



Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje
in matematiko



D I A N O I A

REVIIJA ZA UPORABO NARAVOSLOVNO-MATEMATIČNIH ZNANOSTI

ISSN	2536-3565
Naslov publikacije/Title	DIANOIA , revija za uporabo naravoslovnih in matematičnih znanosti DIANOIA , journal for applications of natural and mathematical sciences
Letnik/Volume	1
Leto/Year	2017
Številka/Number	1
Založnik in izdajatelj/ Published & Issued by	Univerzitetna založba Univerze v Mariboru, Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija
Uredništvo/Editorial board	<i>odgovorni urednik/editor in chief</i> Mitja Slavinec <i>glavni urednik/executive editor</i> Drago Bokal <i>izvršna urednica/managing editor</i> Tanja Gologranc <i>urednici za področje biologije/editors for biological sciences</i> Nina Šajna, Sonja Škornik <i>urednik za področje didaktike/editor for didactical sciences</i> Samo Repolusk <i>urednika za področje fizike/editors for physical sciences</i> Robert Repnik, Aleš Fajmut <i>urednika za področje matematike/editors for mathematical sciences</i> Igor Pesek, Janja Jerebic <i>urednik za področje tehnike/editor for technical sciences</i> Mateja Ploj Vrtič <i>tehnična urednica/technical editor</i> Amadeja Bratuša
Mednarodni uredniški svet/ International advisory board	Igor Emri (Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani, član SAZU), Matej Brešar (FNM, član SAZU), Sergey Pasechnik (Državna fakulteta v Moskvi), Vlad Popa-Nita (Fakulteta za fiziko Univerze v Bukarešti), Blaž Zmazek (FNM), Samo Kralj (FNM), Franci Janžekovič (FNM), Nataša Vaupotič (FNM), Mitja Kaligarič (FNM), Boris Aberšek (FNM), Andrej Šorgo (FNM), Bojan Mohar (Simon Fraser University, Vancouver), Matjaž Perc (FNM), Ivica Aviani (Naravoslovno matematična fakulteta Split), Fahriye Altınay (Univerza v Nikoziji), Andreas M. Hinz (Univerza Ludwig-Maximilians, München)
Oblikovanje/Design	Amadeja Bratuša
Lektoriranje/Proofreading	Ljudmila Bokal
Sedež uredništva/Address	FNM UM, Koroška cesta 160, 2000 Maribor
e-mail	dianoia@um.si
internet/web	www.fnm.um.si
Tisk/Printed by	FNM UM
Leto izida/Year	2017
Datum natisa/Published	2017
Naklada/Nr. of Copies	100 izvodov

Revija izhaja dvakrat letno, predvidoma aprila in septembra.

Kazalo

Mitja Slavinec Dodaten kamen k zakladnici znanja	4
Drago Bokal Reviji Dianoia na pot	5
Amadeja Bratuša Optimizacija delovanja pakirnega stroja	8
Tadej Žerak, Lea Zajc Algoritem za iskanje dobitkov na spletnih igralnih avtomatih	14
Darja Zlodej, Drago Bokal Optimalno zaporedje investicij v energetska prenova stavb	22
Sabina Šmigoc, Drago Bokal, Milena Delčnjak, Andreja Veber Horvat, Žiga Povalej Napovedovanje izgub električne energije v Slovenskem distribucijskem omrežju	28
Janez Dolšak Dodeljevanje frekvenčnih kanalov v brezžičnem lokalnem omrežju (WiFi)	35

Dodaten kamen k zakladnici znanja

Po desetih letih bogate publicistične dejavnosti na Fakulteti za naravoslovje in matematiko je dozorel čas, da luč sveta zagleda tudi prva številka fakultetne revije. Fakulteta je formalno sicer mlada, vendar imamo eno najdaljših tradicij na naši univerzi. Dolgoletne tradicije pa ne dojemamo zgolj kot nekaj, s čimer se lahko pohvalimo, temveč iz nje črpamo navdih in ideje. Tako lahko vsaj na simbolni ravni revijo *Dianoia* razumemo tudi kot naslednico *Znanstvene revije* za katero smo mnogi pisali še v času naše skupne Pedagoške fakultete.

V akademski sferi je revija eden tistih delov mozaika, ki pomembno krasi in dopolnjuje celotno sliko. Sliko Fakultete za naravoslovje in matematiko in s tem tudi Univerze v Mariboru.

Odločitev za revijo mora biti dobro načrtovana in odgovorna. Med drugim smo se za zahtevno delo odločili zato, da tudi na ta način poudarimo eno izmed naših specifik, to je zgodnje vključevanje študentk in študentov v raziskovalno delo. Z revijo jim dodatno širimo ustvarjalno okolje v katerem študirajo, hkrati pa ustvarjamo prostor, v katerem bodo lahko svoja dognanja in raziskovalne rezultate predstavili širši strokovni javnosti.

Dianoia je prvenstveno namenjena študentom, s čimer ponovno orjemo eno od ledin v našem okolju, še posebej na področju naravoslovja in matematike. Že iz naslovnice je razvidno, da je ambicija revije veliko širša od formalnih študijskih področij, ki jih gojimo na naši fakulteti. S tem želimo poudariti strokovno in tudi siceršnjo povezanost naših oddelkov in interdisciplinarno zastavljenost programov, ki svojo aplikativno vrednost dodajajo tudi marsikateri drugi vedi ali znanosti. To je tudi ena največjih dodanih vrednosti, ki jih zagotavljamo našim študentom. Študentom, ki so vsak na svojem področju že prispevali k svetovni zakladnici znanja, preko *Dianoie*, še posebej njene elektronske izdaje, pa bo to znanje postalo tudi širše dostopno in trajno shranjeno.

Želim, da si bo revija iz leta v leto utrjevala svoje mesto in vpliv. To bo možno le ob širokem krogu sodelavcev in avtorjev. Vse, ki vam je revija blizu, vabim, da jo vzamete za svojo in se nam pridružite. Vam, ki ste verjeli v idejo in jo z izidom prve številke tudi uresničili, pa se iskreno zahvaljujem za vložen trud, znanje in pripravljenost sodelovati pri rojstvu naše revije, kateri želim srečno in uspešno nadaljnjo pot.

Mitja Slavinec

Reviji Dianoia na pot / Farewell, first issue of Dianoia

Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Plantaže v Dolini smrti? Vsak, ki je že slišal za to kalifornijsko puščavo, bo zmaljal z glavo. A dolina smrti je tudi prispodoba za fenomen, poznan pri prenosu znanja med bazičnimi raziskavami in delujočimi, uporabnimi rešitvami [1]. Lestvico za merjenje napredka znanja od njegovega odkritja do njegove uporabe je razvila vesoljska agencija NASA [2], za naše potrebe pa je bolj zanimiva prilagoditev, ki jo uporablja Evropska komisija pri vrednotenju rezultatov projektov raziskovalno-razvojnih projektov iz okvirnega programa Horizont 2020 [3]. Poglejmo si napredek znanja po teh lestvicah na primeru.

Novo znanje se poraja v obliki bazičnih raziskav na prvi stopnji zrelosti tehnologije, npr. kot izrek o maksimalnih prirejanjih v dvodelnih grafih. Na drugi stopnji zrelosti tehnologije se oblikujejo tehnološki koncepti, npr. iz eksistenčnega izreka nastane konstruktivni izrek, algoritem za iskanje takega prirejanja, zapisan v psevdokodi. Sledi eksperimentalna potrditev delovanja koncepta, kar bi ustrezalo implementaciji algoritma, ki jo ob odkritju izdelamo za preverjanje njegove učinkovitosti, pri pouku pa tako implementacijo študent pripravi za domačo nalogo. Četrta stopnja zrelosti tehnologije predstavlja potrditev delovanja tehnologije v laboratoriju, kar bi ustrezalo implementaciji algoritma v nekem okolju za računanje z grafi, npr. SAGE ali Mathematica. Peto stopnjo predstavlja potrditev delovanja tehnologije v relevantnem okolju, npr. v knjižnici, ki se uporabi na porazdeljenih brezžičnih senzorjih za iskanje optimalnega usmerjanja paketov [4]. Šesta stopnja zrelosti tehnologije pa že pomeni demonstrativno uporabo v relevantnem okolju: dejansko izdelani senzorji se razporedijo po ciljnem poligonu in uporabijo algoritem za komunikacijo med seboj. V sedmi stopnji tehnološke zrelosti se znanje uporabi kot prototip celovitega sistema: senzorji se ne le testno povežejo in preverijo komunikacijo, ampak na osrednjem strežniku tudi spremljamo podatke, ki jih senzorji pošiljajo prek vzpostavljenega omrežja v ciljni informacijski sistem. V osmi stopnji je ta celoviti sistem dokončan, popoln: informacijski sistem te podatke tudi obdeluje in uporabniku prikazuje dejansko stanje, ki so ga senzorji zaznali na terenu. Končna, deveta stopnja zrelosti tehnologije nastopi, ko se sistem uporablja kot delujoča storitev. Konkretni primer: lastniku polja se poroča o potrebnih posegih na polju, npr. namakanju.

Na Fakulteti za naravoslovje in matematiko smo v desetih letih od ustanovitve izkazali svetovno prepoznavnost z raziskovalno odličnostjo pri odkrivanju novih, bazičnih znanj, ki pa segajo le do tretje, redko četrte stopnje zrelosti tehnologij. Ob tem se zavedamo,

da delovna mesta za naše študente, ki se bodo zaposlili zunaj akademske in pedagoške sfere, nastopajo na stopnjah zrelosti tehnologij sedem in več. In tu nastane vrzel – prej omenjena dolina smrti – dveh, treh stopenj srednje zrelosti tehnologij, ki jo zaznavajo pri uporabi akademskega znanja po vsem svetu, ko znanje za raziskovalce ni več zanimivo, saj je treba rešiti le še “trivialne tehnične probleme”, ni pa še zanimivo za poslovneže, saj “ta tehnologija še ni rešila nobenega problema”. Študentje ste tisti, ki prehajate med tema dvema svetovoma in lahko znanje, prejeta na nižjih stopnjah zrelosti tehnologij, prenašate preko omenjene doline smrti do njegovih uporabnikov, obenem pa lahko raziskovalce, ki z njimi redkeje pridemo v neposredni stik, seznanite s problemi, pri katerih se uporablja znanje, ki smo ga odkrili.

V tem kontekstu Dianoia predstavlja akvadukt. Akvadukt med raziskovalci, študenti in delodajalci, – medij, v katerem študentje predstavljajo uporabo svojega znanja na izzivih delodajalcev, – periskop, s katerim bomo odkrivali strokovne aplikacije naših znanstvenih konceptov. Po Platonovo, tisti vmesni stadij človeškega spoznanja, ko smo naredili dober model, kip, ki je resničnejši od senc – naših občutkov o dejanskem, a obenem še ni dejanskost sama, ni končno spoznanje, h kateremu stremimo.

S tem akvaduktom se skuša naša fakulteta v skladu s svojo vizijo in poslanstvom [5] vpeti v regionalno in nacionalno okolje, skuša biti aktiven deležnik pri soustvarjanju slovenskega gospodarskega prostora z vzgojo akademsko vrhunskih, tehnološko pismenih, pa tudi odgovornih posameznikov, ki bodo lahko odigrali svojo vlogo v družbi znanja, ki jo v Sloveniji in Evropski uniji gradimo. Več znanja, kot se ga bo preneslo preko Dianoie med viri izzivov in viri znanja, bolj bomo razumeli vlogo naše mlade fakultete v njenem domačem in mednarodnem okolju, bolj bomo znali drug drugemu pojasniti smisel našega delovanja – smisel, ki je po sodobnih psiholoških dognanjih [6, 7] temelj tako posameznikovega kot družbenega uspeha. Več vode, kot bo steklo čez ta akvadukt, bolj bo dolina smrti pod njim lahko zelenela. In morda bomo nekega dne odkrili, da družba znanja vidi v tej dolini tudi priložnost za plantažo. Zakaj to ni utopija? Ker se ne borimo proti naravnim vremenskim fenomenom, ampak poskušamo preseči sociološko pogojene razlike med dvema soodvisnima družbenima skupinama, akademsko sfero in delodajalci naših študentov, katerih matematični model je igra z neničelno vsoto [8].

Vsi študentje, tako tisti, ki boste preko mosta odšli v smeri uporabe pridobljenega znanja, kot tisti, ki boste znotraj akademske sfere znanje odkrivali in posredovali bodočim generacijam naravoslovcev in matematikov, pa ste prijazno vabljeni, da v reviji objavite svoje izkušnje z uporabo naravoslovno-matematičnega znanja, pridobljene pri študijskih dejavnostih ali zunaj njih. K sodelovanju pa vabimo tudi uporabnike našega znanja: poleg izdelanih rešitev, kot jih objavljamo v pričujoči številki, bodo dobrodošli tudi krajši prispevki, ki vsebujejo zgolj kratko predstavitev izziva, s katerim se lahko spoprimejo študentje.

Summary

Plantations in the Death Valley? Anyone briefly familiar with this Californian desert would just scornfully shrug his shoulders. But the valley of death is also a metaphor for the phenomenon, familiar to practitioners of knowledge transfer from low to high technology readiness levels [1]. The technology readiness scale was developed by NASA [2]; we, however, are more familiar with the version adopted by the European Commission for evaluation of results of R&D projects within the Horizon 2020 framework [3].

In our first decade since 2006, Faculty of Natural Sciences and Mathematics has established worldwide reputation in research excellency discovering new basic knowledge. However, this knowledge reaches only till third, seldom fourth technology readiness level. Yet the workplaces of our students who seek employment outside academic and pedagogical institutions lie at technology readiness levels seven and more. And here comes the gap – the aforementioned valley of death – of two, three medium technology readiness levels, which has been observed when applying basic knowledge all over the world; the gap, grounded in the perspective of academics, that “now only the trivial technical problems need to be solved” and perspective of businesses that “this technology has not solved any problems yet.” The students are those who bridge this technology gap and can bring the knowledge, acquired at low levels, over the valley of death to its applications at higher technology readiness levels. While doing so, you can make the researchers, who seldom cross the valley, familiar with challenges that may benefit from our research.

In this context, Dianoia is an aqueduct. Aqueduct bridging researchers, students and employers, – a medium for students to present their knowledge on challenges of potential employers, – a periscope for researchers to discover business and NGO applications of our scientific concepts and methodologies. As by Plato, Dianoia is the intermediate way of comprehending our reality, the state in which our model – a statue we use to represent the reality – is truer than its shadow – our feelings, impressions, and beliefs – but is not yet the final understanding of reality, to which we aspire.

The more water would flow over this aqueduct, the greener the valley of death can become, the better will we become in understanding the meaning of our activities – the meaning, which by contemporary psychological research [6, 7] provides the fundament for both individual and societal success. Why is this not an utopia? Because we are not fighting a natural, physical, chemical, biological law, but trying to bridge a culturally established difference between two interdependent social groups, academic sphere and employers of our students, the mathematical model of which is a non-zero-sum game [8].

Literatura

- [1] M. Butter, N. Fischer, G. Gijberts, C. Hartmann, M. de Heide, F. van der Zee, Horizon 2020: Key Enabling Technologies (KETs), Booster for European Leadership in the Manufacturing Sector, Directorate General for Internal Policies, Policy Department A: Economic and Scientific Policy, European Parliament, Brussels, October 2014.
- [2] Technology Readiness Level, objavljeno 28. 10. 2012, dostopano 27.03.2017.
https://www.nasa.gov/directorates/heo/scan/engineering/technology/txt_accordion1.html.
- [3] G. Technology Readiness Levels, dostopano 27. 03. 2017.
https://ec.europa.eu/research/participants/data/ref/h2020/wp/2014_2015/annexes/h2020-wp1415-annex-g-tr1.en.pdf
- [4] D. Bokal, B. Brešar, J. Jerebic. A generalization of Hungarian method and Hall’s theorem with applications in wireless sensor networks. *Discrete appl. math.*, 160 (2012) 460–470.1
- [5] Fakulteta za naravoslovje in matematiko. Vizija fakultete. Poslanstvo fakultete. Dostopano 27. 03. 2017.
http://www.fnm.um.si/index.php?option=com_content&view=article&id=1&Itemid=2&lang=sl.
- [6] A. Duckworth, *Grit: The Power of Passion and Perseverance*. Scribner, New York, 2016.
- [7] M. Csikszentmihalyi, *Good Business: Leadership, Flow, and the Making of Meaning*, Penguin Putnam Inc., New York, 2003.
- [8] R. Wright, *Nonzero, the logic of human destiny*. Vintage Books, New York, 2000.

