at the 0.01 level (1-tailed).

Figure 8: Correlation. Number of members in the household and Expenses

The Correlation table reveals that correlation between Number of members in the household and Expenses is positive. Correlation Coefficient is equal to 0,389. According to correlation range it is a weak correlation level, included in interval [0,2 ;0,5], but positive correlation is statistically significant.

**9. Education has a positive correlation with earnings.**

		Correlations	
		Education	Income
Education	Pearson Correlation	1	,383**
	Sig. (1-tailed)		,000
	N	3400	3400
Income	Pearson Correlation	,383**	1
	Sig. (1-tailed)	,000	
	N	3400	3400

\*\*. Correlation is significant at the 0.01 level (1-tailed).

Figure 9: Correlation. Education and Income

The Correlation table reveals that correlation between Education and Income is positive. Correlation Coefficient is equal to 0,383. According to correlation range it is a weak correlation level, included in interval [0,2 ;0,5]. Correlation is statistically significant.

**10. The average expenses of household when householder is a woman is equal to households' when a householder is man.**

Group Statistics						
	Gender	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Expenses	1	1932	745,9361454	504,3500428	11,47436078	
	2	1468	631,2051681	486,1269533	12,68781020	

Independent Samples Test								
Levene's Test for Equality of Variances			t-test for Equality of Means			95% Confidence Interval of the Difference		
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower
Expenses	Equal variances assumed	4,712	,030	6,673	3398	,000	114,7309774	17,19288425
	Equal variances not assumed			6,707	3214,422	,000	114,7309774	17,10676717
								81,02153624 148,4404185
								81,18970019 148,2722545

Figure 10: Independent Samples T-Test. Expenses and Gender

The table reveals that Levene's Test for Equality of Variances significance  $p = 0,03 < 0,05$ . It means that  $H_0$  hypothesis must be rejected by the test and the variances are significantly different in the two groups. In the section of t-Test for Equality of Means Sig- (2-tailed) is equal to 0,000.  $p=0,000 < 0,05$ , confirms that values are statistically significant. The Group Statistics expose when the householder is a man the average expenses is 745,94€ and this amount is 114€ larger than in the circumstances when a householder is a woman.

**11. The average earnings of household when the householder is a woman is equal to households' when a head is man.**

Group Statistics						
	Gender	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Income	1	1932	786,7033111	623,2711453	14,17990954	
	2	1468	690,3661334	630,1646953	16,44716467	

Independent Samples Test								
Levene's Test for Equality of Variances			t-test for Equality of Means			95% Confidence Interval of the Difference		
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower
Income	Equal variances assumed	,094	,759	4,443	3398	,000	96,33717773	21,68328927
	Equal variances not assumed			4,436	3140,270	,000	96,33717773	21,71587116
								53,82356848 138,8507870
								53,75844121 138,9159143

Figure 11: Independent Samples T-Test. Income and Gender

The table reveals that Levene's Test for Equality of Variances significance  $p = 0,759 > 0,05$ . It means that  $H_0$  hypothesis can not be rejected by the test and the variances are not significantly different. In the section of t-Test for Equality of Means Sig- (2-tailed)  $p=0,000 < 0,05$ , shows that values are statistically significant. The Group Statistics expose when the householder is a man the average Income is 14% larger than in the circumstances when a househead is a female.

## 5 RESULT INTERPRETATION

1. The hypothesis that the average number of children is higher in households where householder's education is lower than general is rejected. The Group Statistics showed that householder with higher education has slightly more children than with lower education level, albeit the difference is not statistically significant. This result could be an assumption that people are planning the enlargement of the family. They seek for better education and career.
2. This result could be also supported after testing the second hypothesis, which was checking which group (with higher or lower education) has more households with children. The average number of households with children was slightly larger, but not statistically significant, in households with lower education, since in the data households with children were indicated as "1" and households without children as "2", the greater mean indicates about a larger number of households without children. This result can confirm the idea that people who already acquired higher education are more willing to get offsprings.
3. The third test shows that higher expenses are incurred by households which have children. Households for raising children are receiving government financial support. Unfortunately, it covers only a very small part of child's needs. It also can supplement first two results. Parents take into account the fact of child raising costs and before having children prefer to gain better education, have a stable finance source.
4. The fourth hypothesis searched for negative correlation between the number of children in the household and households income. It showed that coorelation between these two variebles is positive, but statistically not significant. This means that the number of children does not have affect on household's income.
5. What has influence on households income is the number of members in the household. The testing of fifth hypothesis revieleld that the number of members and income has statistically positive correlation, which means that with the growing numer of members the income also grow. Thus it should be taken into account the fact that a number of adults in the household possibly have an effect on households income.
6. Partnerships influence on households income was tested by sixth hypothesis. It confirmed that households with two adults are gaining more income than households with one adult person.
7. According to seventh hypothesis, households with two adults have more children than one person households, but the difference is not statistically significant. This result can also be supplemented by fourth hypothesis, which indicated the existence of positive correlation between number of children in the household and income. Households with two adults have more children and, as the sixth hypothesis confirmed, higher income.
8. Expenses incurred by the household have a direct connection with the number of memebers in the household. With the number of household members growing expenses grow as well, because not all members are employed and have income, for instace, children, who are supported by their parents.
9. The hypothesis of positive correlation between education and earnings, was confirmed, as correlation results showed that it has weak relation and values are statistically significant. The earnings in Lithuania depend on the education level. It is important to have a high qualification for a better emlpoyement possibilities.
10. The tenth and eleventh hypothesis establish the presence of gender discrimination. Acording to results, women are less paid than men. Since women have less income respectively expenses are also lower than men.

## 6 CONCLUSION

After more detail look to households data, it is clear that households can be a subject not only for economic and financial research but is also suitable for social habit investigation. In this analysis, one of the most important characteristics in the household is householder's education. If education level is higher, household can receive higher income. When household is in a stable financial position, as the second hypothesis showed, household tends to have children. According to tests, more favourable financial position is reached in a partnership. A household of two adults is gaining more income and has more children than one adult household. With the number of household members growing, according to T-Test, expenses grow as well. If these associations are less popular in household analysis, the comparison between male and female householders are more popular. Statistics about gender pay gap are available in all countries, for example, "Eurostat" is submitting data about all European countries. This analysis exposed that in Lithuania a household receives approximately 15% less income when a householder is a female, which proves the existence of this problem. Taking everything into account, this analysis proved that members and their status in the household or features are playing a major role in household state.