Optimizacija delovanja pakirnega stroja

Amadeja Bratuša

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

Analiza poslovnega procesa podjetja Pfeifer & Langen je pokazala, da imajo zastoji v procesu pakiranja velik vpliv na poslovanje podjetja. Glavni cilj prispevka je poiskati optimalno rešitev za organizacijo dela v pakirnici in za samo delovanje pakirnega stroja. Članek obravnava enostavno rešitev, odločitveno drevo, ki skrbniku stroja pomaga pri zmanjšanju števila zastojev in njihovega trajanja. Osredotočili smo se na menjavo role papirja pri pakiranju, saj smo ugotovili, da ti zastoji predstavljajo največje izgube časa, denarja in tudi surovin, ki so potrebne za pakiranje sladkorja.

Končno rešitev predstavlja odločitveno drevo, ki ga za potrebe informatizacije procesa odločanja implementiramo v jeziku C++, uporabniku najbolj prilagojena pa je predstavitev v obliki razpredelnice, iz katere z enostavnim pregledom parametrov izvede optimalno odločitev.

Ključne besede: Optimizacija delovnih procesov, odločitveno drevo.

Math. Subj. Class.: 80M50, 00A71

1 Uvod

Podjetje, ki je sodelovalo pri prispevku, se imenuje Pfeifer & Langen s sedežem v Ormožu. Lastnik in ustanovitelj podjetja je nemška korporacija Pfeifer & Langen. Glavna poslovna dejavnost družbe je pakiranje, distribucija in prodaja sladkorja v Sloveniji in drugih bližnjih državah Evrope. Podjetje ima v lasti dva silosa, pakirnico in dve skladišči sladkorja. V Sloveniji se sladkor ne proizvaja, ampak se uvaža iz drugih evropskih držav. Ko se sladkor dostavi do tovarne, se presipa v silose, od tam pa nadaljuje pot v pakirnico.

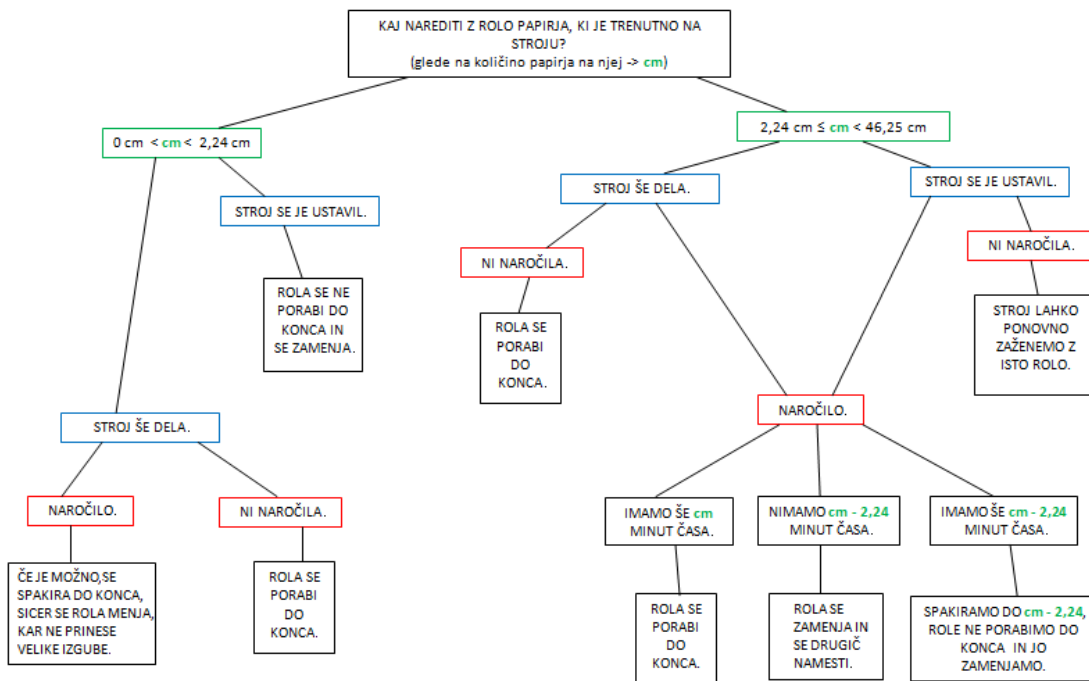
Cilj je izdelati model poslovnega procesa, ki bo omogočal spremljanje izgub zaradi zastojev na pakirnih strojih in nato izdelani model uporabiti pri razrešitvi vsaj enega od vzrokov za zastoje in vrednotenju razrešitve tega problema ter s tem ilustrirati in konkretizirati uporabnost modela poslovnega procesa.

Oba cilja sta uspešno dosežena. Izdelani model je uporabljen pri izračunu optimalnih odločitev ob zaključku uporabe ene role papirja, ki ga predstavimo v tem prispevku. Uporabnik na podlagi debeline preostanka role s pomočjo odločitvenega modela odloči, ali bo rolo porabil do konca, jo bo zamenjal in shranil, ali zavrgetel majhen preostanek. Odločitveni model je predstavljen kot odločitveno drevo ter kot algoritem v C++, uporaben pri informatizaciji tega odločanja. Najbolj primerna se je trenutnemu poslovnemu procesu izkazala predstavitev modela v strukturirani razpredelnici, ki skrbniku pakirnega stroja po preprosti meritvi in glede na stanje stroja in naročil pove, ali je ob ustavitvi stroja oziroma ob zaključku pakirnega naročila smiselno rolo zamenjati ali ne. Mejne debeline pri tem odločanju so izračunane tako, da je stroj čim manj zaustavljen (izpad delovanja stroja prinaša podjetju največje relativne izgube), obenem pa je izmet neporabljenih rol čim manjši.

2 Koraki reševanja problema

Iz začetnih podatkov pridemo do rešitve z uporabo algoritma in s pomočjo njegove rešitve zapišemo načrt poteka dela v pakirnici. Pri tem problemu gre za več različnih zastojev, ki podjetju prinašajo izgubo časa in denarja. Razlogi za zastoje so: v stroju zmanjka lepila, detektor kovin zazna nepravilnosti v paketu sladkorja, prepolni paketi – težave s tehtnico, napačno štetje paketov, sprememba naročila – nujna potreba po sladkorju za neko stranko, menjava role že potiskanega papirja za določenega naročnika ter čiščenje stroja. Pri pisanju algoritma se osredotočimo na menjavo role papirja pri pakiranju, saj iz dobljenih podatkov izhaja, da ti zastoji predstavljajo največje izgube.

Model je bil implemetiran v C++ za potrebe morebitne integracije v uporabnikov informacijski sistem, za najbolj neposredno uporabno pa se je izkazala razpredelnica, predstavljena ob koncu sestavka. Glede na algoritem je narejen še diagram njegovega poteka, tako da delavci v pakirnici lažje razumejo potek dela.



Slika 1: Slika prikazuje diagram odločanja ob menjavi role papirja glede na stanje stroja (ustavljen, deluje).

3 Izračuni in podatki, uporabljeni v samem poteku delovanja algoritma

Oznake in podatki:

- cm – polmer papirja na roli,
- M – čas v minutah, ki je potreben za menjavo role,
- m – meja v kilogramih papirja, do katere ni koristno role ponovno uporabiti,
- $meja$ – meja v centimetrih, do katere ni koristno role ponovno uporabiti,
- v 1 minuti se porabi 1 kg papirja, torej označimo $min = kg$,
- 1 paket sladkorja prodajo za 0,44 EUR,
- 1 kg papirja stane 1,5 EUR,
- na eni roli je 200 kg papirja,
- pri zagonu je 30 g papirja izmeta, kar prinese 0,045 EUR stroškov,
- za pretvorbo centimetrov v kilograme privzamemo to poenostavitev problema:

$$kg = \frac{cm * 200kg}{46,25cm}.$$

V luči snovalskega razmišljanja za doseganje cilja prve delujoče rešitve in vzorčenja izkušenj njene uporabe problem poenostavimo tako, da je poraba papirja na roli (v kg) sorazmerna z debelino (v cm). Natančnejšo obravnavo tega odnosa prepustimo zainteresiranemu bralcu oz. kasnejši obravnavi, ko bo preverjen proces uporabe izdelanega prototipa rešitve.

Izračun prihranka v EUR, v primeru, da se rola lahko ponovno uporabi:

$$D_1 = (min - M) * 100 * 0,44 + kg * 100 * 0,44 - M * 100 * 0,44 - 2 * 0,045$$

Od minut, ki bi jih porabili za nemoteno pakiranje teh cm papirja, odštejemo M , ki ga porabimo za menjavo role, in to pomnožimo s 100, da dobimo *število paketov*, ter z 0,44, da dobimo ceno teh paketov. Prištejemo še prihranek, ki ga dobimo, če ponovno uporabimo rolo, ki nam je prejšnjič ostala, in odštejemo izgubo zaradi menjave te role ter dvokratni izmet pri zagonu – menjava role in ponovna namestitev druge role.

Izračun prihranka v EUR, v primeru, da neporabljeno rolo zavržemo

$$D_2 = (min - M) * 100 * 0,44 - kg * 1,5 - 0,045$$

Od minut, ki bi jih porabili za nemoteno pakiranje teh cm papirja, odštejemo M , ki ga porabimo za menjavo role, in to pomnožimo s 100, da dobimo *število paketov*, ter z 0,44, da dobimo ceno teh paketov. Odštejemo tudi ceno papirja na roli, ki se več ne da uporabiti, ter ceno papirja, ki ga zavržemo zaradi izmeta pri naslednjem zagonu.

Izračunamo, DO katere meje v kg se role ne splača ponovno uporabiti:

$$D_2 < D_1$$

$$(min - M) * 100 * 0,44 - kg * 1,5 - 0,045 < (min - M) * 100 * 0,44 + \\ + kg * 100 * 0,44 - M * 100 * 0,44 + 2 * 0,045$$

$$M * 100 * 0,44 + 2 * 0,045 - 0,045 < kg * 100 * 0,44 + kg * 1,5$$

$$M * 100 * 0,44 + 0,045 < kg * (100 * 0,44 + 1,5)$$

$$\frac{M * 100 * 0,44 + 0,045}{100 * 0,44 + 1,5} < kg$$

Če na roli ostane več ali enako od *cm* papirja, je koristno rolo ponovno uporabiti. Naj bo:

$$m = \frac{M * 100 * 0,44 + 0,045}{100 * 0,44 + 1,5}$$

Če je *cm* enak 0 ali 46,25, se ni smiselno spraševati, kaj narediti s to rolo.

Čas, ki ga porabimo za menjavo role, zagon in ustavitev stroja je 10 min.

Glede na enačbo $m = \frac{M * 100 * 0,44 + 0,045}{100 * 0,44 + 1,5}$ izračunamo mejo kilogramov papirja, nad katero je koristno rolo papirja ponovno uporabiti. Za mejo tako dobimo 9,67 kg.

Rola papirja, ki tehta 200 kg, je premera 1 m, premer papirja, ovitega na roli pa 46,25 cm.

$$\frac{9,67kg * 46,25cm}{200kg} = 2,24cm$$

Iz tega izračuna sledi, da mora na roli biti več kot 2,24 cm, kar pomeni 9,67 kg papirja, da se izplača rolo ponovno uporabiti.

Izračun za konkretne vhodne podatke:

Najprej izračunamo mejo:

$meja = \frac{10 * 100 * 0,44 + 0,045}{100 * 0,44 + 1,5} = 9,680$ kg, kar je, pretvorjeno v centimetre, enako 2,24 cm.

cm so večji od meje, stroj je še v pogonu in nismo prejeli novega naročila, zato lahko ponovno zaženemo z isto rolo papirja.

4 Analiza rešitev

Algoritem nam tako pri ustreznih vhodnih podatkih pove, kako pri pakiranju ravnati z rolo papirja. Predpostavke vhodnih podatkov so naslovljene:

- količina papirja na roli: $(0, 46.25]$,
- čas menjave role papirja: $(0, 10]$,
- čas, ki ga imajo delavci še na voljo do konca izmene ali do naslednjega urgentnega naročila: $(0, 480]$,
- podatek o delovanju stroja: stroj deluje (vstavimo 1) ali ne deluje (vstavimo 0),
- podatki o novem naročilu: prejeli so novo naročilo, urgentno za drugo stranko (vstavimo 1) ali niso prejeli novega naročila (vstavimo 0).

S pomočjo rezultatov algoritma lahko naredimo načrt dela in zmanjšamo trajanje zastojev ter stroške, ki z njimi nastanejo. Podatki in rešitve so realni, ob upoštevanju prej omenjenih poenostavitve problema, saj so v samem algoritmu postavljene meje (upoštevane so predpostavke), da se zagotovi ustreznost vseh podatkov. Če se uporabijo neustrezni podatki, nam algoritem vrne, da so podatki neveljavni. Rešitve se seveda spreminjajo s spremembo vhodnih podatkov, kot nam prikazuje slika 1.

Tukaj pa so še dejavniki, na katere ni moč vplivati, in zato prinašajo nove priložnosti za izboljšavo algoritma. Razlogi za to so: omejitve na kilogramsko pakiranje in na eno vrsto pakirnega papirja, uspešnost uporabe rezultatov je odvisna od učinkovitosti delavcev, dinamike naročil in možnih okvar pakirnega stroja.

5 Mnenje uporabnikov

Podjetje problem zelo težko rešuje zaradi naročil kupcev, ki se iz dneva v dan spreminjajo. Tako poskušajo reševati težavo z vsakodnevnim dogovarjanjem, za katero blagovno znamko bodo pakirali, kar pa seveda ni nujno optimalno. Ker morajo imeti za določenega kupca takšno količino sladkorja, kot ga zahteva, ga poskušajo pakirati tako, da ga imajo nekaj na zalogi.

Rešitev je bila predstavljena vodji proizvodnje in tudi delavcem v pakirnici. Predvsem njim se zdi rešitev uporabna in lahko razumljiva. Opisana in prikazana je v obliki diagrama in tabele, vendar so se odločili, da bi v pakirnici raje uporabili tabelo, saj jim je bila na prvi pogled lažje razumljiva in enostavnejša od diagrama. To nam kot snovalcem rešitve pove, da je ne glede na kompleksnost modela treba biti pozoren tudi na masnost in učinkovitost uporabe in interpretiranja končnih rešitev, in tej jasnosti v našem primeru najbolj sledi omenjena razpredelnica. Zdi se jim pomembno, da je problem osredotočen predvsem na rolo papirja, saj ravno pri zamenjavah rol nastaja največ izgub papirja in časa ter posledično denarja.

Preostanek papirja na roli	Stroj deluje	naročilo	Preostali čas v min	Kaj narediti z rolo	
0 < cm < 2,24 cm	DA	DA	/	Če je mogoče se spakira do konca. Če pa se menja, pa ni velike izgube.	
		NE	/	Se porabi do konca.	
	NE	/	/	Se ne porabi do konca in se zamenja.	
2,24 cm ≤ cm ≤ 46,25 cm	DA	DA	cm	Rola se porabi do konca.	
			cm-2,24 cm	Spakiramo do cm-2,24cm, role ne porabimo do konca in jo zamenjamo.	
			manj kot cm - 2,24 cm	Rola se zamenja in se naslednjič ponovno uporabi.	
	NE	DA	NE	/	Rola se porabi do konca.
			cm	Rola se porabi do konca.	
				cm-2,24 cm	Spakiramo do cm-2,24cm, role ne porabimo do konca in jo zamenjamo.
				manj kot cm - 2,24 cm	Rola se zamenja in se naslednjič ponovno uporabi.
NE	NE	/	Stroj lahko zaženemo z isto rolo.		

Slika 2: Slika tabele, predstavljena delavcem.

Literatura

- [1] A. Bratuša, A. Fürst, B. Djačkaj, T. Marčec: Optimizacija delovanja pakirnega stroja (Seminarska naloga), 2015.
- [2] Pfeifer & Langen: Letno poročilo podjetja Pfeifer & Langen d.o.o., 2014.
- [3] Pfeifer & Langen: Analiza sprejema sladkorja, jesen 2014.
- [4] Pfeifer & Langen: Pregled zastojev, 2014.
- [5] Pfeifer & Langen: Efektivnost pakirnega stroja in porabe repromaterialov, 2014.
- [6] Pfeifer & Langen: Letni stroški pakirnega stroja, 2014.
- [7] Pfeifer & Langen: Porabe papirja po blagovnih znamkah, 2014.
- [8] Mladi podjetnik, dostopano 4.5.2015.
<http://mladipodjetnik.si/podjetniski-koticek/racunovodstvo/kako-je-sestavljena-placa>
- [9] Ministrstvo za notranje zadeve RS, dostopano 4.5.2015.
http://www.mnz.gov.si/si/mnz_za_vas/osebni_in_tajni_podatki/emso/

Algoritem za iskanje dobitkov na elektronskih igralnih avtomatih

Tadej Žerak, Lea Zajc

Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru, Slovenija

Povzetek

Elektronski igralni avtomati so igre na srečo, katerih cilj je dobiti čim več zaporednih znakov na aktivnih linijah. Le-te so vnaprej definirane v matriki simbolov. Iskanje zaporedij oz. več ponovitev znakov v matriki je NP-težek problem, zato je cilj razviti algoritem za iskanje dobitkov z minimalno časovno zahtevnostjo. V članku so opisani že obstoječi modeli reševanja takega problema in vpeljava dreves. Ključni prispevek pa je nov algoritem za iskanje dobitnih vrst. Predstavljena je uporaba in analiza algoritma na konkretnem problemu.

Ključne besede: Teorija grafov, algoritmi, igralni avtomati

Math. Subj. Class.: 05C85, 68R10, 90C35

1 Uvod

1.1 Opis in pravila vrtilnih iger

Pri vrtilnih igrah gre za igro na srečo, katere osnovne komponente so; **Vrtljaj** – en vrtljaj v igri, **jermen** – navidezen trak, na katerem so poljubno nanizani simboli in se pri vrtljaju vrtili, uporabnik ga vidi kot stolpec na zaslonu, **vrsta** – vsaka možna kombinacija parov, pri kateri je vsak par iz svojega jermena, **dobitna vrsta** – vrsta, na kateri se morajo simboli razvrstiti v vnaprej določenem vrstnem redu, da se izplača dobiček, **aktivna vrsta** – dobitna vrsta, na katero je uporabnik stavil, dobitki se preverjajo le na teh vrstah. Cilj igre je dobiti čim več zaporednih znakov v neki dobitni vrsti, višina dobitka pa se izračuna glede na to, kateri simboli so se pojavili na dobitnih vrstah. Pogosto igre ponujajo dodaten t. i. joker simbol, ki nadomesti kateri koli simbol in poveča verjetnost dobitka. Več podrobnosti o elektronskih igrah najdete na spletnih straneh [5, 6].

Za izračun dobitkov se vrste preverjajo od leve proti desni ali od desne proti levi ali pa kar oboje. Da se vrsta šteje kot dobitna, so na njej potrebne ponovitve vsaj dveh enakih simbolov. Preverjanje dobitkov poteka na strežniku, pri čemer se z množičnim hkratnim obiskom igre hitrost preverjanja zmanjša, rezultat pa so razočarani uporabniki. Snovalci iger tako težijo k razvijanju algoritma za iskanje dobitkov z minimalno časovno zahtevnostjo. Več o delovanju algoritmov, ki potekajo v mehanskih slot igralnih avtomatih, najdete v [3, 4]. To je dober uvod v razumevanje, a h končnemu izdelku ne prispeva veliko. Znano je, da mnoga podjetja svoje iskalne algoritme skrivajo, kar pa pomeni, da če ga je kako podjetje izdelalo, najverjetneje ne bo objavljen v javnem članku ali knjigi.

2 Obstoječi model: metoda surove sile

Že obstoječi model za reševanje iskanja kombinacij vsebuje algoritem na podlagi metode surove sile. Taka metoda preveri vse možne kombinacije, ki bi se lahko pojavile pri enem vrtljaju. Uporablja jo večina podjetij, ki se ukvarjajo s programiranjem elektronskih vrtilnih iger. Ni prostorsko potratna, saj ne potrebuje novih struktur, ki bi pripomogle k iskanju kombinacij, torej išče le z matriko, v kateri se shrani postavitev simbolov pri vrtljaju. Problem je časovna zahtevnost, saj se vsaka dobitna vrsta preverja posebej. Ker se lahko več dobitnih vrst ujema v začetnih znakih, obstajajo hitrejše rešitve problema. Na primer, če v eni dobitni vrsti ni ujemanja v začetnem znaku, potem je nesmiselno preverjati dobitno vrsto z enakim začetnim znakom. Več o metodi surove sile in sestopanju, ki se najpogosteje uporabljata za iskanje dobitkov na elektronskih igralnih avtomatih, lahko najdete v [1, 2].

3 Izboljšava: deli in vladaj z več drevesi preverjanja

Že uporabljena metoda surove sile za iskanje dobitkov nakazuje, da je za izboljšavo časovne zahtevnosti potrebno aktivne vrste preverjati po skupinah. Ker se vsaka dobitna vrsta začne v vrstici 1, 2 ali 3, jih lahko razvrstimo v tri skupine. Vsako polje v matriki izpisa se lahko predstavi kot vozlišče drevesa, ki ima največ toliko otrok, kot je vrstic v matriki. Zaradi tega lahko pred začetkom igre zgradimo toliko dreves, kot je na voljo aktivnih vrst. Drevesa so treh oblik; koren prve oblike je polje v prvi vrstici in prvem stolpcu matrike, koren druge oblike je polje v drugi vrstici in prvem stolpcu matrike, koren tretje oblike pa polje v tretji vrstici in prvem stolpcu matrike izpisa. V vsako vozlišče drevesa se shrani podatek o vrstici in stolpcu, kjer se nahaja v matriki, shranijo pa se tudi vektor aktivnih vrst, ki gredo čez to vozlišče, in kazalci na otroke, ki vsebujejo enake aktivne vrste. Drevo se zgradi na naslednji način:

Algoritem 1 Izgradnja drevesa, prvi del

Result: koreni dreves

ustvari korensko vozlišče;

korensko vozlišče.globina = 0;

dodaj vse dobitne vrste (polja dolžine n , z indeksom id) v vektor *Razdeli*;

for $i = 0; i < \text{Razdeli.size}(); i++$ **do**

if $id.\text{Razdeli}[i] < \text{steviloActivePaylines} \ \& \ \text{Razdeli}[i]$ se začne v i **then**
 | dodaj dobitno vrsto $\text{Razdeli}[i]$ v vozlišče.Paylines ;
 end

end

ustvari vrsto *Obdelaj*, v njo dodaj korensko vozlišče;

Za vsako drevo se najprej ustvari korensko vozlišče na globini 0 oz. v prvem stolpcu matrike. V vektor *Razdeli* se shranijo vse vrste trenutne igre. Preveri se, katere vrste so aktivne in potekajo čez trenutno korensko vozlišče. Take dodamo v vektor korenskega vozlišča, ki shranjuje podatek o aktivnih vrstah, v katerih je trenutno zajeto vozlišče.

Algoritem 2 Izgradnja drevesa, drugi del**Result:** drevesa

```

while Obdelaj  $\neq \emptyset$  do
  vozlišče v = Obdelaj.pop();
  if v.globina < n then
    | ustvari otroke vozlišča v z globino v.globina + 1;
  end
  for payline p  $\in$  v.Razdeli do
    | izbriši p iz v.Razdeli;
    | if p.dolžina > 1 then
      | za vsak otrok u od v dodaj ustrezen p.subArray(1, end) v u.Razdeli;
    | end
  end
  dodaj otroke od v v vrsto Obdelaj;
end

```

Nato se za vsako korensko vozlišče ustvarijo še njegovi otroci. Pregledajo se vse vrste, ki jih ima shranjeno določeno vozlišče in s pomočjo le-teh se ustvarijo otroci, čez katere poteka podmnožica vrst od starševskega vozlišča. Rekurzivno zgradimo celotno drevo. Gradnja dreves se zgodi le enkrat, preden se igra začne. Izvede se medtem, ko se nalaga grafični vmesnik za igro.

Iskanje dobitka pri enem spinu:

Algoritem 3 Iskanje z drevesom**Result:** dobitek(vrednost,globina,id.payline)

```

for i = 0 to m - 1 do
  if v.vrednost  $\neq$  v.otroki.vrednost or v.globina = m or v.otroki = NULL then
    | return dobitek (v.vrednost, v.globina, v.paylines)
  else
    | IskanjeDobitkov(v.otroki)
  end
end

```

Podatek o številu aktivnih vrst pove, katero drevo izbrati, da algoritem čim hitreje poišče dobitek.

Ko je drevo izbrano, začnemo iskanje pri korenskem vozlišču. Z zanko gremo po vseh otrocih vozlišča in pri tem preverimo, če se vrednost trenutnega vozlišča ujema z vrednostjo otroka. Iskanje nadaljujemo rekurzivno, kjer glavno vozlišče postane prej opazovani otrok. Če se vrednosti ne ujemata ali če smo že na globini, enaki številu stolpcev matrike izpisa, shranimo vrsto, na kateri se je pojavil dobitek, vrednost simbola in globino, kjer se je algoritem ustavil. Ko je neka vrsta preverjena, se algoritem vrne na zadnje vozlišče, kjer se je rekurzija začela in od tam nadaljuje iskanje za naslednjo aktivno vrsto.

Ena dobitna vrsta se v množici dobitkov pojavi največ enkrat, saj pri iskanju dobitka za določeno dobitno vrsto potujemo po veji drevesa, sestavljenega na podlagi teh dobitnih vrst, in ko se to iskanje zaključi, se v to vejo ne vrnemo več. Neka dobitna vrsta pa ne gre čez več kot eno vejo drevesa.

4 Zgodba uporabnika

Predstavimo delovanje algoritma na primeru. Dana je igra elektronskega igralnega avtomata, ki se izvaja na spletu. Izpis na elektronskem igralnem avtomatu sestoji iz treh vrstic in petih stolpcev, vrste pa so dobitne samo od leve proti desni. Imamo osem različnih znakov, vključno z znakoma Divjak in Srečko, katerih pomen razložimo kasneje.

Prav tako imamo definiranih pet vrst, po katerih iščemo, ali se znaki ponavljajo (linija je definirana s petimi pari števil, ki označujejo pozicijo – vrstico in stolpec v izpisu):

- (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5) (zgornja vrstica),
- (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5) (srednja vrstica),
- (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5) (spodnja vrstica),
- (3,1), (2,2), (1,3), (2,4), (3,5) (znak ^),
- (1,1), (2,2), (3,3), (2,4), (1,5) (znak v).

Za izračun dobitkov se gledajo vrste od leve proti desni, za dobiček pa sta potrebna dva, trije, štirje ali pet ponovitev enakih znakov na dobitni vrsti. Karta Divjak lahko zamenja katerikoli drug znak, v primeru, da se pojavijo v izpisu trije znaki Srečko, pa se izvede bonus igra, kjer igralec dobi tri brezplačne igre s to razliko, da so v bonus igri znaki na kolutih razporejeni drugače. Vse te kombinacije imenujemo *Množica dobitkov*.

Igralec se odloči, da stavi na prve štiri linije. Po spinu se prikaže naslednji izpis:

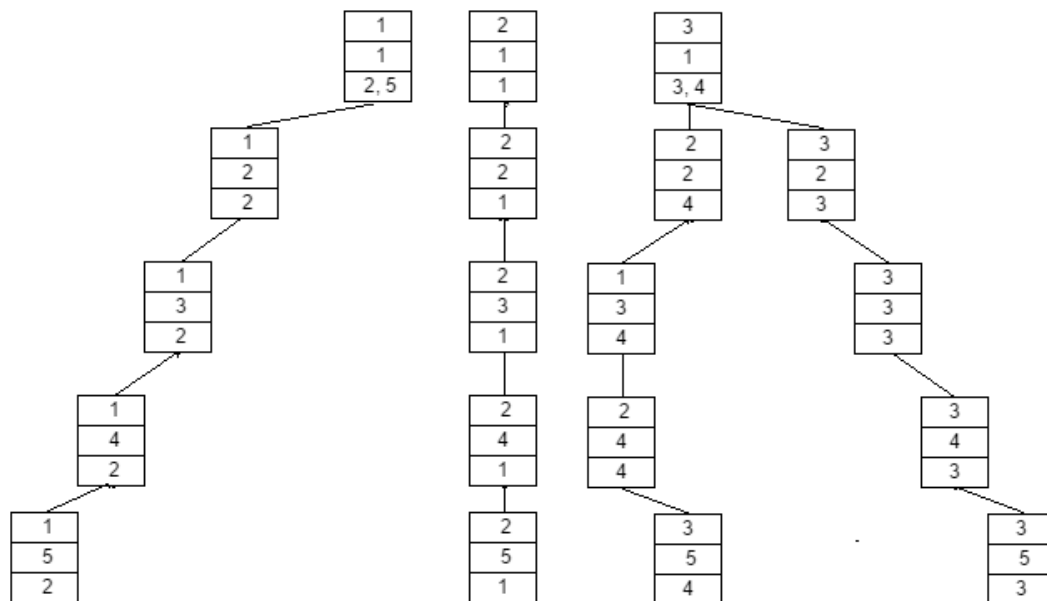
kocka ena	kocka ena	karta Divjak	kocka dva	kocka štiri
kocka dva	karta Srečko	kocka dva	kocka pet	kocka ena
kocka tri	kocka tri	kocka šest	kocka šest	kocka pet

Igralec ima dve dobitni kombinaciji, in sicer:

kocka ena	kocka ena	karta Divjak	kocka dva	kocka štiri
kocka dve	karta Srečko	kocka dva	kocka pet	kocka ena
kocka tri	kocka tri	kocka šest	kocka šest	kocka pet

Ker karta *Divjak* lahko nadomesti katerikoli simbol, imamo dobiček izračunan iz trikratne ponovitve znaka *Kocka ena* ter dveh ponovitev znaka *Kocka tri*.

Algoritmčno to ugotovimo z naslednjim drevesom za preverjanje dobitkov:



Slika 1: Drevo za 4 aktivne linije, peta linija v tem primeru ni aktivna.