## References

- [1] Čekanavičius, V., & Murauskas, G. (2001). Statistika ir jos taikymas I. Vilnius: TEV. Retrieved from [http://stat.vadoveliai.lt/files/STAT1SV\\_DEMO.pdf](http://stat.vadoveliai.lt/files/STAT1SV_DEMO.pdf)
- [2] Gyvenimo lygio ir užimtumo statistikos skyrius. (2016). Namų ūkių biudžeto statistinio tyrimo metodika. Retrieved April 30, 2019, [https://osp.stat.gov.lt/documents/10180/130368/NUBT\\_metodika\\_2016\\_092.pdf](https://osp.stat.gov.lt/documents/10180/130368/NUBT_metodika_2016_092.pdf)
- [3] Morkevičius, V. (2010). Statistinė kiekybinių duomenų analizė su SPSS ir STATA. Retrieved April 30, 2019, from [http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/stat/stat.html&course\\_file=stat\\_III\\_4.html](http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/stat/stat.html&course_file=stat_III_4.html)
- [4] Seith, T. (2015, August 12). Roles of Households for Building an Economy. Retrieved April 30, 2019, from <http://www.economicsdiscussion.net/articles/roles-of-households-for-building-an-economy/2028>
- [5] Viešos duomenų rinkmenos. (2016). Retrieved April 30, 2019, from <https://osp.stat.gov.lt/viesos-duomenu-rinkmenos>
- [6] Your key to European statistics. (2016, November 23). Retrieved April 30, 2019, from <https://ec.europa.eu/eurostat/web/household-budget-surveys/database>



# Digitalna pismenost dijakov drugih letnikov gimnazije in uporaba IKT pri pouku

## Digital literacy of students and the use of ICT in the classroom

Kaja Križan

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor

---

### Povzetek

V članku je podrobneje predstavljena digitalna pismenost dijakov drugih letnikov gimnazije in vključevanje informacijsko komunikacijske tehnologije v pouk. Članek je sicer bolj osredotočen na digitalno pismenost dijakov, posamezne okvire digitalne pismenosti in DCA model merjenja digitalne pismenosti. Po modelu DCA je izmerjena digitalna pismenost dijakov drugega letnika Škofijske gimnazije Maribor; ti rezultati so tudi predstavljeni v članku.

*Ključne besede: digitalna pismenost, IKT, DCA - model, etična dimenzija, kognitivna dimenzija, tehnološka dimenzija*

### Abstract

The article presents the details of digital literacy of second year high school students and the inclusion of ICT in teaching. The article focuses more on the digital literacy of students, the individual frames of digital literacy and the DCA model of digital literacy measurement.

*Key words: digital literacy, ICT, DCA model, ethical dimension, cognitive dimension, technological dimension*

---

## 1 UVOD

Informacijska tehnologija (v nadaljevanju IKT) je v zadnjih nekaj letih doživila hiter razvoj in s tem postala vedno bolj vpeta v naše vsakdanje življenje in delo, s tem pa je digitalna pismenost postala ena izmed ključnih kompetenc. Mladostniki, rojeni v 21. stoletju, naj bi digitalno pismenost razvili že zgodaj v izobraževalnem procesu, prav tako pa je pomemben tudi razvoj bralno-učnih navad, kjer se razvija bralna pismenost. Osnovnošolci se že zelo zgodaj srečajo z digitalno tehnologijo, tekom izobraževanja pa črpajo informacije iz tiskanih in digitalnih virov, s tem pa razvijajo digitalno in bralno pismenost. Postavlja se vprašanje, koliko so dijaki gimnazijskih programov zares digitalno pismeni. V ta namen smo izvedli raziskavo na Škofijski gimnaziji Maribor, na kateri trenutno poučujem.

### Digitalna pismenost

Izraz digitalna pismenost, ki ga danes uporabljamo, je prvič predstavil Gilster v svoji knjigi z enakim naslovom (Gilster, 1997). Digitalno pismenost je definiral kot zmožnost pridobivanja in uporabe informacij, ki so pridobljene iz različnih digitalnih virov. Za to opredelitev je značilno, da ni podanih natančnih in jasnih veščin, ki naj bi jih potreboval posameznik, ki je digitalno pismen. Njegova glavna ideja je bila povezati pojmovanje pismenosti z uporabo tehnologije, ki je dostopna v trenutnem časovnem okviru.

Za pojem digitalna pismenost se je uporabljal tudi izraz »multipismenost«, ki je opisoval različne spremnosti, potrebe za uporabo, razumevanje in ustvarjanje digitalnih vsebin, zato digitalno pismenost lahko razumemo kot okvir med seboj povezanih pismenosti – medijske, tehnološke, informacijske, vizualne, komunikacijske in socialne pismenosti.

---

Sodobne definicije s pojmom digitalne pismenosti poudarjajo predvsem učinkovito uporabo sodobne tehnologije in razvoj informacijskih spretnosti, ki jih potrebujemo za reševanje problemov, izvajanje vsakdanjih nalog, delo, življenje in medsebojno komunikacijo (Ferrari, 2012).

V okviru projekta Digital Literacy so zapisali definicijo digitalne pismenosti, za katero je značilno, da vključuje samozavestno in kritično uporabo tehnologij informacijske družbe za delo, prosti čas in komunikacijo, ter da je podprtta je z osnovnimi spretnostmi rabe IKT. Sem spada uporaba računalnikov za različno delo z informacijami (npr. pridobivanje, shranjevanje, predstavljanje in izmenjavanje informacij), komunikacija in sodelovanje v omrežjih preko interneta (Vehovar, N. Brečko, & Prevodnik, 2008).

### Modeli merjenja digitalne pismenosti

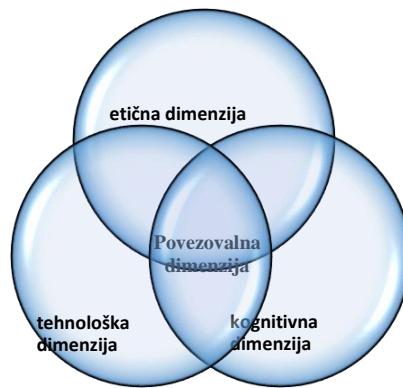
Za merjenje digitalne pismenosti obstaja več okvirov. Osnovni tipi za merjenje nivoja digitalne pismenosti so samoevalvacijijski vprašalnik, reševanje nalog in longitudinalne študije. Za doseganje najboljših rezultatov je najbolj primerno reševanje nalog v digitalnem okolju, vendar je ta način hkrati najbolj zahteven za izvedbo (Ala-Mutka, 2011).

Prej omenjena okvira za merjenje digitalne pismenosti se osredotočata na teoretični prikaz potrebnega znanja in ne vsebujeta instrumentarija za ocenjevanje znanja. Sedaj omenimo še en okvir, ki pa ima izdelan instrumentarij merjenja, to je model DCA (Digital Competence Assessment).

Model za ocenjevanje digitalne pismenosti DCA je pripravila skupina strokovnjakov z različnih italijanskih univerz, ki ga je vodil Antonio Calvani z Univerze v Firencah (Calvani, Cartelli, Fini, & Ranieri, 2008).

Okvir merjenja digitalne pismenosti po modelu DCA vključuje naslednje dimenzije (Slika 1):

- tehnološko: izkazovanje znanja uporabe in upravljanja z IKT,
- kognitivno: preverjanje miselnih procesov ob uporabi IKT,
- etično: odnos do drugih in do sebe,
- povezovalno: razumevanje možnosti, ki jih ponuja nova IKT pri sodelovanju in izgradnji novega znanja (Calvani, Cartelli, Fini, & Ranieri, 2008).



Slika 1: Dimenzije DCA – modela.

### Raziskava digitalne pismenosti dijakov drugih letnikov

Raziskava je bila izvedena v eni izmed mariborskih gimnazij v drugih letnikih. Vprašalniki so bili oblikovani tako, da je v njem potekalo preverjanje vseh področij in dimenzij, na katerih temelji okvir digitalne pismenosti DCA. Vprašalnik je bil povzet po raziskavi Digitalna pismenost srednješolcev, katere avtorja sta Sašo Stanojev in Viktorija Florjančič. Vprašanja so

bila razdeljena v štiri kategorije, 7 vprašanj s področja tehnološke dimenzijs, 10 vprašanj s področja kognitivne dimenzijs in 13 vprašanj s področja etične dimenzijs digitalne pismenosti. Vprašalnik je vseboval tudi 10 splošnih vprašanj, pri čemer je bila večina vprašanj zaprtega tipa.

Ugotoviti smo želeli:

- S pomočjo katere naprave dijaki dostopajo do spletja in zakaj največkrat uporabljajo splet?
- Ali se pri pouku vsakodnevno uporablja IKT?
- Pri koliko predmetih se pri pouku uporablja IKT?
- Ali so dijaki drugih letnikov digitalno pismeni?
- Katera področja po DCA modelu so najbolj razvita?

Na podlagi teorije in raziskovalnih vprašanj smo sestavili naslednje hipoteze:

1. Dijaki do spletja največkrat dostopajo s pomočjo pametnih telefonov in jih uporabljajo za komunikacijo s prijatelji preko družbenih omrežij.
2. Pri pouku se uporablja IKT nekajkrat tedensko pri vseh predmetih.
3. Večina dijakov je digitalno pismenih.
4. Pri dijakih je najbolj razvito tehnološko področje.

## 2 METODOLOGIJA RAZISKOVANJA

### Raziskovalni vzorec:

Raziskava je bila opravljena v decembru 2018. V anketo je bilo vključenih 92 dijakov drugih letnikov Škofijske gimnazije Maribor. Prevladovale so ženske, ki so predstavljale 78 % vseh anketiranih.

### Raziskovalne metode:

Anketiranje je potekalo s pomočjo spletne ankete 1ka. Vprašalnik je bil razdeljen na 4 sklope, kjer se je prvi sklop nanašal na uporabo digitalne tehnologije doma in v šoli, ostali trije sklopi pa so se nanašali na digitalno pismenost. Pri pregledu anket je bilo 10 rešenih površno, zato smo te odstranili iz svoje raziskave. Za izdelavo grafikonov smo uporabili program Excel.

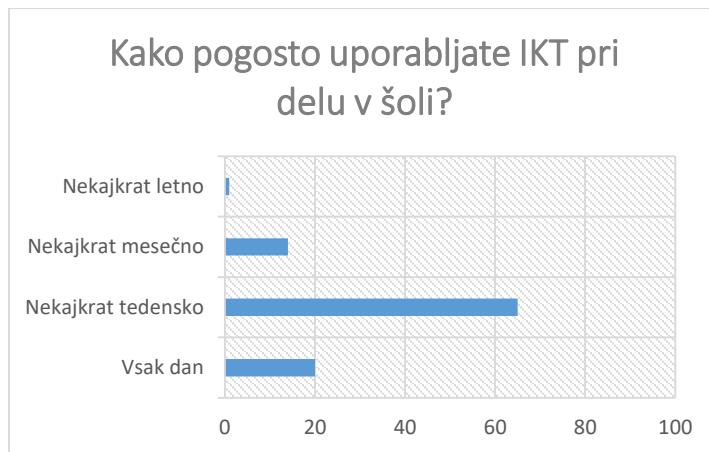
### Rezultati

V vprašalniku nas je zanimalo, kakšne naprave dijaki doma uporabljajo za povezovanje z internetom. Rezultati so pokazali, da imajo vsi (100 %) doma računalnik ali pametni telefon z dostopom do interneta, kar je posledično pomenilo, da 97 % vprašanih vsak dan dostopa do interneta, preostalih 3 % pa je na vprašanje, kako pogosto dostopajo do interneta, izbralo odgovor drugo, ki pa ga niso definirali.

Zanimalo nas je prav tako, s katero napravo najpogosteje dostopajo do interneta. Rezultat raziskave je pokazal, da za dostop do interneta dijaki uporabljajo pametni telefon (93 %) in namizni ali prenosni računalnik (7 %). Glede na predhodne rezultate smo dobili pričakovane rezultate tudi pri vprašanju o dostopanju do interneta doma, kjer skoraj vsi dijaki (98 %) do interneta dostopajo vsak dan. Zanimiva je tudi informacija, da dijaki najpogosteje (100 %) internet uporabijo za komunikacijo s prijatelji, na drugo mesto pa se je uvrstilo iskanje informacij za osebno rabo ali šolo.

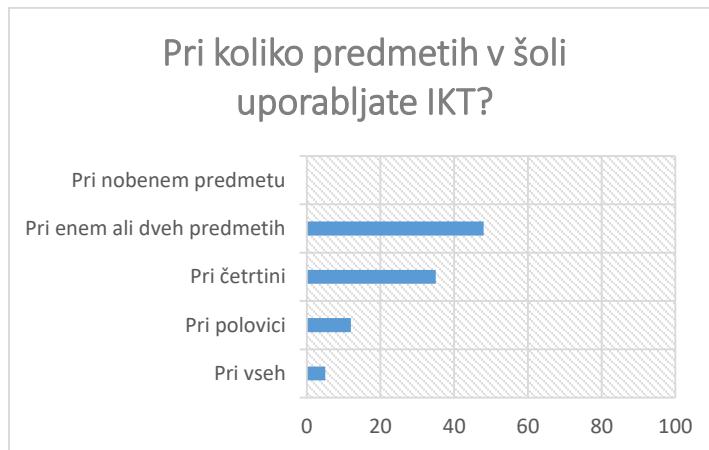
Dijaki so na vprašanje, kje so pridobili največ znanja o IKT, odgovorili, da v procesu šolanja in pa s pomočjo samoučenja s pomočjo virov, dostopnih na internetu.

Rezultati so pokazali precejšno uporabo IKT pri delu v šoli (Slika 2), saj jo 65 % dijakov uporablja nekajkrat tedensko, 20 % dijakov pa kar vsak dan, kar pokaže dobro opremljenost naših šol z IKT, s tem pa tudi veliko možnosti za drugačne metod poučevanja in učenja.



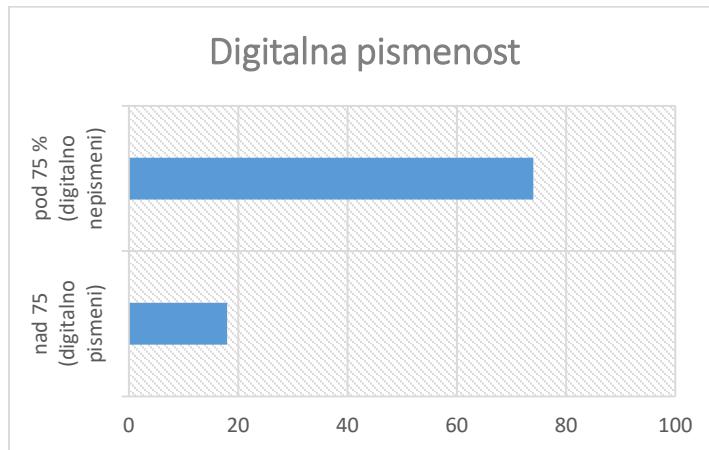
Slika 2: Pogostost uporabe IKT pri delu v šoli

Zanimivost, ki se pojavlja pri rezultatih, je ta, da naj bi prenovljeni učni načrti spodbujali digitalno pismenost z rabo IKT pri vseh predmetih, vendar je skoraj polovica dijakov odgovorila, da IKT porabljajo le pri enem ali dveh predmetih (Slika 3).