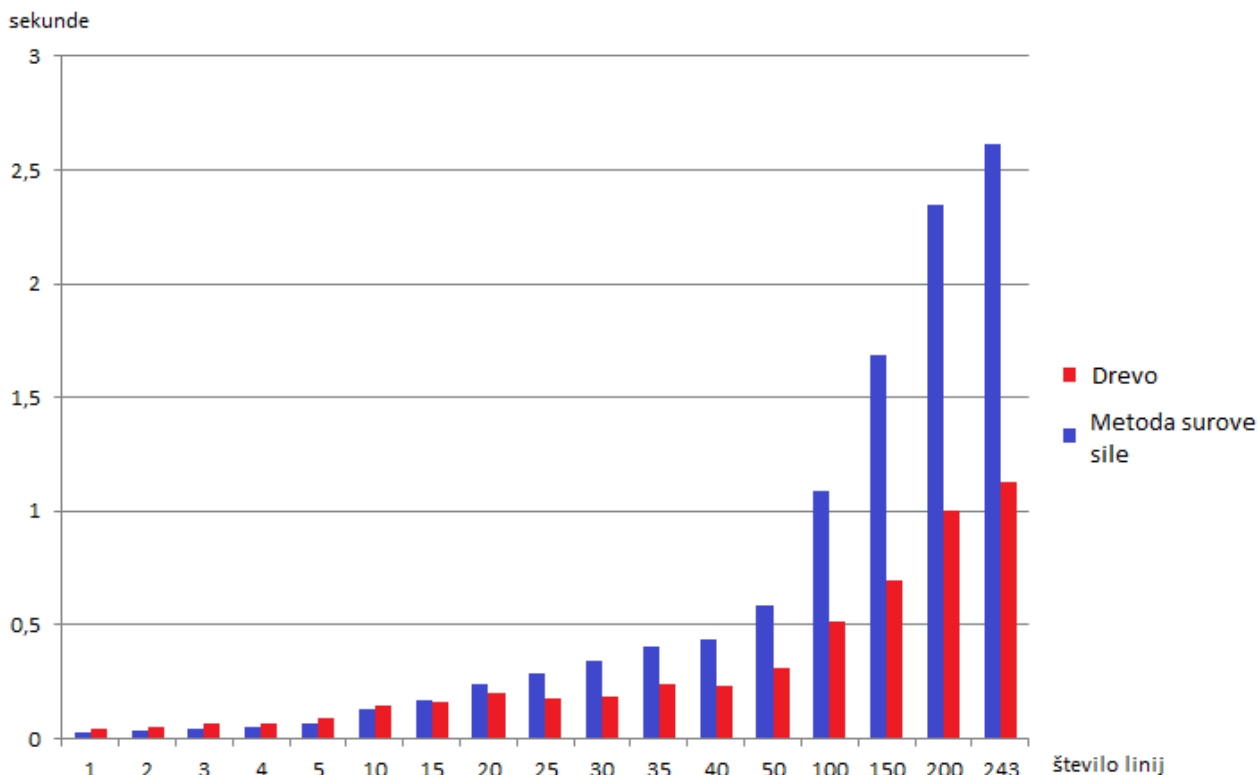
Vsako vozlišče vsebuje tri podatke. Prva dva sta vrstica in stolpec, ki opredeljujeta položaj vozlišča v matriki, tretji podatek pa je vektor oznak dobitnih vrst, ki potekajo čez dano vozlišče. Iskanje dobitkov z drevesom poteka tako: algoritem se najprej postavi na vozlišče z vrstico 1 in stolpcem 1. Vrednost tega vozlišča je 1, kot je izpis v matriki. Ker se vrednost tega vozlišča ujema z vrednostjo njegovega otroka, se premaknemo naprej v vozlišče z vrstico 1 in stolpcem 2. Vrednost tega vozlišča se ponovno ujema z vrednostjo njegovega otroka, zato se premaknemo naprej. Vrednost naslednjega otroka je 7, kar predstavlja simbol Divjak, ki lahko nadomesti kateri koli simbol, zato je tudi tukaj ujemanje in premaknemo se naprej. Vrednost otroka z vrstico 1 in stolpcem 4 je različna od vrednosti starša, zato na tem koraku dodamo dobiček v množici dobitkov; simbol 1 se je pojavil 3-krat na vrsti z oznako 2. V tem drevesu je imelo vsako vozlišče le enega otroka, zato se iskanje zaključí. Algoritem se premakne na naslednje drevo s korenem, ki ima vrstico 2 in stolpec 1. Preverimo, če se vrednost trenutnega vozlišča ujema z vrednostjo otroka. Ker se ne in ker smo komaj na globini 1, se preverjanje v tem drevesu zaključí, v WinCombo pa se ne vnese nič. Premaknemo se na naslednje drevo. V tem drevesu ima korenisko vozlišče dva otroka. Začnemo preverjanje pri levem, torej, ali se vrednost trenutnega vozlišča ujema z vrednostjo levega otroka z vrstico 2 in stolpcem 2. Ker se, se premaknemo na tega otroka in nadaljujemo s primerjavo. Algoritem se ustavi že pri stolpcu 2, ker nadaljnega ujemanja ni. Simbol z oznako 3 se ponovi le dvakrat, zato v množico dobitkov vnesemo dobiček s simbolom 3, na vrsti z oznako 3, z dvema ponovitvama. Rekurzivno gremo nazaj in se ustavimo na korenemskem vozlišču tega drevesa. Sedaj preverjamo, ali se vrednost tega vozlišča ujema z vrednostjo desnega otroka z vrstico 2 in stolpcem 2. Ker se ne in ker se je simbol 3 v tem primeru ponovil le enkrat, v množico dobitkov ne vnesemo nič ter iskanje popolnoma zaključimo.

Množica dobitkov:

$$\left((1, 2, 3), (3, 3, 2) \right).$$

5 Analiza rezultatov

Najbolj pogoste so igre velikosti 3×5 , ki imajo od 5 do 243 linij, na katere lahko uporabnik stavi. Rezultati merjenja povprečja časa na taki igri so naslednji:



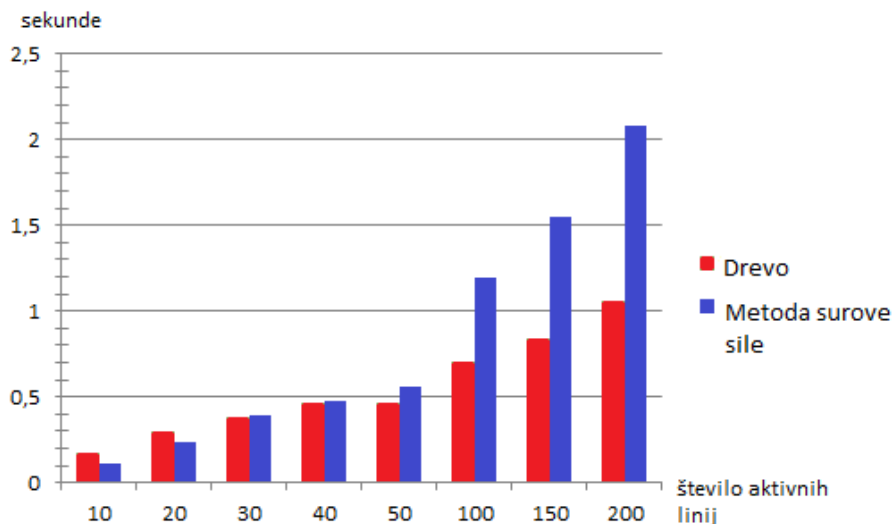
Slika 2: Primerjava iskanja z metodo surove sile in drevesom na primeru 3×5 .

Graf na sliki 2 prikazuje povprečen čas iskanja dobitkov pri 1 000 ponovitvah, kjer je uporabnik lahko stavil na od 1 do 243 linij. Rdeči stolpci pomenijo iskanje dobitkov z zgrajenimi drevesi, modri pa z metodo surove sile. Pri taki igri se zgradi 243 dreves, pri vsakem vrtljaju pa se izbere, po katerem drevesu se iščejo dobitki. Sekunde, prikazane na grafu, kažejo le iskanje dobitkov, ne pa tudi izgradnje dreves, saj le-to lahko pripravimo vnaprej in hranimo v pomnilniku. Čas iskanja z drevesom je pričakovano slabši do 15 dobitnih vrst, vendar se z večanjem števila dobitnih vrst približuje času iskanja z metodo surove sile. Pomemben podatek, ki ga graf prikazuje, je, od kje dalje postane iskanje z drevesom hitrejše. Tako iskanje je nadpovprečno hitrejše od metode surove sile, ko je število aktivnih vrst večje od 15. Pri tem je pomembno, kako so aktivne vrste razporejene po matriki. Če se večina aktivnih vrst začne v istem korenu, bo iskanje z drevesom hitrejše, saj lahko pri neujemanju algoritem "zavrže" več vrst hkrati.

Opozoriti velja, da se elektronske igre z manj kot 20 ponujenimi dobitnimi linijami pojavljajo večinoma v demo igrah. Razlog se skriva v tem, da je verjetnost dobitka pri manjšem številu ponujenih linij precej manjša, kot če bi bilo število linij večje. S tem pa igra ne bi izpolnjevala pogoja, da se igralcu vrne vsaj 90 % vloženega denarja, kot je določeno v slovenski zakonodaji (drugi odstavek 97. člena ZIS [7]).

V igrah velikosti 5×5 , ki ponujajo od 10 do 200 dobitnih vrst, so pri 1 000 ponovitvah (spinih) rezultati prikazani na sliki 3 in kažejo, da je pri zelo nizkem številu aktivnih vrst še

vedno bolj izplača uporabiti metodo surove sile, vendar so razlike zelo male. Ko se število aktivnih vrst približa 30 ali več, se iskanje z drevesi izkaže za bolj uspešno. Ko se število aktivnih vrst bliža 200 ali več, pa je iskanje z drevesom že dvakrat hitrejše.



Slika 3: Primerjava iskanja z metodo surove sile in drevesom v igri 5×5 .

Ker je igra velikosti 5×5 , je največje število dobitnih vrst, ki bi jih igra lahko ponujala, enako 3125. Če v takem primeru zaženemo igro s številom aktivnih vrst 3125 in pri tem igro ponovimo 1000-krat, rezultati nakazujejo skoraj štirikratno prednost drevesnega algoritma pred metodo surove sile, saj je povprečen čas iskanja z metodo surove sile 19,459 in povprečen čas iskanja z drevesom 5,502 s.

6 Pomen za uporabnika

Cilj projekta je pohitrili iskanje dobitkov, ta cilj smo uspešno dosegli. Najbolj problematična so iskanja za več kot 50 aktivnih vrst, na katere stavi igralec, če jih igra sploh omogoča. V primerih, ko igralec izbere nizko število aktivnih vrst, iskanje hitrejše metode ni smiselno, saj metoda surove sile hitreje poišče rešitev.

Iskanje s pomočjo dreves je učinkovito ravno v primerih, ki so problematični za uporabo metode surove sile, saj hitro išče dobitke v igrah z veliko aktivnimi vrstami. Če v nekem trenutku igra 500 uporabnikov, ki stavijo na 50 vrst in igro zaženejo 1000-krat, bi metoda surove sile za iskanje dobitkov porabila

$$0.57 \text{ s} \cdot 500 = 285 \text{ s} = 4 \text{ min } 45 \text{ s},$$

iskanje z drevesom pa

$$0.247 \text{ s} \cdot 500 = 123.5 \text{ s} = 2 \text{ min } 3.5 \text{ s},$$

kar je polovico manj (podatka o povprečnem času iskanja pri 50 vrstah se razbereta iz grafa na sliki 2). Algoritem zato omogoča hitrejše delovanje strežnika, s tem pa lahko eno igro igra dvakrat več igralcev naenkrat kot prej, oziroma je strošek strojne opreme za isto število igralcev lahko prepolovljen.

Literatura

- [1] J. Kozak, Podatkovne strukture in algoritmi, DMFA, Ljubljana, 1997.
- [2] D. L. Kreher, D. R. Stinson, Combinatorial algorithms : generation, enumeration, and search, CRC, Boca Raton, 1999.
- [3] N. Turner, R. Horbay, How do slot machines and other electronic gambling machines actually work?, Journal of Gambling Issues, 11,
<http://jgi.camh.net/doi/full/10.4309/jgi.2004.11.21>
- [4] J. M. Pacyniak, A Personal Guide to Electornic Slot Machines,
<http://gaming.unlv.edu/reading/Pacyniak.PDF>
- [5] The Complete Guide to Video Slot Machines, dostopano 19.11.2015.
<http://www.videoslotmachines.com>
- [6] World Casino Directory, dostopano 19.11.2015.
<http://www.worldcasinodirectory.com/slotsdictionary.htm>
- [7] Zakon o igrah na srečo, dostopano 19.11.2015.
<http://pisrs.si/Pis.web/pregledPredpisa?id=ZAKO409>

Optimalno zaporedje investicij v energetska prenovo stavb

Darja Zlodej, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

Članek predstavi matematični model za izdelavo optimalnega zaporedja investicij v energetska prenova stavb. Model sodi med optimizacijske in vključuje več različic racionalnega problema nahrbtnika. Ključni podcilj je razrešiti racionalni problem nahrtnika z unijami množic in delnimi urejenostmi, kar uspemo s pretvorbo na racionalni problem preprostega nahrtnika. V članku sta opisani dve metodi za izdelavo zaporedja s čim večjim prihrankom: metoda Monte Carlo in požrešna metoda, katerih rezultati so primerjani v zaključnem delu članka.

Ključne besede: optimizacija, požrešna metoda, metoda Monte Carlo, problem nahrtnika.

Math. Subj. Class.: 09B50, 90C90

1 UVOD

Energetska sanacija stavb je potrebna predvsem pri stavbah, ki imajo veliko toplotnih izgub. Energetska prenova stavb teži izboljšanju energetske učinkovitosti ovoja stavbe. Pod to se razumejo naslednje investicije:

- toplotna izolacija podstrešja,
- prenova ogrevalnega sistema oziroma menjava kotlovnice,
- zamenjava oken in vrat oziroma menjava stavbnega pohištva,
- toplotna izolacija zunanjih sten oziroma prenova fasade.

Celotna energetska prenova stavbe je zahteven in finančno drag postopek, a dobičkonosen, saj po izvedbi energetske sanacije stavbe prinaša velike prihranke. V primeru več stavb odločitev o zaporedju energetske sanacije stavb terja temeljit premislek, saj lahko že samo zaporedje pomembno vpliva na končni prihranek. Zanima nas, v kakšnem vrstnem redu je optimalno izvesti investicije v stavbe, tako da bomo dosegli maksimalni skupni prihranek oziroma minimalno porabo energije. Izdelamo seznam stavb, katerih prenova na vsakem koraku ne presega razpoložljivih sredstev in pri tem upošteva, da vsaka stavba zahteva različen strošek in kasneje prinaša prihranek, ki ni nujno sorazmeren s stroškom. Ob koncu leta se ti prihranki prištejejo k razpoložljivim sredstvom za obnovo stavb v naslednjem letu.

Matematičnega modeliranja se lotimo z linearnim programiranjem. Rešitev pridobimo na dva načina – uporabimo metodo Monte Carlo in požrešno metodo. Matematični model spada med optimizacijske modele in vključuje tri različice racionalnega problema nahrtnika: preprosti problem nahrtnika, problem nahrtnika z unijami množic in problem nahrtnika z delnimi urejenostmi.

2 PROBLEM NAHRBTNIKA

Problem nahrbtnika pogosto srečamo v vsakdanjem življenju. Iz izkušenj nam je znano, če želimo s predmeti naključno polniti nahrbtnik, lahko kar hitro zmanjka prostora za kakšen pomemben predmet. Zato je smiselno, da jih najprej uredimo po njihovi pomembnosti. V tem primeru se kmalu soočimo s situacijo, da bi v nahrbtnik dali predmet, ki je sam po sebi pomemben, zasede pa toliko prostora, da bi namesto njega lahko dali druga dva, ki sta skupaj pomembnejša. Osnovno vprašanje nahrbtnika se glasi: Kako napolniti nahrbtnik, da bo imel čim večjo vrednost?

Pri energetska sanaciji stavb imamo na voljo štiri različne tipe investicij: A – izolacija podstrešja, B – posodobitev kotlovnice, C – menjava stavbnega pohištva, D – izolacija fasade. Želimo zaporedje, ki nam bo podalo tak vrstni red prenove stavb, s katerim bomo ustvarili maksimalen prihranek. Iz gradbeniške prakse vemo, da ne smemo obnavljati fasade pred menjavo oken. Torej problem vsebuje problem nahrbtnika z unijami množic in problem nahrbtnika z delnimi urejenostmi. Problem želimo posplošiti v racionalni problem preprostega nahrbtnika.

2.1 Poenostavitev

Poenostavitev dosežemo z združevanjem investicije C in D v eno investicijo CD . Združevanje omogoča naslednja trditev:

Trditev 1. Naj c predstavlja ceno in Δ predstavlja relativni prihranek investicije. V optimalnem zaporedju investicij se bosta menjava stavbnega pohištva (C) in obnova fasade (D) vedno izvedli kot ena investicija (CD) natanko tedaj, ko velja $1 \leq \frac{c_C}{c_D} \left(\frac{\Delta_{CD}}{\Delta_C} - 1 \right)$.