Slika 3: Uporaba IKT pri predmetih v šoli

Digitalna pismenost se je preverjala po modelu DCA, kjer so bila vprašanja razdeljena na tri področja: tehnološko – 7 vprašanj, kognitivno – 10 vprašanj in etično – 13 vprašanj. Vsako področje je bilo točkovano z do 20 točkami. Za pozitivni rezultat – digitalno pismen dijak – je bila določena meja 75 %. Povprečni doseženi rezultat je bil 67,4 %, kar je pod mejo, saj je mejni prag 75 % doseglo le 18 anketiranih dijakov, kar predstavlja 20 % (Slika 4).



Slika 4: Delež digitalno pismenih in nepismenih

Rezultati po posameznih dimenzijah so pokazali, da je najboljši rezultat v povprečju pri tehnološki dimenziji 79,3 %, kar nam pove, da dijaki dobro poznajo tehnične probleme. Slabša sta bila rezultata pri kognitivni (59,4 %) in etični dimenziji (63,5 %).

Dimenzija	Znanje ali večina	Delež v odstotkih [%]
Tehnološka	Vizualna pismenost	95,5
	Razumevanje tehnoloških konceptov	71,7
	Reševanje problemov	70,8
Kognitivna	Organizacija in povezovanje besedilnih in vizualnih podatkov	61,7
	Strukturiranje pridobljenih podatkov	56,9
	Iskanje informacij	59,9
Etična	Družbeno-kulturni vpliv tehnologije	58,2
	Spoštovanje drugih	72,4
	Varovanje zasebnosti	60,1

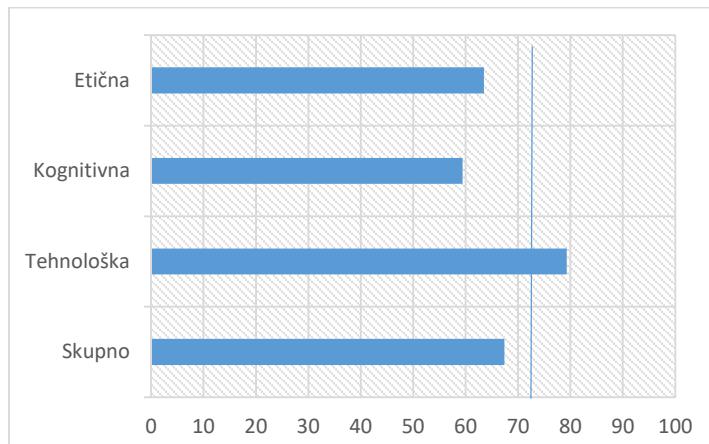
Tabela 1: Doseženi rezultat po modelu DCA

Če pogledamo tehnološko dimenzijo pismenosti, vidimo, da so najboljši rezultati na področju vizualne pismenosti, in sicer 95,5 %, kar pomeni visoko raven znanja pri prepoznavanju simbolov, ikon in uporabniških vmesnikov najbolj uporabljene programske opreme. To je seveda povezano s vsakodnevno uporabo IKT. Na področju reševanja problemov in razumevanja tehnoloških konceptov je rezultat slabši. Razumevanje tehnoloških konceptov se je nanašalo na poznavanje osnovnih sporočil in možnih vzrokov nedelovanja računalnika, pri čemer so dijaki dosegli 71,7 %. Pri reševanju problemov so dijaki dosegli še slabši rezultat, in sicer 70,8 %, kar nakazuje na to, da ne poznajo dobrih problemov, ki so vezani na delovanje računalnikov in zunanjih enot, ki jih lahko v računalnik priključimo.

Najslabši rezultat so dijaki dosegli na kognitivnem področju, in sicer 59,4 %. Področje se je nanašalo na miselne procese ustvarjanja, povezovanja in grafičnega prikaza podatkov, kjer so dijaki dosegli 61,7 %. Eno izmed področij preverjanja je bilo tudi analiziranje in strukturiranje podatkov, kjer so bili rezultati še slabši kot na prejšnjem področju, in sicer 56,9 %. Zadnje področje, ki se je preverjalo v tej dimenziji, je bilo kritično vrednotenje pridobljenih informacij, kjer so dijaki dosegli 59,9 % uspeh.

Etično področje je v povprečju doseglo 63,5 % in se je nanašalo na varovanje zasebnosti, pri kateri so dijaki dosegli 60,1 %, s čimer ugotovimo, da se dijaki še vedno premalo zavedajo posledic objave osebnih podatkov na spletu. Najboljši rezultat na tem področju so dijaki dosegli

pri spoštovanju drugih uporabnikov (72,4 %), medtem ko pa še vedno nimajo dobre predstave o vplivu digitalne tehnologije na družbo (58,2 %).



Slika 5: Rezultati po dimenzijah

### 3 DISKUSIJA

Namen raziskave je bil ugotoviti uporabo IKT pri pouku in pismenost dijakov drugih letnikov. Na začetku nas je zanimalo, kako dijaki dostopajo do interneta. Rezultati so potrdili, da dijaki dostopajo do spleta s pomočjo pametnih telefonov (93 %) in splet uporabljajo za komuniciranje s prijatelji preko družbenih omrežij (100 %), na drugo mesto pa so uvrstili iskanje podatkov za potrebe šole. Ta rezultat nas ni presenetil in je potrdil našo hipotezo.

Rezultati raziskave so pokazali, da se nekajkrat tedensko pri pouku uporablja IKT v 65 %, kar nas ni presenetilo, saj je opremljenost šole z IKT zelo dobra, šola ima tudi mobilno učilnico s tabličnimi računalniki. Skoraj polovica dijakov je odgovorila, da IKT uporabljajo le pri enem ali dveh predmetih, preostali odgovori pa so se razdelili med druge možnosti, pri čemer je drugo mesto zasedel odgovor, da IKT uporabljajo pri četrtini predmetov. Če pogledamo odgovore glede na posamezen oddelek (na šoli so trije oddelki 2. letnika: a, b, in c), ugotovimo, da so dijaki oddelka c odgovorili na vprašanje, da pri polovici predmetov uporabljajo IKT (od tega pa sta 2 dijaka pa sta odgovorila, da IKT uporabljajo pri vseh predmetih; ker odgovora odstopata od večine, ju zanemarimo). V 2. letniku je oddelek c inovativni oddelek, kar pomeni, da je pri pouku poudaren na uporabi IKT (dijaki pri pouku velikokrat uporabljajo tablične računalnike ali pametne telefone), i-učbenikov in različnih e-storitev ter orodij, ki lahko pomagajo pri delu in raziskovanju ter samostojnem učenju. Posledica tega pa se pokaže v naših odgovorih, saj zato ta razred pri pouku večkrat uporablja IKT kot drugi razredi in tudi profesorji, ki poučujejo v tem razredu, poskušajo v svoje ure vpeljati čim več uporabe IKT. Glede na ostale oddelke pa se IKT pri pouku uporablja manj, zato lahko našo hipotezo le delno potrdimo. Zadnje čase se zelo podpira vpeljevanje IKT v pouk, potekajo razna izobraževanja za učitelje, prav tako na fakultetah učijo vpeljevanja IKT v pouk, zato nas je ta rezultat razočaral. Očitno še vedno veliko učiteljem IKT predstavlja nek strah in odpornost, zato se je ne poslužujejo pri pouku.

Po modelu DCA je digitalno pismen tisti dijak, ki v povprečju vseh treh področij doseže 75 %. Rezultati raziskave so pokazali, da je digitalno pismenih po modelu DCA le 20 %, kar je 18 dijakov in s tem hipotezo ovržemo. Največ dijakov je bilo v rangu med 50 % in 75 %. Rezultat glede digitalne pismenosti nas je zelo razočaral, saj bi glede na uporabo IKT v šoli in doma ter uporabo spleta bilo pričakovati, da je vsaj polovica anketiranih dijakov digitalno pismenih.

Anketni vprašalnik je potrdil zadnjo hipotezo, da je pri dijakih najbolj razvito tehnološko področje, saj so dijaki na tem področju dosegali dobre rezultate. V poprečju so dosegli 79,3 %, pri čemer ta odstotek dvigne vizualna pismenost, ki je bila 95,5 %, kar pa pomeni, da dobro poznajo simbole, ikone, uporabniške vmesnike, medtem ko jim več težav povzroča razumevanje tehnoloških konceptov in reševanje problemov.

## 4 ZAKLJUČEK

Namen članka je bil raziskati uporabo IKT pri pouku, digitalno pismenost dijakov drugih letnikov ter tudi, s katero digitalno tehnologijo najpogosteje dijaki dostopajo do interneta in v kakšne namene. Rezultati so pokazali, da dijaki najpogosteje dostopajo do interneta s pomočjo pametnih telefonov za komunikacijo s prijatelji, na drugo mesto so uvrstili uporabo interneta za potrebe šole. IKT se pri pouku uporablja nekajkrat tedensko, vendar le pri enem ali dveh predmetih, kar se zdi zaskrbljujoče, saj bi v današnjem času morali učitelji IKT čim bolj vključevati v proces pouka.

Digitalno pismenih je zelo malo dijakov, kar pomeni, da IKT večinoma uporablja za zabavo, družbena omrežja, prav tako se še vedno ne zavedajo nevarnosti objave podatkov na spletu. Pri reševanju različnih problemov, ki so povezani z računalnikom in njegovimi zunanjimi enotami, so dosegli slabe rezultate, saj so se vprašanja nanašala na osnovne probleme, ki bi jih moral poznati vsak uporabnik računalnika. Prav tako se je pokazalo, da je šibko področje tudi povezovanje in grafični prikaz podatkov in tudi analiziranje in strukturiranje podatkov.

Glede na rezultate bi lahko rekli, da bi bilo treba v šolah uvesti več ur računalništva/informatike in učence/dijke najprej naučiti osnove uporabe IKT. Prav tako pa bi bilo treba razvijati tudi kognitivno in etično raven, saj bi samo tako lahko dosegali boljše rezultate. Ena izmed rešitev je mogoče tudi ta, da bi morali vsi oddelki posameznih razredov na vseh šolah postati inovativni oddelki oz. bi morali vključevati uporabo IKT v pouk vsak dan, saj bi s tem učenci/dijaki pridobil veliko novih znanj, s tem pa bi bili tudi učitelji prisiljeni bolj uporabljati IKT in jo vpeljevali v proces pouka.

Glede uporabe IKT pri pouku je sicer bilo že veliko narejenega, ampak je še vedno veliko učiteljev ne vključuje v proces pouka, zato bi bilo smiselno še naprej izvajati izobraževanja na tem področju.

## 5 SEZNAM VIROV

- Ala-Mutka, K. (2011). Mapping Digital Competence: Towards a Conceptual Understanding. Luxembourg: Publications Office of the European Union. Pridobljeno 28. decembra 2018 iz : [ftp://s-jrcsvqpx102p.jrc.es/pub/EURdoc/JRC67075\\_TN.pdf](ftp://s-jrcsvqpx102p.jrc.es/pub/EURdoc/JRC67075_TN.pdf).
- Calvani, A., Cartelli, A., Fini, A., & Ranieri, M. (2008). Models and Instruments for Assessing Digital Competence at School. Journal of e-Learning and Knowledge Society.
- Calvani, A., Cartelli, A., Ranieri, M., & Picci, P. (2012). "Are Young Generations in Secondary School Digitally Competent? A Study on Italian Teenagers". Computers & Education 58 (2).
- ECDL Foundation. (15. 12. 2018). Pridobljeno iz <http://www.ecdl.si/o-nas/ECML>

- Ferrari, A. (2012). *Digital Competence in Practice: An Analysis of Franeworks*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Gilster, P. (1997). *Digital Literacy*. John Wiley & Sons.
- Newman, T. (2008). A Review of Digital Literacy in 0-16 Year Olds: Evidence, Developmental Models, and Recommendations. London: Becta.
- Slovensko društvo informatikov*. (15. 12. 2018). Pridobljeno iz <https://www.drustvo-informatika.si/ecdl/>.
- Vehovar, V., N. Brečko, B., & Prevodnik, K. (3. januar 2008). Evalvacija stanja ter ukrepi za izboljšanje IKT pismenosti: Konkurenčnost Slovenija 2006–2013. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za družbene vede. Pridobljeno 28. december 2018 iz [http://uploadi.www.ris.org/editor/12331382771231318499Porocilo\\_IKT\\_v5c.pdf](http://uploadi.www.ris.org/editor/12331382771231318499Porocilo_IKT_v5c.pdf)

# Playful introduction to 2-crossing-critical graphs

## Razigran uvod v 2-prekrižno-kritične grafe

Tadej Žerak<sup>1</sup>, Drago Bokal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>DataBitLab, d.o.o., Kočevarjeva ulica 7, 2000 Maribor, Slovenija

<sup>2</sup>Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

---

### Abstract

Dudeney in 1913 published the puzzle of connecting three houses and three utilities (water, gas, electricity) so that no two connecting lines would cross. Attempting to solve this puzzle, one quickly sees that it is easy to put all but one of the connections in, and the last one seems to be impossible.

In the paper, we summarize the mathematical MSc thesis that investigates the concepts related to this puzzle. The summary consists of a series of exercises that constitute a research path from the puzzle through a significant theorem by Kuratowski showing that in a certain mathematical model, adding the last connection respecting the constraints is indeed impossible and at least one crossing of the lines is needed. How would one organize the connections between houses, if we would state that one crossing is allowed, but we would want the puzzle to require at least two in a manner similar to Dudeney's?