Dokaz. Obravnavamo kombinacije, kjer nastopata investiciji obnova stavbnega pohištva (C) in obnova fasade (D) – torej imamo naslednje možne kombinacije: C , D , CD in DC . Iz gradbeniške prakse izhaja, da ni smiselno obnoviti fasade pred stavbnim pohištvom. Torej lahko kombinaciji DC in D umaknemo. Ostane vprašanje, kdaj je optimalno izvesti kombinacijo obnove stavbnega pohištva in fasade CD pred menjavo stavbnega pohištva C in nato izolacijo fasade D . Kombinacija CD je primernejša natanko tedaj, ko je učinkovitost (kvocient med prihrankom in ceno) večja pri CD kot pri C :

$$\frac{p_{CD}}{c_{CD}} > \frac{p_C}{c_C}. \quad (2.1)$$

Skupni prihranek izračunamo kot zmnožek letnega stroška ogrevanja in spremembe prihranka:

$$\begin{aligned} p_C &= e \cdot \Delta_C, \\ p_{CD} &= e \cdot \Delta_{CD}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ceno investicije CD izračunamo kot vsoto cene investicije C in cene investicije D :

$$c_{CD} = c_C + c_D. \quad (2.3)$$

Prav tako vemo, da kombinacija investicij prihrani manj, kot je vsota prihrankov obeh posameznih investicij:

$$\Delta_{CD} \leq \Delta_C + \Delta_D. \quad (2.4)$$

Zgornje postavke upoštevamo v enačbi 2.1:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{CD}}{c_{CD}} &\geq \frac{p_C}{c_C} \\
 \frac{e \cdot \Delta_{CD}}{c_{CD}} &\geq \frac{e \cdot \Delta_C}{c_C} \\
 \frac{\Delta_{CD}}{c_{CD}} &\geq \frac{\Delta_C}{c_C} \\
 c_C \cdot \Delta_{CD} &\geq \Delta_C \cdot c_{CD} \\
 \frac{c_C \cdot \Delta_{CD}}{\Delta_C} &\geq c_{CD} \\
 \frac{c_C \cdot \Delta_{CD}}{\Delta_C} &\geq c_C + c_D \\
 \frac{c_C \cdot \Delta_{CD}}{\Delta_C} - c_C &\geq c_D \\
 c_C \left(\frac{\Delta_{CD}}{\Delta_C} - 1 \right) &\geq c_D \\
 \frac{c_C}{c_D} \left(\frac{\Delta_{CD}}{\Delta_C} - 1 \right) &\geq 1.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Začetni pogoj smo v nizu algebraičnih manipulacij prevedli v ekvivalentni pogoj in s tem pokazali trditev.

3 MATEMATIČNI MODEL

V razdelku grobo opišemo matematični model, ki je podrobneje predstavljen v [1]. Tabela 1 predstavlja seznam uporabljenih spremenljivk v matematičnem modelu za določitev optimalnega zaporedja investicij v energetske prenove stavb. Pri posamezni spremenljivki je zapisana pripadajoča oznaka, domena in enota.

Cilj modeliranja je izdelati zaporedje prenavljanja stavb tako, da dobimo največje prihranke. Pri tem je treba upoštevati, da stavba med prenavljanjem že ustvarja prihranek, vendar v posameznem stanju obnove ustvarja različne prihranke. Zato vpeljemo spremenljivke z_i , $i \in \{0, 1, 2\}$, ki nam povedo, v katerem stanju je investicija na posamezni zgradbi v izbranem letu, in uteži α, β, γ , ki določajo pomembnost teh spremenljivk v dopoljnjeni kriterijski funkciji. Zasnujemo kriterijsko funkcijo, katere osnova je kumulativni prihranek pri porabi energije zaradi investicij, zmanjšan za z ustreznimi faktorji pomnožene vsote pomožnih spremenljivk.

Stavba v začetnem letu obnavljanja ne ustvari prihranka, prihranek naslednje leto pa privzamemo sorazmeren z deležem plačila investicije v predhodnjem letu. Prav tako velja, da stavba med obnavljanjem ustvarja manjši prihranek kot že obnovljena stavba. Iz teh predpostavk izpeljemo zveze med koeficienti modela. Model vsebuje tudi več omejitev, s katerimi upoštevamo naslednje pogoje:

1. Eden izmed ciljev je obnoviti vse zgradbe v celoti. Omejitev pove, da so bile na določeni stavbi izvedene vse investicije.
2. Omejitev določa, da lahko trošimo samo razpoložljiva denarna sredstva. Skupen razpoložljiv denar je seštevek zneska, ki smo ga prihranili prejšnje leto, in zneska letnega proračuna.

Table 1: Spremenljivke in parametri matematičnega modela optimiranja investicij.

Spremenljivka	Oznaka in domena	Enota
leta	K	/
stavbe	H	/
tipi investicij	$T = \{A, B, CD\}$	/
vse možne investicije na stavbah	$D = H \times T$	/
vse kombinacije tipov investicij	$S = \mathcal{P}(T)$	/
vse možne kombinacije investicij na stavbah	$M = H \times S$	/
prihranki stanj	$r : M \rightarrow \mathbb{R}$	EUR
skupni prihranek v enem letu	$p : M \times K \rightarrow \mathbb{R}$	EUR
kdaj v katerem stanju	$x : M \times K \rightarrow [0, 1]$	/
izvedene investicije	$y : (D \times \mathbb{Z}_2) \times K \rightarrow \mathbb{Z}_2$	/
proračun	$W : K \rightarrow \mathbb{R}$	EUR
stroški	$w : D \times \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{R}$	EUR
leto pričetka investicije	$z_0 : M \times K \rightarrow \mathbb{Z}_2$	/
leto izvajanja investicije	$z_1 : M \times K \rightarrow \mathbb{Z}_2$	/
leto zaključka investicije	$z_2 : M \times K \rightarrow \mathbb{Z}_2$	/
površina	$P : M \rightarrow \mathbb{R}$	EUR
cena	$c : M \rightarrow \mathbb{R}$	EUR

3. Definicija z_i za $i \in \{0, 1, 2\}$:

Spremenljivke z_i , $i \in \{0, 1, 2\}$, uporabimo kot kazalec, v katerem stanju investiranja je investicija v izbranem letu. Tako velja:

- z_0 modelira začetno leto investicije – v tem letu prihranka ni,
- z_1 modelira leto izvajanja investicije – v tem letu je prihranek večji kot v začetnem letu, a manjši kot v letu zaključka investicije,
- z_2 modelira leto zaključka investicije – v tem letu je prihranek največji in je ob nespremenjeni ceni energije enak prihrankom v vseh naslednjih letih.

4. Model moramo prilagoditi tudi delno izvedenim investicijam. S tem upoštevamo, da je kombinacija investicij izvedena največ toliko, kot je produkt deležev izvedb elementarnih investicij kombinacije. Ta poenostavitev je veljavna, ker imamo v optimalni rešitvi problema nahrbtnika eno samo delno izvedeno investicijo (v jeziku nahrbtnikov, režemo samo en predmet).

4 METODE

Rešitve pridobimo z dvema različnima metodama: metodo Monte Carlo in požrešno metodo. Končni rezultati prikažejo primerjavo rezultatov, pridobljenih z obema metodama.

4.1 Monte Carlo

Metode Monte Carlo spadajo v razred računalniških algoritmov, ki za določanje rezultatov uporabljajo naključno generirane razporeditve. Pogosto se uporabljajo za reševanje

matematičnih problemov in so primerne, ko je težko oziroma nemogoče uporabiti druge matematične metode. Metode Monte Carlo se najpogosteje uporabljajo v optimizacijah, numeričnem integriranju in verjetnostnih porazdelitvah.

V članku je uporabljena metoda Monte Carlo za iskanje najboljših rešitev vseh ponovitev in za izračun pričakovane vrednosti. Recimo, da želimo obnoviti 23 stavb, na voljo pa imamo tri investicije. Metoda izvede tisoč ponovitev vzorčenja naključno izbranih zaporedij investicij. Postopek, ki določi seznam obnove stavb po naključnem vrstnem redu, je naslednji (uporabimo problem nahrbtnika):

- Ustvarimo matriko, kjer stolpci predstavljajo tipe A , B in CD , vrstice pa posamezno stavbo, ki jo želimo obnoviti. V našem primeru je matrika velikosti 23×3 .
- Matriko napolnimo z naključnimi števili od 1 do 69.
- V matriki poiščemo prvih toliko števil, da pripadajoči stroški investicije ne presežejo letnega proračuna. Pripadajoče investicije dodamo na seznam obnove stavb. Predmet, pri katerem zmanjka denarja, označimo kot kritični predmet in ga v nahrbtnik vstavimo v ustreznem deležu.
- Premaknemo se v naslednje leto. K letnemu proračunu prištejemo prihranek iz prejšnjega leta. Ponovimo prejšnji postopek – tokrat začnemo pri investiciji, ki je bila na prejšnjem koraku označena kot kritična.
- Celotni postopek ponavljamo, dokler v celoti ne obnovimo vseh stavb.

4.2 Požrešna metoda

Požrešna metoda se uporablja za reševanje optimizacijskih problemov. Princip delovanja je, da iščemo optimum neke funkcije tako, da sproti gradimo rešitev, pri tem pa na vsakem koraku dodamo tisti del rešitve, ki se izkaže kot optimalna samostojna izbira brez upoštevanja preostalih delov.

V našem primeru si lahko problem investiranja modeliramo kot problem nahrbtnika. Za vsako leto investiranja imamo svoj nahrbtnik, katerega volumen ustreza proračunu tistega leta. Tako pri iskanju rešitve uporabimo požrešno metodo. Tip investicije na posamezni stavbi si predstavljamo kot predmet, katerega volumen je enak strošku tipa investicije. Postopek požrešne metode je naslednji:

- za vsako stavbo s in vsako investicijo i izračunamo koeficient:

$$\forall h \in H, \forall i \in T : k_{(h,i)} = \frac{p_{(h,i)}}{c_{(h,i)}}, \quad (4.1)$$

pri čemer k predstavlja koeficient učinkovitosti, p prihranek in c ceno i -te investicije na h -ti stavbi,

- stavbe uredimo naraščajoče glede na koeficient k ,
- dokler ne izvedemo vseh investicij, generiramo rešitev na naslednji način:
 - vzamemo investicijo iz zaporedja in preverimo, ali imamo dovolj denarja, da jo lahko izvedemo,

- v primeru, ko imamo dovolj denarja za izvedbo, investicijo dodamo h končni rešitvi,
 - v primeru, ko nimamo dovolj denarja, izvedemo samo del investicije, preostanek izvedbe in financiranja pa prenesemo v naslednje leto,
 - letnemu proračunu dodamo prihranek, ki ga ustvarijo že izvedene investicije,
 - kumulativno seštevamo prihranke,
- ko smo izvedli vse investicije, v nadaljnjih letih upoštevamo celotne letne prihranke vseh stavb,
 - dobimo zaporedje investicij in vrednost celotnega prihranka v določenem številu let.

5 REZULTATI IN ZAKLJUČKI

Cilj raziskave je bil izdelati zaporedje prenavljanja stavb, tako da dobimo največje prihranke. Reševanja smo se lotili s formalizmom za opisovanje optimizacijskih nalog, to je linearnim programiranjem, kjer smo ustvarili linearni program s šestimi omejitvami. Eden ključnih korakov je bil problem racionalnega problema nahrbtnika z unijami množic in delnimi urejenostmi pretvoriti v racionalni problem preprostega nahrbtnika. To smo dosegli z združevanjem investicije C in D v eno investicijo CD .

Članek zaključimo s primerjavo metode Monte Carlo in požrešne metode. Metodo Monte Carlo smo izvedli tisočkrat. Ločili smo dva primera uporabe te metode. V prvem primeru smo vzeli zaporedje z najboljšimi rezultati vseh ponovitev, s čimer dobimo optimistično zgornjo mejo prihranka, dobljenega brez optimizacije zaporedja investicij, preseženo z verjetnostjo največ 0,001. V drugem primeru smo izračunali povprečno vrednost vseh ponovitev metode Monte Carlo, kar nam da pričakovano vrednost prihranka, dobljenega brez optimizacije zaporedja investicij.

V primerjavi smo ugotovili, da pri sledenju zaporedja, ki nam ga določa požrešna metoda, prihranimo približno 11 % več, kot če bi sledili zaporedju metode Monte Carlo, ki prinaša najboljše rezultate, in približno 19 % več od povprečne vrednosti vseh ponovitev.

Literatura

- [1] D. Zlodej, Optimalno zaporedje investicij v energetska prenovo stavb (Magistrsko delo), 2016.
- [2] D. G. Luenberger, Y. Ye, Linear and Nonlinear Programming (Third edition), Springer, 2008.
- [3] H. Kellerer, U. Pferschy, D. Pisinger, Knapsack Problems, Springer, 2004.
- [4] Greedy algorithm (Wikipedia) (online). (citirano: 16.06.2016)
Dostopno na naslovu: https://en.wikipedia.org/wiki/Greedy_algorithm
- [5] Monte Carlo method (Wikipedia) (online). (citirano: 16.06.2016)
Dostopno na naslovu: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method
- [6] Energetska sanacija stavb (online). (citirano: 29.10.2015)
Dostopno na naslovu: <http://www.kolektorgradbeniinzeniring.com/storitve-in-produkti/energetska-sanacija-stavb>

Napovedovanje izgub električne energije v slovenskem distribucijskem omrežju

Sabina Šmigoc, Drago Bokal

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Milena Delčnjak, Andreja Veber Horvat

SODO, sistemski operater distribucijskega omrežja z električno energijo, d. o. o.,
Minařikova ulica 5, 2000 Maribor, Slovenija

Žiga Povalej

XLAB, razvoj programske opreme in svetovanje d. o. o., Pot za Brdom 100, 1000 Ljubljana, Slovenija

Povzetek

Članek predstavi uporabo izbranih tehnik za napovedovanje izgub v slovenskem distribucijskem omrežju. Z uporabo multiple linearne regresije (z analizo glavnih komponent), umetnih nevronskih mrež, dvojnega sezonskega eksponentnega glajenja in podpornih vektorjev želimo dobiti čim bolj natančne napovedi. Da bi natančnost izboljšali, združimo dva različna modela SVM in uporabimo ideje za izračun sorazmerne uteži obeh modelov po principih Kalmanovega filtra.

Ključne besede: napovedovanje, korelacijska analiza, linearna regresija, podporni vektorji, umetne nevronske mreže, eksponentno izravnavanje, analiza glavnih komponent, taksonomija.

Math. Subj. Class.: 62M20, 62M10

1 Uvod

Pokrivanje izgub v distribucijskem omrežju Republike Slovenije je obveznost sistema operaterja distribucijskega omrežja (SODO). Največjega pomena je, da sistemski operater distribucijskega omrežja potrebne količine energije kakovostno napoveduje na kratkoročnem nivoju, saj je od natančnosti te napovedi odvisna končna finančna realizacija in cena za porabljeno energijo.

V prispevku predstavimo proces napovedovanja potrebne energije za pokrivanje izgub v distribucijskem omrežju na območju Slovenije. Na podlagi literature za modeliranje biseremo največkrat uporabljene in najobetavnejše pristope k modeliranju, ki so: večstopenjska linearna regresija [3, 4, 5], večnivojske nevronske mreže [3, 7, 11], eksponentno glajenje z dvojno sezonskostjo [11, 12], metoda podpornih vektorjev [3] in metodi na osnovi analize glavnih komponent [11, 12]. S korelacijsko analizo določimo pojasnjevalne attribute, ki so najbolj linearno povezani z izgubami električne energije v distribucijskem omrežju. Pri tem opazujemo, s katerimi optimalnimi zamiki, povprečji in zamiki povprečij določen

pojasnjevalni atribut najbolj vpliva na izgube. Da bi se izognili linearni odvisnosti med vhodnimi spremenljivkami, smo končni nabor vhodnih parametrov izbrali z eksperimentiranjem s seznamom kandidatov za vsako tehniko modeliranja. Glede na [9] imajo velike bilančne skupine relativno napako napovedovanja MAPE med 2 % in 5 %, z večino med 3 % in 4 %, zato smo postavili našo ciljno MAPE natančnost pod 3 %.

Na podlagi raziskane literature je bila narejena taksonomija napovedovanja v elektrogospodarstvu [10], ki omogoča raziskovalcem izbor enega od primerov uporabe napovedovanja, ki temeljijo na 6 dimenzijah, in sicer: napovedovalna količina, napovedovalna skupina, nivo napetosti napovedovanja, ročnosti napovedovanja, zamik med zadnjo meritvijo in prvo napovedjo ter storitev, ki potrebuje napovedovanje. Metode modeliranja so med seboj primerjane po kriterijih primerjave instanc (AIC , BIC , R^2 itd.) in signifikantnosti razlike med instancami pri izbranem kriteriju primerjave. Metodologije napovedovanja so opisane z 8 lastnostmi, to so: vhodni parametri modela, resolucija vhodnih podatkov, obravnava posebnih dni, obravnava vikendov, tehnika modeliranja, kriterijska funkcija pri parametriziranju modela, programska oprema ter strojna oprema.

Ključne modelirne tehnike, pridobljene s taksonomskim pregledom literature, preverimo tudi z lastnim primerjanjem tehnik izdelave modelov. Pri tem opazujemo natančnost izdelanih modelov na učnem in testnem obdobju, finančno učinkovitost modelov, učinkovitost vzdrževanja modela in konsistentnost kakovosti tehnike. Po podrobnih analizah za končna napovedovalna modela določimo dve varianti modelov, izdelanih z metodo podpornih vektorjev, ki se razlikujeta v naboru učnih podatkov. Končno napoved izdelamo z uteženim povprečjem obeh izbranih modelov, pri katerem uteži določimo po zgledu uteži v Kalmanovem filtru. Vse tri izdelane napovedne modele ovrednotimo tudi s finančnega vidika.