A recent mathematical result characterizes such “puzzles”, which are abstractly modelled as 2-crossing-critical graphs. The tasks of this paper build the path from the elementary puzzle to understanding the characterization of 2-crossing-critical graphs, and conclude by proving that all but finitely many 2-crossing-critical graphs are Hamiltonian. In this manner, the paper illustrates how curiosity starts with a simple puzzle, but builds upon increasingly deeper understanding of the problems to end at the frontier of human knowledge.

**Keywords:** Graph theory, Hamiltonian cycle, Hamiltonian graph, Minor, Subdivision, Crossing number, Crossing critical graph, Planar graph, Alphabet, 2-crossing critical graph.

### Povzetek

Dudeney je leta 1913 objavil nalogu povezovanja treh hiš in treh virov (voda, plin, električna energija), tako da ne bi prišlo do dveh povezav, ki bi se sekale. Ko poskušamo rešiti to zagonetko, hitro vidimo, da je enostavno povezati vse razen ene povezave, in zadnja se zdi nemogoča.

V prispevku povzemamo matematično magistrsko nalogu, ki raziskuje pojme, povezane s to uganko. Povzetek je sestavljen iz niza vaj, ki predstavljajo raziskovalno pot od izhodiščne zagonetke skozi pomemben izrek Kuratowskega, ki kaže, da je v določenem matematičnem modelu dodajanje zadnje povezave glede na omejitve dejansko nemogoče in da je potrebno vsaj eno križanje. Kako bi organizirali povezave med hišami, če bi rekli, da je dovoljen eno križanje, vendar bi želeli, da bi uganka zahtevala vsaj dva na način, podoben Dudeneyjevemu?

Nedavni matematični rezultat opisuje vse takšne “uganke”, ki so abstraktne modelirane kot 2-prekrižno-kritični grafi. Naloge tega prispevka gradijo pot od elementarnih zagonetk do razumevanja karakterizacije 2-prekrižno-kritičnih grafov in zaključijo z dokazovanjem, da so vsi, dovolj veliki 2-prekrižno-kritični grafi Hamiltonovi. Na ta način članek ponazarja, kako se začenja radovednost s preprosto uganko, vendar gradi na vse globljem razumevanju problemov, ki privedejo do meje človeškega znanja.

**Ključne besede:** teorija grafov, Hamiltonov cikel, Hamiltonov graf, minor, subdivizija, prekrižno število, prekrižno-kritičen graf, ravninski graf, abeceda, 2-prekrižno-kritičen graf.

---

## 1 INTRODUCTION

It is necessary for research results to be described carefully, straightforward and in an exact manner for them to be accepted well in scientific community since after all, they are meant

for people that purely seek information and straight facts. However, on many occasions a person with interests in specific fields or maybe even just some results on a particular problem is not skilled enough to fully understand e.g. article where a result of interest is presented and thus is left with two options. Either to stop further inquiries and accept that the result will not be completely understood, or seek the unfamiliar details not contained in the paper and thus obtain knowledge required to understand it. The first option is usually chosen when one does not have the time or willpower to continue the research and that may be the saddest ending of one's interests. All the information is out there but on many occasions – especially if the reader is not familiar with the field – it takes too much time to find it and just because of that, this person stops learning. Furthermore, the author is again at a loss, as a person that was interested in his results has not been able to satisfy her curiosity and, possibly, use the information in her work. The knowledge, seemingly available, is hidden behind a curtain of understanding.

The second option, that is to further research the subject, is really what needs to be encouraged. As stated before, it can be time consuming, and time is a resource people usually do not have a lot of. It can take hours or even days to find and learn certain details to fully understand an article even from a field the reader is familiar with. But what if this is a whole new field, unexplored to this day by the person that wishes to learn? It can be very frustrating and dare I say scary to start something like this with a work that presents results which we would like to know. All those new terms, concepts that need to be explained, and if we try to understand one of them, it brings a lot of new ones with it. That can be very discouraging and can lead to giving up very quickly. Furthermore, there are some concepts that are relevant for the domain at large, but not for the result in question. Which ones are required for a specific result to be understood is seldomly clear. One is frequently faced with a choice to either study a general textbook or browse isolated pieces of encyclopedically organized information, such as wikipedia, Wolfram World or similar.

Thus an approach that familiarizes the reader with the subject first is adopted, requiring little to no knowledge at the start, and building understanding of concepts required to understand the final result. All the necessary information is either presented or a source where it can be found is provided. With that, any reader will hopefully be able to understand the final result regardless of the starting knowledge of graph theory.

To further encourage a reader to try to fully read and understand this, each section is divided into tasks and subtasks through which the reader will get familiar with the specific goal of the section. A series of tasks is given with hints where to find required definitions, theorems and other for acquiring adequate knowledge for solving the given task. In this manner, the reader is familiarized with the subject to a level where he is able to solve the task completely by himself and thus acquiring enough knowledge to progress through paper. With this method, the reader is forced to understand the subject and by solving the task revisits what he learned and with this making him remember what he learned even more. What may also come is a pleasant feeling of self-gratification upon solving each task, motivating the reader even more to continue with developing the understanding.

The tasks are divided into six sections. The first two are meant for introducing with the basic graph theory concepts and the terms essential for any kind of work in the field of graph theory. The third section is for acquiring basic knowledge of the crossing-critical graphs that is used in the fourth section where they are described and characterized using tiles, fifth section leads to proving existence of Hamiltonian cycles in the large 2-crossing-

critical graphs, and finally the last section presents an option for further research of the topic.

Each task is accompanied by the list of sources where the knowledge to solve the task is presented. For maximum experience of how research unfolds, we advise you to follow these steps:

1. Read the task and try to understand it in the context of your existing knowledge.
2. Once you understand where the limit of your knowledge is, seek online sources of knowledge. Should they allow you to solve the task, proceed to the next task.
3. Should the online sources you found prove unsatisfactory, investigate the sources we recommend and try solving the task.
4. If even these sources do not help, do look into the "explanation" section of the corresponding task in the MSc thesis [6].
5. If even this explanation is not enough, look into the "solution" section of the corresponding task in the thesis.

The above process will not only inform you about the result we are presenting, but will help you develop the skills required to find such a result. The set of exercises could be used as a flipped-learning approach to graph theory, as presented in [6], or as an independent individual refreshing of hobby investigation of graph theory.

## 2 A PUZZLE

**Task 2.1:** Three houses would like to connect themselves to sources of electricity, water and gas. Each house must be connected to each source. However, citizens have another wish. What they would like to have is for each connection to not be crossed by another one, as this may ease the maintenance.

Problem was proposed by Henry Dudeney in 1913 in a series of problems as *Problem of Water, Gas and Electricity* [9].

Try to connect each house with each station with lines so that no line is crossed by another one.

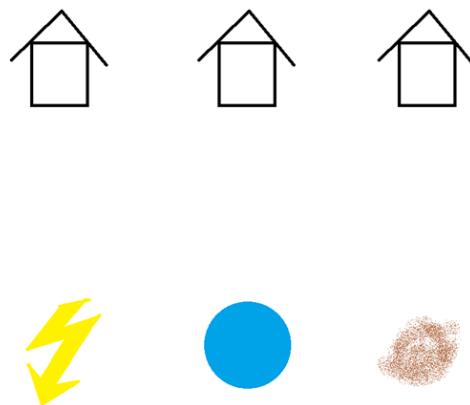


Figure 1: Positioning of houses and commodities' sources.