Poleg nekaterih manjših novosti sta v prispevku podani tudi dve pomembnejši izboljšavi. Prva je, da modeli niso ocenjeni samo glede na natančnost, ampak tudi glede na finančni učinek, torej stroške, ki jih povzročijo z napačnimi napovedmi. Takšno vrednotenje daje prednost modelom z večjo natančnostjo v obdobjih, ko so stroški uravnavanja visoki. Podrobnosti so predstavljene v prispevku [1]. Druga novost je pristop, ki kombinira napovedi dveh modelov s Kalmanovimi utežmi.

2 Korelacijska analiza

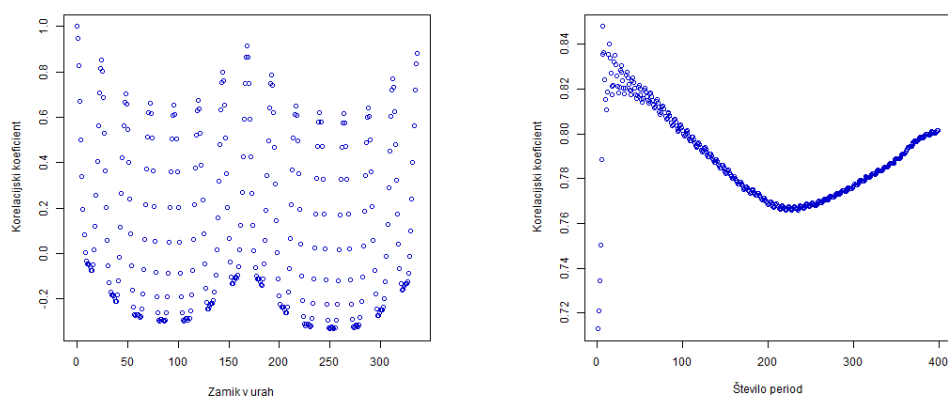
Statistična številska mera, ki jo uporabimo za določitev jakosti linearne povezanosti dveh podatkovnih spremenljivk, je Pearsonov korelacijski koeficient, ki je definiran kot razmerje med kovarianco in produktom obeh standardnih odklonov obravnavanih podatkovnih spremenljivk

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Pearsonov koeficient korelacije lahko zavzame vrednosti z intervala $[-1, 1]$, kjer vrednost 0 označuje ničelni vpliv enega atributa na drugega, vrednosti -1 in 1 pa popolno linearno povezanost atributov. Koreliranost v našem primeru nastopa zgolj kot mera linearne povezanosti obravnavanih atributov, torej napovedovanega atributa IZGUBE in ustreznega primerjanega pojasnjevalnega atributa. Linearna povezanost je lahko, ni pa nujno, posledica vzročne povezave med atributoma, še pogosteje pa je posledica kakšnega tretjega dejavnika, ki vpliva na IZGUBE in na pojasnjevalni atribut.

V literaturi nismo zasledili podrobne obravnave povezanosti atributov s predvideno porabo

energije (oz. z izgubami). Odgovora na vprašanje, s katerim optimalnim zamikom npr. temperatura vpliva na izgube (oz. je z njimi najbolj korelirana), v dostopni literaturi ni najti. Zato definiramo operatorje: zamik, povprečje in rez, s katerimi delujemo na osnovne časovne vrste atributov ter opazujemo linearno povezanost tako izpeljanih atributov (oz. časovnih vrst) z izgubami. Pri tem narišemo graf, ki za vsak opazovani zamik, povprečje in zamik povprečja prikazuje Pearsonov koeficient korelacije določenega atributa z izgubami. Predstavljeno korelacijsko analizo naredimo za vse razpoložljive attribute sezonskih in vremenskih vplivov. Raziskane koreliranosti atributov so podlaga za razvoj modelov, pri čemer so za izdelavo modelov uporabljene tiste različice atributov in iz njih izdelani novi atributi, ki se izkažejo za najbolj korelirane.



Slika 1: Pearsonovi koeficienti avtokoreliranosti izgub z zamiki do 336 ur (levo) in povprečjem izgub zadnjih do 400 dni (desno).

3 Hitra primerjava pristopov

Pri hitri primerjavi pristopov medsebojno primerjamo 6 izbranih tehnik (večstopenjska linearna regresija (MLR), večnivojske nevronske mreže (ANN), metoda podpornih vektorjev (SVM), dvojno sezonsko eksponentno izravnavanje (ESDS), metodi na osnovi analize glavnih komponent (PCA/S in PCA/M)) s stališča kakovosti napovedi, vzdrževanja izdelanega modela in njegove končne uporabnosti. Pri vrednotenju tehnik upoštevamo naslednje kriterije:

- natančnost izdelanega modela na testnih podatkih,
- natančnost izdelanega modela na učnih podatkih,
- finančna vrednost izdelanega modela na testnih podatkih,
- učinkovitost vzdrževanja modela in
- konsistentnost kakovosti tehnike.

Vse modele obravnavamo na podatkih 5 časovnih vrst o izgubah električne energije v letih 2011–2014, pri čemer za učno množico podatkov izberemo vse razpoložljive podatke do vključno novembra 2014, za testno množico pa podatke decembra 2014. Na

teh podatkih z naštetimi tehnikami pripravimo najboljši model, kot ga tehnika v dopustnem času izdelata. Natančnost modelov na testnem in učnem vzorcu podatkov ovrednotimo s povprečno absolutno napako (MAE), povprečno relativno napako (MAPE), simetrično relativno napako (SMAPE) in povprečno korenjeno kvadratno napako (RMSE):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |F_t - A_t| \quad MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right|$$

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|F_t - A_t|}{|F_t| + |A_t|} \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n |F_t - A_t|^2}{n}},$$

pri čemer F_t predstavlja napovedani podatek, A_t izmerjeni podatek in n število podatkov časovne vrste. Primerjava pokaže, da sta glede na post-sample mere kakovosti najprimernejši tehniki metoda glavnih komponent z linearno regresijo (PCA/M) in metoda podpornih vektorjev (SVM), glede na in-sample rezultate se najbolje prilagodi podatkom metoda glavnih komponent v kombinaciji z metodo podpornih vektorjev (PCA/S), na drugem in tretjem mestu se izmenjujeta metoda podpornih vektorjev (SVM) in metoda glavnih komponent z multiplo linearno regresijo (PCA/M). Pri finančni primerjavi se najbolje izkaže metoda glavnih komponent z metodo podpornih vektorjev (PCA/S), ki ji sledita metoda glavnih komponent z metodo večstopenjske linearne regresije (PCA/M) in metoda podpornih vektorjev (SVM). Za nadaljnji razvoj modelov izberemo metodo podpornih vektorjev (SVM) in metodo glavnih komponent z metodo podpornih vektorjev (PCA/S).

4 Izdelava končnih modelov

Pri končni izdelavi modelov je ključni kriterij napovedna moč modelov, merjena z natančnostjo na testnih podatkih, kot kontrolni kriterij pa uporabimo še finančno vrednotenje na množici testnih podatkov, ki jo pri končni izdelavi povečamo s podatki o izgubah v obdobju januar–junij 2015. Posebno pozornost posvetimo izbiri kombinacije atributov, pri čemer z vsakim dodanim atributom natančnost modela naraste. In-sample rezultati obeh modelov so se tako izboljšali, povsem drugače pa je s post-sample rezultati. Metoda SVM upraviči sloves najboljšega modela, PCA/S pa ima drastično slabše rezultate od pričakovanj. Prav tako v skupnem seštevku najmanj stroškov povzroči metoda SVM, metoda PCA+SVM pa napoveduje bistveno previsoke porabe energije in s tem povzroča velike stroške. Zato za končna napovedovalna modela določimo dve varianti modelov, izdelanih z metodo podpornih vektorjev, ki se razlikujeta v naboru učnih podatkov in različno periodo obnavljanja. Prvi model (SVM) nastane na podlagi podatkov iz prejšnje sezone, drugi model (SVM1) pa nastane na podlagi vseh dostopnih verificiranih podatkov.

5 Kalmanove uteži

Kalmanov filter je algoritem, ki ob poznavanju dobrega fizikalnega modela in meritev z napako konvergira k vrednostim, ki so bistveno bližje realnemu stanju, kot bi bilo ob prisotnosti šuma to mogoče izmeriti. S spremljanjem variance razlik med meritvami in napovedjo modela se računa uteženo povprečje meritev in napovedi, ki jo model izdelata na podlagi podatkov ob diskretnem času $t - 1$, in to uteženo povprečje predstavlja izhodno

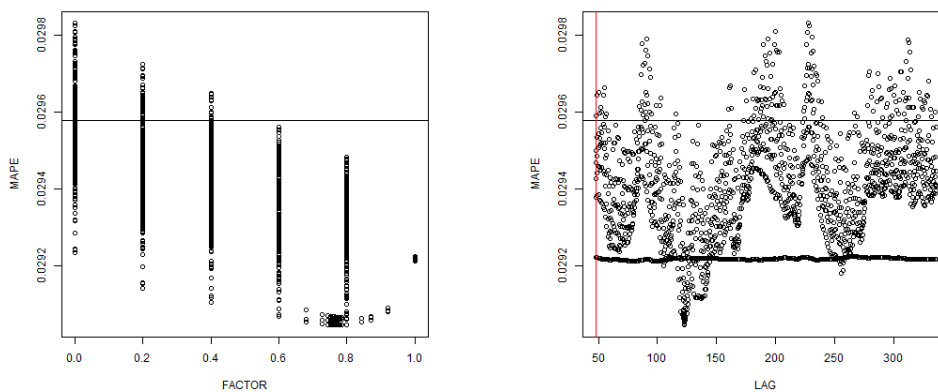
napoved, ki je rezultat Kalmanovega filtra [6]. Idejo Kalmanovega filtra uporabimo za kombiniranje napovedi dveh modelov, pri čemer kot uteži uporabimo, tako kot Kalmanov filter, recipročne vrednosti varianc preteklih ur, toda z zamikom vsaj 48 ur. Dodatno uvedemo parameter eksponentnega pozabljanja, saj želimo pri upoštevanju varianc na preteklih podatkih upoštevati le nedavne napake, napake dolgo izpred časa napovedovanja pa upoštevamo v zanemarljivem obsegu. V algoritmu uvedemo dva parametra, zamik $-k$ in eksponentno pozabljanje q^t . Prvi je potreben zaradi manjkajočih podatkov v času napovedi t , z drugim parametrom pa dosežemo pozabljanje časovno starejših napak in s tem večji vpliv napak v zadnjem obdobju. Za utežno funkcijo izberemo vsoto kvadratov napak posamezne časovne vrste, ki jo dodatno pomnožimo s potenco koeficienta q , katere vrednosti z naraščanjem stopnje potence padajo (razen, če je $q = 1$). Tako dobljene uteži poimenujemo Kalmanove uteži. Da dobimo najboljše rezultate uporabe Kalmanovih uteži, optimiziramo parametra zamika in eksponentnega pozabljanja. Če označimo z $x_1(t)$ in $x_2(t)$ napovedani časovni vrsti, je formula za izračun uteži naslednja:

$$\sigma_i^2(t) = \frac{\sum_{k=1}^t q^{t-k} (x_i(k) - x(k))^2}{\frac{1-q^t}{1-q}}; \quad i = 1, 2.$$

Končno napoved $\hat{x}(t)$ zapišemo kot uteženo povprečje obeh napovedi $x_1(t)$ in $x_2(t)$

$$\hat{x}(t) = \frac{\frac{x_1(t)}{\sigma_1^2(t-k)} + \frac{x_2(t)}{\sigma_2^2(t-k)}}{\frac{1}{\sigma_1^2(t-k)} + \frac{1}{\sigma_2^2(t-k)}}.$$

Slika 2 prikazuje rezultate preiskovanja prostora parametrov Kalmanovih uteži. Na grafih pokončna črta označuje mejo 48 ur, kolikor je najmanjši smiseln zamik, vodoravna pa natančnost boljšega od obeh izhodiščnih SVM modelov.



Slika 2: Grafa odvisnosti natančnosti Kalmanovih uteži. Prvi prikazuje odvisnost od faktorja eksponentnega pozabljanja (levo), drugi odvisnost od zamika (desno).

6 Rezultati in zaključki

Končno napoved izgub električne energije izdelamo kot uteženo povprečje obeh napovedi modelov SVM in SVM1. Uteži za povprečenje so dinamične, odvisne od preteklih napak

modela in se izračunajo po algoritmu, ki je opisan v prejšnjem razdelku. Vse tri dobljene modele primerjamo glede na post-sample napake in jih finančno ovrednotimo. Najboljše post-sample rezultate dobimo z uporabo Kalmanovih uteži, kar potrjuje smiselnost uvedbe tega pristopa. Vsi trije končni modeli so si zelo podobni po stroških, ki jih povzročajo z napačnimi napovedmi: pri tem nekoliko manj stroškov povzroči model SVM. Post-sample napake končnih treh modelov ene izmed obravnavanih časovnih vrst so prikazane v tabeli 1.

	SVM	SVM1	KALMAN
MAE	0,3494	0,3681	0,3426
MAPE	0,0298	0,0312	0,0290
SMAPE	0,0149	0,0156	0,0145
RMSE	0,2310	0,2525	0,2170
MAPE >5 %	17,00 %	18,87 %	16,70 %

Tabela 1: Post-sample primerjava treh končnih napovedi glede na štiri mere kakovosti in delež posameznih napovedi, ki presegajo mejo natančnosti 5 %.

Napovedi modelov kažejo konkurenčno natančnost v primerjavi s približno 4 % MAPE napako velikih bilančnih skupin, kot je navedeno v [9]. Natančnost modelov bi še lahko izboljšali s sistematičnim iskanjem optimalnih kombinacij fiksiranih parametrov, ki smo jih obravnavali vsakega zase.

Literatura

- [1] D. Bokal, M. Delčnjak, A. Šavli, S. Šmigoc: Monte Carlo method for pricing forecasting errors. (First SEERC Power Conference June 2016. P20 SEERC)
- [2] D. Bokal, S. Šmigoc, M. Delčnjak, A. V. Horvat, Ž. Povalej: Forecasting energy losses in Slovenian electricity distribution network. (First SEERC Power Conference June 2016. 4–18 SEERC)
- [3] S. Ilić: Short-term forecast of electricity energy in large electric power systems. (Doctoral thesis, 2013).
- [4] M. Jarvinen: Developing network loss forecasting for a distribution system operator. (Master of science thesis, 2013).
- [5] I. Moghram, S. Rahman: Analysis and evaluation of five short-term load forecasting techniques. (IEEE Transactions on power systems Vol. 4, 1989, pages 1484–1491).
- [6] G. Petris, S. Petrone, P. Campagnoli: Dynamic Linear Models with R. (Springer-Verlag New York, 2009)
- [7] J. V. Ringwood et al.: Forecasting electricity demand on short, medium and long time scales using neural networks. (Journal of intelligent and robotic systems 31.1-3, 2001, pages 129–147).
- [8] SODO, d. o. o.: Napovedovanje potrebne energije za pokrivanje izgub v distribucijskem omrežju, študija (2015).
- [9] A. Šavli: The purpose of imbalance settlement and its influence to the electricity market. (11. Konferenca Slovenskih Elektroenergetikov, Maj 2013. C5-08 CIGRE)
- [10] S. Šmigoc: Primerjava pristopov k napovedovanju porabe električne energije. Magistrsko delo (2016).

- [11] J. W. Taylor et al.: A Comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. (*International journal of forecasting* 22.1, 2006, pages 1–16)
- [12] J. W. Taylor, P. E. Mc Sharry: Short-Term load forecasting methods: An evaluation based on European data. (*IEEE Transactions on power systems*, 2008, pages 2213–2219).