Sources: [9, 11].

**Task 2.2:** Draw a graph with four vertices and four edges.

Sources: [12].

**Task 2.3:** Present two drawings of the graphs. Draw one graph that is planar, and one that is not, both of them with six vertices and connected.

Sources: [18].

**Task 2.4:** Draw a graph  $K_{3,3}$ .

Sources: [15, 16].

**Task 2.5:** Draw complete graphs  $K_4$ ,  $K_5$  and complete bipartite graphs  $K_{2,3}$ ,  $K_{3,4}$ , and for each graph if it is planar, prove so by drawing so that no edges cross.

Sources: [16, 18].

**Task 2.6:** Draw a subgraph of  $K_5$  with four vertices and five edges.

Sources: [13, 15].

### 3 TOPOLOGICAL GRAPH THEORY CONCEPTS

**Task 3.1:** Draw a  $V_8$  graph with one crossing in two essentially different ways, i.e., so that significantly different edges cross (with respect to relabelling vertices of a graph and trivial rerouting of edges, see homeomorphism of a drawing).

Sources: [4].

**Task 3.2:** Determine the edge-connectivity and vertex-connectivity of Petersen graph.

Sources: [4].

**Task 3.3:** Draw a subdivision of a  $K_{3,3}$  graph with eight vertices.

Sources: [7].

**Task 3.4:** Show that a Petersen Graph is a minor of  $K_{10}$ , and that  $K_5$  is a minor of a Petersen graph.

Sources: [7].

### 4 CROSSING-CRITICAL GRAPHS

**Task 4.1:** Determine the crossing number of a graph  $K_{3,3}$ .

Sources: [4].

**Task 4.2:** Find an example of a 1-crossing-critical graph.

Sources: [2].

**Task 4.3:** Find an example of a 2-crossing-critical graph.

Sources: [2].

**Task 4.4:** What is a perfect planar tile and what operations can be done with them?

Sources: [8].

## 5 WORDS DEFINING LARGE 2-CROSSING-CRITICAL GRAPHS

**Task 5.1:** Find a paper and the theorem characterizing all large 2-crossing-critical graphs.

Sources: [1].

**Task 5.2:** Exhibit an example of a 2-crossing-critical graph containing  $V_{10}$  subdivision.

Sources: [1].

**Task 5.3:** Show that if a 2-crossing-critical graph  $G$  contains a  $V_{10}$  subdivision, then  $G$  is 2-connected.

Sources: [1].

**Task 5.4:** Read the first two sections of the paper [1] on large 2-crossing-critical graphs. Understand it well enough to be able to draw all 42 tiles.

Sources: [1].

**Task 5.5:** Define the entity “tile” and its attributes that would uniquely describe each of the 42 tiles (which are used in construction of large 2-crossing-critical graphs). What are similar parts among different tiles? How do you discriminate between them?

Sources: [1].

**Task 5.6:** Use the formalization from the previous task to list all the possible tiles and specify the name for the tiles presented in Figure 2.

Sources: [1].

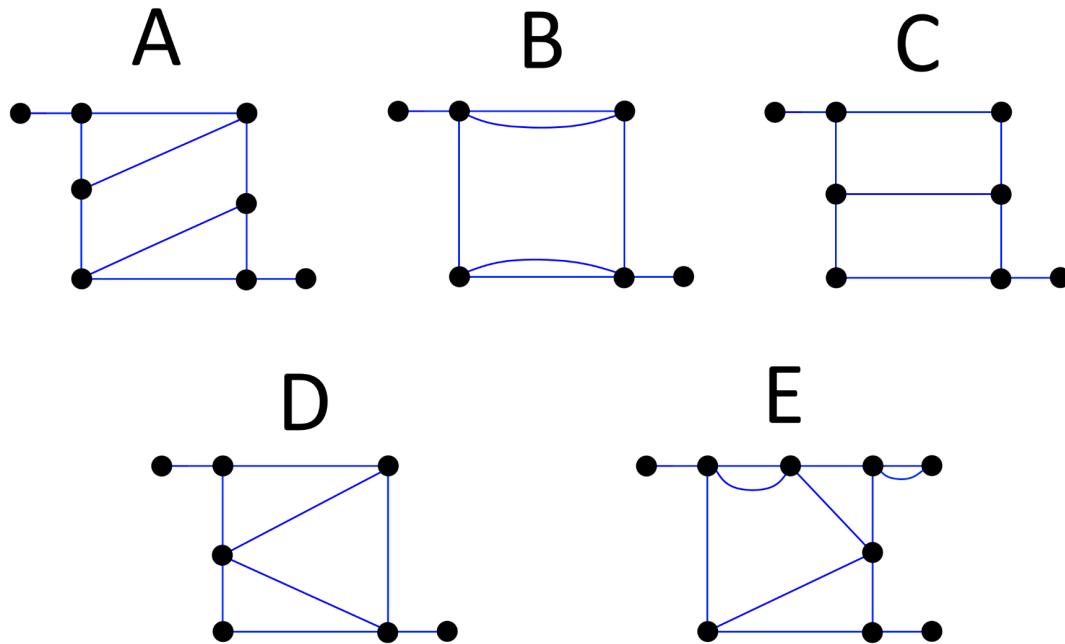


Figure 2: Tiles for the task.

**Task 5.7:** Devise an algorithm that verifies if a word is describing a large 2-crossing-critical graph.

Sources: [3, 6].

**Task 5.8:** Prove the correctness of your algorithm from Task 5.7.

Sources: [3, 6].

## 6 ALMOST ALL 2-CROSSING-CRITICAL GRAPHS ARE HAMILTONIAN

**Task 6.1:** Show three variations of how a path can stay on or change course in a Hamiltonian cycle in a large 2-crossing-critical graph.

Sources: [3].

**Task 6.2:** Show that in each tile, there exist either one or two edge disjoint traversing paths, containing all the vertices.

Sources: [3, 6].

**Task 6.3:** Show that each large 2-crossing-critical graph containing a  $V_{10}$  subdivision is Hamiltonian.

Sources: [3, 6].

**Task 6.4:** How many distinct pairs of traversing spanning paths are there in each tile?

Sources: [3, 6].

**Task 6.5:** How many traversing Hamiltonian cycles are there in a large 2-crossing-critical graph containing  $V_{10}$  subdivision?

Sources: [3, 6].

**Task 6.6:** Find Hamiltonian cycles of all three types in a Kochol graph of length 5.

Sources: [3, 6].

**Task 6.7:** Count Hamiltonian cycles in the large 2-crossing-critical graph  $DDdL\ DDdL\ DDdL\ DDdL\ DDdL$ .

Sources: [3, 6].

## 7 RESEARCH WORK

Exact counting and calculating Hamiltonian cycles with zigzag and flanking paths is not a trivial task. We pose the Task 7.1 as an example of how this series of tasks can result in new research discoveries. You may attempt to solve task 7.1 on your own, however the solution is published in [3]. If you are looking for uncovered ground, you may skip task 7.1 and head directly for 7.2.

**Task 7.1:** An article in preparation [3] shows counting zigzag and flanking Hamiltonian cycles. Learn how to count them. Try to draw a 2-crossing critical graph, classify it, and count Hamiltonian cycles in it.