Optimalna dodelitev frekvenčnih kanalov v brezžičnih omrežjih

Janez Dolšak

Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija

Povzetek

V tem prispevku je obravnavan problem dodeljevanja frekvenčnih kanalov v brezžičnih omrežjih. Na začetku je opisan izvor problema in njegovo teoretično ozadje. Problem je predstavljen z matematičnim modelom iz teorije grafov, ki je soroden problemom barvanja vozlišč grafa. Znane so številne metode za reševanje problemov barvanja vozlišč grafa: linearno programiranje in njegova posplošitev, semidefinitno programiranje ter kombinatorični, aproksimacijski in hevristični algoritmi. V realnosti se pogosto srečujemo s problemi dodeljevanja frekvenčnih kanalov v velikih omrežjih, ki pa jih ni moč reševati z natančnimi metodami, ampak smo prisiljeni poiskati približne rešitve. Pomemben predstavnik teh je aproksimacijski algoritem, imenovan semidefinitni program za reševanje maksimalnega k -prereza v grafu. Gre za 0.878-aproksimacijski algoritem, kar nam v najslabšem primeru zagotavlja 88% približek rešitvi. Izkazuje se, da je metoda sicer dokaj natančna, vendar za reševanje problema velikih razsežnosti neučinkovita. Zaradi razsežnosti današnjih brezžičnih omrežij se za njihovo optimizacijo vse bolj uporabljajo hevristične metode, ki so časovno učinkovite in pogosto dosežejo zadovoljivo rešitev. V tem prispevku je predstavljena optimizacija realnega primera velikega omrežja s pomočjo hevristične metode iskanje s tabuji.

Ključne besede: dodeljevanje frekvenčnih kanalov, teorija grafov, hevristični algoritmi.

Math. Subj. Class.: 05C07, 90C59

1 Uvod

Potreba po optimalnem dodeljevanju frekvenčnih kanalov se je pojavila kot posledica nenehne rasti brezžičnih omrežij. Ob naraščajočem številu uporabnikov, tj. sprejemnikov podatkov, se je povečalo tudi število dostopnih točk oziroma oddajnikov podatkov. Iz telekomunikacijske teorije vemo, da prihaja med dostopnimi točkami, ki so blizu, do motenega prenosa podatkov oziroma interference, če uporabljajo podobne frekvenčne kanale. Da bi to preprečili, je treba bližnjim dostopnim točkam dodeliti dovolj različne kanale, da se tem motnjam izognemo. Zaradi razsežnosti in nasičenosti brezžičnih omrežij pogosto teh motenj ne moremo popolnoma preprečiti. Lahko pa te motnje čim bolj zmanjšamo, kar je cilj tega optimizacijskega modela. Ključno vprašanje tega dela je naslednje:

Kako v čim večji meri zmanjšati motnje prenosa podatkov v brezžičnem omrežju?

1.1 Pristopi iz literature

Z matematičnega stališča je problem dodeljevanja frekvenčnih kanalov soroden splošnim problemom barvanja grafa. Najpogosteje omenjen graf iz naslova tega problema je graf konfliktov, kjer vsako vozlišče predstavlja dostopno točko, povezava pa dostopni točki, katerih pokrivni območji se prekrivata. V tem primeru kromatično število grafa pove število

kanalov, potrebnih za rešitev problema dodeljevanja frekvenčnih kanalov brez prisotnosti interference. Pri tem v praksi naletimo na dve vrsti problemov. Prvi se pojavi zaradi velikih stroškov uporabe preveč frekvenčnih kanalov. Po drugi strani je množica možnih kanalov omejena z omrežnim standardom, ki je v našem primeru IEEE 802.11g [5]. Standard razdeli 2.4 GHz frekvenčni spekter na 13 kanalov, pri čemer so največ trije kanali, med katerimi ni prekrivanja (npr. kanali 1, 6 in 11). Zaradi interference med sosednjimi kanali je tako največja množica kanalov brez medsebojne interference omejena na 3. Tako imamo v želji po odsotnosti interference na voljo samo 3 frekvenčne kanale. To pomeni, da je problem optimalnega barvanja grafa ekvivalenten problemu dodeljevanja frekvenčnih kanalov natanko tedaj, ko je graf 3-pobarljiv. Drugi problem je v zahtevnosti iskanja kromatičnega števila grafa, saj je problem NP-poln [3].

Problem dodeljevanja frekvenčnih kanalov rešuje veliko invariant barvanja grafov. Ena izmed najpogosteje raziskovanih je problem $L(2, 1)$ -označitev grafa [4]. Ideja $L(2, 1)$ -označitve grafa je naslednja: dostopni točki, ki sta "blizu", morata dobiti različne kanale, kanala dostopnih točk, ki sta zelo blizu, pa se razlikujeta vsaj za 2. V teoriji grafov pripadajoči graf tega problema konstruiramo na naslednji način. Dostopne točke predstavljajo vozlišča grafa in dve sta sosednji, če sta zelo blizu in na razdalji 2, če sta blizu. Potem je $L(2, 1)$ -označitev grafa G funkcija f , ki slika iz množice vozlišč $V(G)$ v množico nenegativnih celih števil, tako da velja $|f(u) - f(v)| \geq 2$, če je $d(u, v) = 1$ in $|f(u) - f(v)| \geq 1$, če je $d(u, v) = 2$, kjer $d(u, v)$ predstavlja razdaljo med vozliščema u in v v grafu G . Razpon neke $L(2, 1)$ -označitve je razlika med največjim in najmanjšim dodeljenim kanalom. Cilj problema je poiskati $L(2, 1)$ -označitev z najmanjšim razponom, ki ga označujemo z $\lambda(G)$ in imenujemo λ -število grafa G . Pojavita se podobni težavi kot v primeru kromatičnega števila grafa. Prvi problem je, da imamo na voljo omejeno število kanalov. Prav tako $L(2, 1)$ -označitev ni znana za poljubne grafe. Zato je bil razvoj tega modela omejen na posebne družine grafov, kjer je mogoče $L(2, 1)$ -označitev izračunati v polinomskem času oziroma jo vsaj navzgor omejiti. Primeri takih grafov so polni grafi, ravninski grafi, poti, cikli, klike, kolesa in različne mreže [1].

Zaradi še posebno majhne množice kanalov, ki se ne prekrivajo, pa opisane tehnike niso učinkovite ter predvsem ne dajo rezultatov, ki bi bili lahko uporabni v realnem svetu. Prav zato, ker vemo, koliko kanalov imamo na voljo, lahko problem modeliramo z uteženim grafom, ki ga bomo k -pobarvali tako, da bo vsota uteži med vozlišči z isto barvo minimalna. V matematičnem jeziku je model znan kot maksimalen k -prerez na uteženem grafu. Natančneje, iz vhodnih podatkov konstruiramo graf konfliktov, ki smo ga definirali zgoraj. Utež na vsaki taki povezavi predstavlja količino interference med pripadajočima dostopnima točkama. Cilj modela k -prereza je razdeliti vozlišča na k skupin tako, da bo vsota uteži povezav, katerih krajišči sta v različnih skupinah, maksimalna. Tako je interferenca med dostopnimi točkami z istim kanalom minimalna. Tudi v tem modelu se ne moremo izogniti podobnim problemom kot prej. Kot prvo, za problem maksimalnega k -prereza je dokazano, da je NP-poln [2]. Vendar pa obstajajo polinomski algoritmi za nekatere družine grafov. V realnem primeru seveda ni nujno, da bo dobljen graf ustrezal kateremu iz te družine polinomsko rešljivih grafov. Zato za reševanje tega problema potrebujemo približne metode, kot so heuristike. Ob tem velja omeniti, da model, ki minimizira interferenco med dostopnimi točkami, ne prinese nujno najučinkovitejše rešitve. Razlog se skriva v lastnostih brezžičnih naprav, ki se vedno povezujejo na tisto dostopno točko z največjo močjo signala (RSSI). Prepustnost (podatkovni pretok) je odvisna od moči signala te dostopne točke in tudi od interference z drugimi dostopnimi točkami v okolici.

2 Metode

Dodeljevanje frekvenčnih kanalov je v splošnem optimizacijski problem, ki ga lahko v teoriji grafov modeliramo z definicijo interferenčnega grafa $G = (V, E)$, ki predstavlja interferenčne relacije. Množica V predstavlja vse dostopne točke. Za poenostavitev predstavitev predpostavimo, da nobeni dve dostopni točki nista na isti lokaciji, kot se to lahko zgodi v konkretnem primeru. Načrtovalec omrežja lahko izbere mejno vrednost, ki predstavlja dopustno vrednost interference. Povezava $ij \in E$ obstaja natanko tedaj, ko interference med dostopnima točkama i in j preseže dopustno vrednost. Namenska funkcija optimizacijskega problema je minimizacija skupne interference omrežja.

2.1 Minimizacija interference

Merjenje učinkovitosti omrežij temelji na izračunu največje prepustnosti od vira največje moči signala (RSSI). To pomeni, da je za vsako enoto določena dostopna točka (glavna), s katero se enota poveže. Pri tem je izbor natanko določen z največjo močjo signalov dostopnih točk, zaznanih v središču enote, ki je podana s koordinatami (LON, LAT, ALT). V tej točki lahko izračunamo razmerje signala in šuma (SINR), ki ga nato pretvorimo v prepustnost te točke. Povprečna prepustnost dostopne točke je povprečje prepustnosti po vseh središčih enot, kjer je bila le-ta zaznana. Ker prepustnost dobimo iz SINR z diskretizacijo, je ne moremo uporabiti pri modeliranju na grafih. Iz tega razloga namensko funkcijo maksimiziranja prepustnosti nadomesti minimizacija interference, ki jo bomo sedaj predstavili.

Definirajmo najprej funkcijo dodelitve kanalov

$$c : A \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}, \quad (2.1)$$

ki vsaki dostopni točki dodeli enega izmed k kanalov.

Naj $u[a]$ označuje moč signala dostopne točke $a \in A$ v enoti $u \in U$. Želimo maksimirati izraz:

$$\text{SINR}(u, c) = \frac{u[a_u^{max}]}{\sum_{a \in \bar{A}_u} u[a] + N}, \quad (2.2)$$

kjer a_u^{max} predstavlja dostopno točko, ki ima največji signal v enoti u , N predstavlja šum iz okolice, z A_u pa označimo množico tistih dostopnih točk, ki interferirajo z a_u^{max} v enoti u (tj. so v okolici enote u). Potem je množica dostopnih točk $\bar{A}_u = A_u \setminus \{a_u^{max}\}$ okolica enote u brez njene najmočnejše dostopne točke a_u^{max} .

Kot smo omenili, je približek za maksimizacijo SINR minimizacija izraza $\sum_{a \in \bar{A}_u} u[a] + N$, želimo najti minimalno interferenco po vseh dodelitvah kanalov, kar označimo z:

$$\min_{c \in C^A} INT(c). \quad (2.3)$$

Interferenca območja je potem vsota interferenc iz U , kar je:

$$INT(c) = \sum_{u \in U} INT(u, c). \quad (2.4)$$

V vsaki enoti $u \in U$ govorimo torej o minimalni interferenci z dostopno točko $a \in A$, katere moč signala je v točki u največja.

Sedaj bomo predstavili metodo za minimizacijo interference, in sicer hevristično metodo iskanja s tabuji.

2.2 Metoda iskanja s tabuji

Ideja tega hevrističnega algoritma je v spretnem izogibanju lokalnim optimumom s pomočjo spomina. Ne upošteva le trenutnih lokalnih informacij o preiskovalnem prostoru, temveč tudi tiste iz celotnega preiskovalnega procesa. Kot že samo ime pove, imamo pri iskanju s tabuji določene omejitve glede izbire naslednje rešitve (t. i. tabuje). Tako se poskušamo izogniti točkam, ki smo jih v procesu iskanja že obiskali. S tem se izognemo t. i. "vrtenju v krogu".

Spomnimo se, da je cilj dodelitve frekvenčnih kanalov iz množice C pravzaprav pobarvati vozlišča V_C grafa konfliktov $G_C = (V_C, E_C)$ z največ $|C|$ barvami. Problem dodeljevanja frekvenčnih kanalov poenostavimo tako, da minimiziramo samo število povezav, katerih krajišča imajo enako barvo. Z drugimi besedami, cilj je najti funkcijo $f : V_C \rightarrow C$ ob minimalnem številu takih povezav, kar označimo z $I(f)$. $I(f)$ v poenostavljenem primeru predstavlja interferenco dodelitve kanalov f . Opišimo postopek reševanja, ki mu sledi psevdokoda algoritma.

1. Začetna rešitev

Začnemo z naključno rešitvijo f_0 , kjer vsakemu vozlišču iz V_C dodelimo poljubno (naključno) barvo iz C . Začenši z rešitvijo f_0 oblikujemo zaporedje $f_0, f_1, f_2, \dots, f_j, \dots$, v poskusu, da dosežemo rešitev, ki minimizira interferenco omrežja. V j -ti ponovitvi ($j \geq 0$) dobimo naslednjo rešitev f_{j+1} iz rešitve f_j na naslednji način.

2. Korak

Najprej generiramo določeno število r naključnih sosednjih rešitev rešitve f_j . Tako rešitev dobimo tako, da izberemo naključno vozlišče u , ki mu naključno dodelimo barvo iz množice $C \setminus \{f_j(u)\}$. Posledično se sosednja rešitev rešitve f_j razlikuje v pobarvanosti za natanko eno vozlišče. Izmed množice tako generiranih naključnih sosednjih rešitev od f_j izberemo za naslednjo rešitev f_{j+1} tisto sosednjo rešitev z najmanjšo interferenco (izberemo tisto barvo, ki minimizira interferenco enega vozlišča). Tako izračunamo interferenco celotnega omrežja $I(f_{j+1})$. Pri tem omenimo, da ne zahtevamo, da je vrednost $I(f_{j+1})$ manjša od vrednosti $I(f_j)$, kar nam omogoča pobeg iz lokalnega minimuma.

3. Seznam tabujev

Da bi dosegli hitro konvergenco, se izognemo večkratni dodelitvi iste barve nekemu vozlišču tako, da shranjujemo seznam tabujev τ končne dolžine. Na primer, če je bila rešitev f_{j+1} dobljena iz f_j z dodelitvijo nove barve vozlišču u , potem dodamo par $(u, f_j(u))$ na seznam tabujev τ . Ko generiramo nove naključne sosednje rešitve, spregledamo tiste, ki predvidevajo dodelitev barve c k u , če je par $(u, c) \in \tau$.

4. Zaključek

Tekom algoritma ohranjamo najboljšo najdeno rešitev v f_{best} . Postopek se zaključi, ko presežemo največje število korakov (i_{max}) brez izboljšanja rešitve $I(f_{best})$.

V praksi postavimo to vrednost na $i_{max} = |V_C|$. Ker za izračun interference omrežja potrebujemo največ $(|V_C|)^2$ korakov, sledi, da se zagotovo vrednost $I(f_{best})$ zmanjša za vsaj 1 v $i_{max} = |V_C|$ številu korakov. Tako je časovna zahtevnost algoritma omejena na $\mathcal{O}(r \cdot d|V_C|^3)$, kajti vsako ponovitev lahko izvedemo v času $\mathcal{O}(r \cdot d)$, kjer je r število naključno generiranih sosednjih funkcij in d največja stopnja vozlišča v grafu konfliktov. Posledično lahko interferenco sosednje rešitve izračunamo v času $\mathcal{O}(d)$. Psevdokodo me-

tode s tabuji prikazuje algoritem 1.

Algoritem 1 Metoda s tabuji

Vhod: Graf konfliktov $G_C = (V_C, E_C)$, množica kanalov C

Izhod: Dodelitev kanalov $f_{best} : V_C \rightarrow C$

Začnemo z naključno dodelitveno funkcijo f_0

$f_{best} = f_0; I_{best} = I(f_0); \tau = \emptyset; j = 0; i = 0;$

dokler $I(f_i) > 0$ in $i \leq i_{max}$ **naredi**

Generiramo r naključnih sosedov od f_j :

Vsakega soseda generiramo tako, da naključno izberemo u iz V_C in

$c \in C$ tako, da velja $c \neq f_j(u)$ in $(u, c) \notin \tau$ in spremenimo $f_j(u)$ v c

Naj bo f_{j+1} sosed z najmanjšo interferenco

Dodaj $(u, f_j(u))$ v τ .

če je τ poln **potem**

Izbriši najstarejši vnos

končaj če

če $I(f_{j+1}) < I_{best}$ **potem**

$I_{best} = I(f_{j+1}); f_{best} = f_{j+1}; i = 0$

sicer

$i = i + 1$

končaj če

$j = j + 1$

končaj dokler

Vrnimo f_{best}

3 Podatki

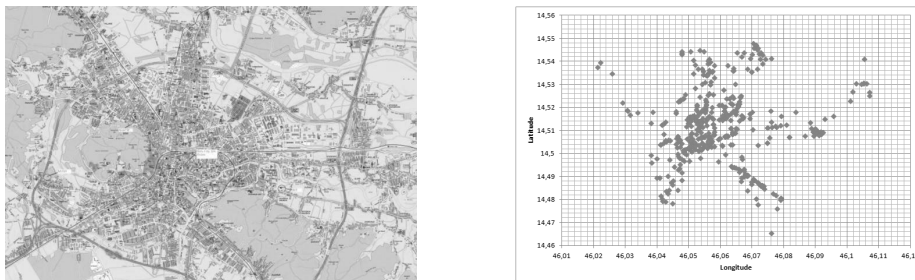
3.1 Struktura podatkov

V našem primeru vhodne podatke sestavljata dve množici. V prvi je ključna entiteta modela, in sicer meritve moči signala (RSSI) ter drugi podatki o dostopnih točkah v okolici točk, v kateri je bila meritev izvedena. Drugo množico podatkov sestavljajo dostopne točke in njihovi frekvenčni kanali. V primeru, da nimamo katere izmed teh množic podatkov, si lahko pomagamo z obstoječimi podatki. Obstaja namreč več propagacijskih modelov, s katerimi bi lahko določili enote območja iz podatkov o dostopnih točkah. Po drugi strani lahko podatke meritev uporabimo tako, da z multilateracijo dobimo položaje dostopnih točk.

V tej obliki imamo tudi podatke realnega primera, ki so bili zbrani na območju mesta Ljubljane. Meritve so bile izvedene na ulicah mesta s pomočjo t. i. mobilnih agentov. Ti so zbirali podatke o dostopnih točkah v mestu. Na vsaki točki meritve so zbrali naslednje podatke:

- podatke o dostopnih točkah: identiteta (BSSID), moč signala (RSSI) in frekvenčni kanal, ki ga dostopna točka uporablja.
- podatke o točkah meritve: položaj (LON, LAT, ALT) ter čas meritve.

Podatke v tej obliki lahko uporabimo kot vhodne podatke postopka optimizacije, opisanega v nadaljevanju, kjer bomo optimizirali povprečno prepustnost v točkah meritve. Ker to ni



Slika 1: Multilateracija dostopnih točk na območju Ljubljane.

najbolj zanesljiva metoda, saj ne poznamo nekaterih podatkov o dostopnih točkah, kot so moč signala RSSI na sami napravi, njen položaj ter njeno usmerjenost v prostoru, smo s postopkom multilateracije določili položaje dostopnih točk (slika 1). Multilateracija nam omogoča oceno prej omenjenih parametrov in tako natančneje izračunamo prepustnost in interferenco območja.

3.2 Meritve

Skozi opravljene meritve so bili zbrani signali 28 398 dostopnih točk znotraj 2,4 GHz frekvenčnega pasu. Od teh je bilo le 14 937 takih, da bi glede na moč signala potencialno oddajale pozitivno prepustnost. Vse druge so tako povzročale samo interferenco v omrežju. Za vsako dostopno točko smo določili njeno okolico, tj. vse dostopne točke, katerih signal je bil zaznan v tej okolici. S pomočjo njene okolice smo za vsako dostopno točko izračunali potencialno prepustnost za vsakega izmed trinajstih kanalov. Te vrednosti pomenijo spremembo prepustnosti v okolici dostopne točke, če predpostavimo, da samo ta dostopna točka zamenja svoj kanal. V praksi nas predvsem zanima, kolikšno prepustnost oziroma kolikšen prenos podatkov lahko pričakujemo na nekem območju. V meritvah območje predstavljajo točke meritve, zato bo cilj optimizirati prepustnost, ki jo lahko tam pričakujemo. Meritve so bile izvedene na 104 256 točkah na območju Ljubljane. Kot je že povedano v prejšnjem poglavju, prepustnost v točki meritve izračunamo tako, da najprej poiščemo dostopno točko z največjim signalom RSSI. Slednja bo namreč kot glavna dostopna točka zagotovila prenos podatkov do točke meritve. Vse ostale dostopne točke, katerih signal je bil zaznan v točki meritve, bodo povzročale le interferenco. Ključen parameter optimizacije bo povprečna prepustnost po točkah meritve.

4 Rezultati

V realnem primeru smo se optimizacije lotili tako, da smo se omejili na eno izmed komponent omrežja (množico dostopnih točk, ki imajo v omrežju samo medsebojni vpliv). S tem bomo ponazorili primer, ko želimo optimizirati lokalno omrežje (npr. enega operaterja). Izbrali smo območje v središču Ljubljane, kjer je uporaba omrežja največja. Območje je povezana komponenta, ki vključuje 3, 378 dostopnih točk.

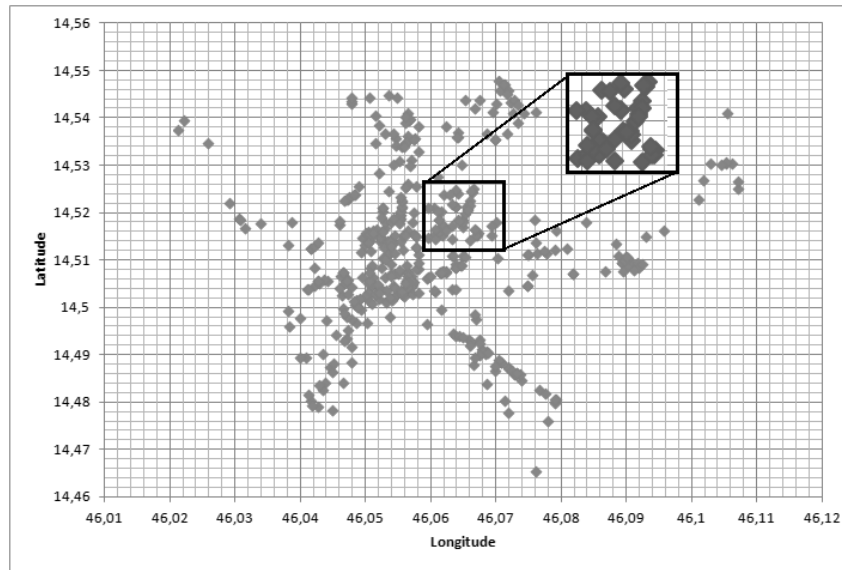
Postopek reševanja realnega primera je naslednji:

1. Začetna rešitev

Povprečna prepustnost in povprečna interferenca začetne dodelitve kanalov v omrežju.

2. Korak

Naključno izberemo dostopno točko ter preverimo, za katero vrednost kanala je pov-



Slika 2: Komponenta brezžičnega omrežja.

prečna prepustnost omrežja največja in za katero vrednost kanala je interferenca najmanjša. To pomeni, da za vsakega izmed 13 frekvenčnih kanalov izračunamo vrednost povprečne prepustnosti (ali interference) celotnega omrežja. Če obstaja tak frekvenčni kanal, ki izboljša trenutno vrednost, izberemo tistega, pri katerem je sprememba največja ter spremenimo frekvenčni kanal dostopne točke na to vrednost. Spremembo dodamo na seznam tabujev. Če je ta vrednost na seznamu tabujev, potem izberemo naslednjo najboljšo vrednost; sicer nadaljujemo postopek.

3. Seznam tabujev

Tekom algoritma ohranjamo seznam sprememb frekvenčnih kanalov dostopnih točk. S tem si zagotovimo, da isti dostopni točki ne bomo dodelili istega kanala vsaj nekaj korakov. Po določenem številu sprememb vnose v seznam odstranimo. V implementaciji ohranjamo posamezen vnos 100 korakov.

4. Zaključek

Med postopkom venomer ohranjamo najboljšo rešitev. Postopek končamo takoj, ko število korakov preseže neko zgornjo mejo le-teh. V implementaciji smo izbrali vrednost 10000. Rezultat je povprečna prepustnost najboljše dodelitve kanalov.

V realnem primeru smo se omejili na eno komponento omrežja, ki predstavlja okrog 11,8 % (število dostopnih točk) celotnega omrežja. Izračunali smo začetno prepustnost in interferenco celotnega omrežja ter nato izvedli postopek optimizacije. Optimizacijo smo izvedli za dva parametra; prvi je povprečna prepustnost in drugi povprečna interferenca. Simulacijo iskanja smo ponovili 50 krat. Rezultati so povprečje vseh simulacij. Rezultate smo primerjali in so prikazani v tabeli 1.

Na tem mestu se nam pojavi naslednje vprašanje: ali so rezultati uporabni? V praksi je učinkovitost omrežja odvisna tudi od števila uporabnikov, ki so povezani s posamezno dostopno točko. Predvidevamo, da bodo nekatere dostopne točke bolj zasedene kot druge in bo s tem zmanjšana njihova učinkovitost. Spet druge bodo istočasno neuporabljene. Iz tega sledi, da je učinkovitost omrežja v praksi bistveno manjša. Povzamemo lahko, da smo

z izračuni dobili zgornjo mejo za učinkovitost omrežja.

Optimizacijska metoda: Metoda s tabuji		
Kriterij (optimizacije)	Prepustnost	Interferenca
Začetna vrednost [Mbit/s]: 4.88325		
Prepustnost [Mbit/s]	7.03208	6.72847

Tabela 1: Rezultati optimizacije z metodo iskanja s tabuji.

Tabela 1 prikazuje dva primera optimizacije. V prvem primeru je bil cilj optimizacije povečanje povprečne prepustnosti in v drugem zmanjšanje povprečne interference v točkah meritve. Kot smo pričakovali, je največje izboljšanje doseženo v primeru optimizacije povprečne prepustnosti (7.03208), medtem ko je optimizacija interference dosegla manjše izboljšanje, ki pa je prav tako izrazito (6.72847).

5 Zaključek

V prispevku smo se lotili problema dodeljevanja frekvenčnih kanalov v brezžičnem omrežju. Problem smo predstavili z matematičnim modelom iz teorije grafov ter ga reševali s pomočjo hevristične metode iskanje s tabuji. Na podlagi realnega primera velikega omrežja smo optimizacijo izvedli za dva parametra (interferenco in prepustnost), ki sta ključna za izračun učinkovitosti brezžičnega omrežja. Omrežje smo razdelili na nepovezane komponente (če je bilo to mogoče) in optimizirali vsako posebej. Ker gre za problem velikih razsežnosti, se je ta metoda izkazala za učinkovito predvsem zaradi časovne zahtevnosti algoritma. Končna ugotovitev kaže na to, da že preprosta hevristična metoda, kot je iskanje s tabuji, daje zadovoljive izboljšave v učinkovitosti, še posebej, če omrežje razdelimo na več manjših (razdelimo problem na več podproblemov). Povzamemo lahko, da se je predstavljen model po rezultatih sodeč izkazal za uspešnega. Zaradi najrazličnejših problemov iz prakse je treba obstoječe metode znova prilagajati in razvijati nove algoritme. Raziskovanje problema dodeljevanja frekvenčnih kanalov bo zato pomembno področje raziskovanja tudi v prihodnosti.

Literatura

- [1] A. A. Bertossi, C. M. Pinotti, R. Rizzi, A. M. Shende, *Channel assignment for interference avoidance in honeycomb wireless networks*, J. Parallel Distrib. Comput. 64 (2004), str. 1329–1344.
- [2] A. Frieze, M. Jerrum, *Improved Approximation Algorithms for max k-cut and max bisection*, Algoritmica 18 (1997), str. 13–54.
- [3] A. M. C. A. Koster, X. Munoz, *Graphs and Algorithms in Communication Networks*, Springer (2009).
- [4] Z. Shao, R. K. Yeh, D. Zhang, *The (2,1)-labeling on graphs and the frequency assignment problem*, Appl. Math. Lett. 21 (2008), str. 37–41.
- [5] IEEE Standards Association, *IEEE Std 802.11- 2007*, dostopano 09.07.2016
<http://standards.ieee.org/getieee802/802.11.html>

VABILO AVTORJEM

Dianoia (grško διάνοια) po Platonu označuje védenje, razmišljanje o modelih stvarnosti, o naravoslovno-matematičnih in tehničnih temah. Uporabljajo ga matematiki (modeliranje) in znanstveniki (formuliranje problema), inženirji (načrtovanje sistema). Opredeljuje kompetenco, proces ali rezultat diskurzivnega razmišljanja, za razliko od neposrednega razumevanja obravnavane tematike. Aristotel to védenje naprej razdeli na teoretično (episteme) in praktično (phronesis).

Dianoia po Platonu torej označuje vmesni nivo človeškega spoznanja, prehod od intuitivnih občutkov do najglobljega spoznanja dejanskosti. Tako je idealna oznaka za objave v pričujoči reviji, ki povezujejo teoretična, znanstvena izhodišča z njihovo uporabno namembnostjo. Študentje, avtorji teh člankov, ste na prehodu od učenja k delu, od teoretičnega h konkretnemu, ki vas bo pripeljalo do kruha, do dela, s katerim boste odigrali svojo vlogo v družbi. Na tem prehodu pa poleg znanja, ki ga ponuja redno izobraževanje, potrebujete tudi izkušnje s konkretnih izzivov in mehke kompetence sodelovanja v ekipah delodajalcev, k čemur vas spodbuja in vam pri tem pomaga revija Dianoia.

V reviji bomo objavljali poljudne in strokovne članke s področja naravoslovja, matematike ali znanosti, ki uporabljajo znanja teh področij. Ciljna publika bralcev so v prvi vrsti delodajalci, ki tovrstna znanja potrebujejo in želijo izvedeti, kaj je kdo zanimivega razmislil na njihovem področju. V drugi vrsti so ciljna publika študentje, ki iščejo zamisli za svojo poklicno pot in lahko v reviji najdejo navdih za lastna raziskovanja in iskanje stikov s trgom dela.

Za kakovost izdelkov bo skrbel uredniški odbor in uredniški svet, v katerih so vrhunski strokovnjaki, povezani s področji, ki jih revija obravnava. Članki bodo anonimno recenzirani, o objavi pa na podlagi recenzije odloča uredniški odbor. Priporočljivo je, da avtorji besedilo spremenijo v skladu s priporočili recenzentov in da popravljeni članek z utemeljitvijo sprejema ali zavrnitve sprememb ponovno pošljejo v pregled. Uredništvo lahko objavo članka zavrne, če vsebinsko ali po merilih kakovosti ne ustreza standardom revije, o čemer avtorje obvestimo v najkrajšem možnem času.

S prispevkom v reviji bodo avtorji spodbujali širjenje znanja s področja naravoslovja in matematike ter tehnike oziroma izobraževanja teh področij in svoje poglede prenašali na trg dela in na prihajajoče generacije.

NAVODILA AVTORJEM

Avtorje prosimo, da pri pripravi članka upoštevajo naslednja navodila.

Članek naj bo napisan v slovenščini. Zaželen je angleški prevod naslova, povzetka in ključnih besed. Veseli bomo tudi prispevkov v angleščini, ki pa morajo imeti naslov, razširjen povzetek v obsegu 2.000 – 3.000 znakov in ključne besede v slovenščini. Ključnih besed naj bo do šest. Prispevki naj bodo zanimivi za širši krog bralcev. Ključna je intuitivna predstavitev zamisli in rezultatov, podrobnosti pa lahko ostanejo prihranjene za morebitni znanstveni članek, ki bi bil nadgradnja članka, objavljenega v reviji Dianoia.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (avtorjev) in sedež ustanove, kjer avtor(ji) dela(jo). Sledi naj povzetek, z največ 1.000 znaki, seznam ključnih besed in besedilo, ki ne presega 20.000 znakov. Besedilo naj bo zapisano v urejevalniku besedil MS Word 2010 oz. kasnejši ali LaTeX in naj uporablja objavljeno predlogo. Slike in tabele morajo biti oštevilčene in imeti natančen opis, da jih lahko razumemo brez preostalega besedila. Slike v elektronski obliki naj bodo visoke kakovosti v formatu png ali jpg. Velikost črk naj bo 12 pt, razmak med vrsticami pa 1,5. Prispevek v PDF obliki pošljite na naslov dianoia@um.si z zadevo: »za revijo Dianoia«. Če bo sprejet v objavo, vas bomo prosili za izvorno obliko prispevka.