Sources: [3].

By following these steps, you have become familiar with large 2-crossing-critical graphs. They are not trivial, but not too complex either.

**Task 7.2:** Pick your favourite graph invariant and study its behaviour on large 2-crossing-critical graphs. What is their chromatic number? What is their chromatic index? Their pathwidth? Their domination number? Etc.

Sources: [3].

## 8 REFERENCES

- [1] D. Bokal, B. Oporowski, R. B. Richter, G. Salazar, Characterizing 2-crossing-critical graphs, *Advances in Applied Mathematics* 74 (2016) 23–208.
- [2] M. Hazewinkel, *Graph Theory*. Encyclopedia of Mathematics, Springer, vol. 10, 1994.
- [3] D. Bokal, A. V. Kalamar, T. Žerak, Enjoying counting Hamiltonian cycles in 2-tiled graphs, article in preparation.
- [4] R. Diestel, *Graph Theory*. 2007, Springer.
- [5] J. A. Bondy, U. S. R. Murty, *Graph Theory With Applications*. Elsevier Science Ltd, North-Holland, 1976.
- [6] T. Žerak, Hamiltonian cycles in large 2-crossing-critical graphs (Masters thesis), in preparation.

- [7] R. J. Trudeau, Introduction to Graph Theory. Dover publications, Mineola, NY, USA, 1994.
- [8] D. Bokal, M. Bračič, M. Derňár, P. Hliněný, On Degree Properties of Crossing-Critical Families of Graphs. Di Giacomo E., Lubiw A. (eds) Graph Drawing and Network Visualization. GD 2015. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9411. Springer, Cham
- [9] H. Dudeney, Perplexities, with some easy puzzles for beginners, The Strand Magazine (1913) page 110.
- [10] Xavier University. Cited 17.5.2018.  
Available at: <http://www.cs.xu.edu/~otero/math330/kuratowski.html>.
- [11] Graph. Cited 17.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Graph\\_theory#Graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_theory#Graph).
- [12] Graph drawing. Cited 18.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Graph\\_drawing](https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_drawing).
- [13] Subgraph. Cited 24.5.2018.  
Available at:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Glossary\\_of\\_graph\\_theory\\_terms#subgraph](https://en.wikipedia.org/wiki/Glossary_of_graph_theory_terms#subgraph).
- [14] Graph path. Cited 18.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Path\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Path_graph).
- [15] Complete Graph. Cited 21.5.2018.  
Available at: <http://mathworld.wolfram.com/CompleteGraph.html>.
- [16] Bipartite graph. Cited 17.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Bipartite\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Bipartite_graph).
- [17] Complete bipartite graph. Cited 17.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Complete\\_bipartite\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Complete_bipartite_graph).
- [18] Planar graph. Cited 17.5.2018.  
Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Planar\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Planar_graph).

## **VABILO AVTORJEM**

Dianoia (grško διάνοια) po Platonu označuje vedenje, razmišljanje o modelih stvarnosti, o naravoslovno-matematičnih in tehničnih temah. Uporabljajo ga matematiki (modeliranje) in znanstveniki (formuliranje problema), inženirji (načrtovanje sistema). Opredeljuje kompetenco, proces ali rezultat diskurzivnega razmišljanja, za razliko od neposrednega razumevanja obravnavane tematike. Aristotel to vedenje naprej razdeli na teoretično (episteme) in praktično (phronesis).

Dianoia po Platonu torej označuje vmesni nivo človeškega spoznanja, prehod od intuitivnih občutkov do najglobljega spoznanja dejanskosti. Tako je idealna oznaka za objave v pričujoči reviji, ki povezujejo teoretična, znanstvena izhodišča z njihovo uporabno namembnostjo. Študentje, avtorji teh člankov, ste na prehodu od učenja k delu, od teoretičnega h konkretnemu, ki vas bo pripeljalo do kruha, do dela, s katerim boste odigrali svojo vlogo v družbi. Na tem prehodu pa poleg znanja, ki ga ponuja redno izobraževanje, potrebujete tudi izkušnje s konkretnih izzivov in mehke kompetence sodelovanja v ekipah delodajalcev, k čemur vas spodbuja in vam pri tem pomaga revija Dianoia.

V reviji bomo objavljali poljudne in strokovne članke s področja naravoslovja, matematike ali znanosti, ki uporabljajo znanja teh področij. Ciljna publika bralcev so v prvi vrsti delodajalci, ki tovrstna znanja potrebujejo in želijo izvedeti, kaj je kdo zanimivega razmislit na njihovem področju. V drugi vrsti so ciljna publika študentje, ki iščejo zamisli za svojo poklicno pot in lahko v reviji najdejo navdih za lastna raziskovanja in iskanje stikov s trgom dela.

Za kakovost izdelkov bo skrbel uredniški odbor in uredniški svet, v katerih so vrhunski strokovnjaki, povezani s področji, ki jih revija obravnava. Članki bodo anonimno recenzirani, o objavi pa na podlagi recenzije odloča uredniški odbor. Priporočljivo je, da avtorji besedilo spremenijo v skladu s priporočili recenzentov in da popravljeni članek z utemeljitvijo sprejema ali zavrnitve sprememb ponovno pošljejo v pregled. Uredništvo lahko objavo članka zavrne, če vsebinsko ali po merilih kakovosti ne ustrez standardom revije, o čemer avtorje obvestimo v najkrajšem možnem času.

S prispevkom v reviji bodo avtorji spodbujali širjenje znanja s področja naravoslovja in matematike ter tehnike oziroma izobraževanja teh področij in svoje poglede prenašali na trg dela in na prihajajoče generacije.

## **NAVODILA AVTORJEM**

Avtorje prosimo, da pri pripravi članka upoštevajo naslednja navodila.

Če je članek napisan v slovenščini, naj ima angleški prevod naslova, povzetka in ključnih besed. Veseli bomo tudi prispevkov v angleščini, ki pa morajo imeti naslov, razširjen povzetek v obsegu 300 – 400 besed in ključne besede v slovenščini. Ključnih besed naj bo do šest.

Prispevki naj bodo zanimivi za širši krog bralcev. Ključna je intuitivna predstavitev zamisli in rezultatov, podrobnosti pa lahko ostanejo prihranjene za morebitni znanstveni članek, ki bi bil nadgradnja članka, objavljenega v reviji Dianoia.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (avtorjev) in sedež ustanove, kjer avtor(ji) dela(jo). Sledi naj povzetek, z največ 150 besedami, seznam ključnih besed in besedilo, ki ne presega 3000 besed. Besedilo naj bo zapisano v urejevalniku besedil MS Word 2010 oz. kasnejši ali LaTeX in naj uporablja objavljeno predlogo. Slike in tabele morajo biti oštevilčene in imeti natančen opis, da jih lahko razumemo brez preostalega besedila. Slike v elektronski obliki naj bodo visoke kakovosti v formatu PNG ali JPEG.

Prispevek v PDF obliki pošljite na naslov [dianoia@um.si](mailto:dianoia@um.si) z zadevo: »Za revijo Dianoia«. Če bo sprejet v objavo, vas bomo prosili za izvorno obliko prispevka.