



Univerza v Mariboru
University of Maribor

Fakulteta za naravoslovje in
matematiko
Oddelek za matematiko in
računalništvo

(znak
članice
UM)

OPIS PREDMETA / SUBJECT SPECIFICATION

Predmet:	Teorija mere
Subject Title:	Measure theory

Študijski program Study programme	Študijska smer Study field	Letnik Year	Semester Semester
Matematika / Mathematics	Splošna Matematika / General Mathematics	1.	1.

Univerzitetna koda predmeta / University subject code:

Predavanja Lectures	Seminar Seminar	Sem. vaje Tutorial	Lab. vaje Lab. work	Teren. vaje Field work	Samost. delo Individ. work	ECTS
45	0	30			135	7

Nosilec predmeta / Lecturer:

Dominik BENKOVIČ

Jeziki / Predavanja / Lecture: SLOVENSKO/SLOVENE

Languages: Vaje / Tutorial: SLOVENSKO/SLOVENE

Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:

Prerequisites:

Poznavanje matematične analize.

Knowledge of mathematical analysis.

Vsebina:

Contents (Syllabus outline):

- Osnovni pojmi teorije mere: Algebra, σ -algebra, Borelova σ -algebra na $\mathbb{R}^n$. Mere in osnovne lastnosti mer. Merljivi prostori. Pozitivne mere. Zunanje mere. Lebesgueova mera na $\mathbb{R}^n$.
- Funkcije in integrali: Merljive funkcije. Stopničaste funkcije. Integral stopničaste funkcije. Integral merljive funkcije. Izrek o monotoni konvergenči. Fatoujeva lema in Lebesgueov izrek o dominantni konvergenči. Povezanost Riemannovega in Lebesgueovega integrala.
- Konvergenca: Zaporedja merljivih funkcij in konvergenca. Konvergenca skoraj povsod. Norma in normirani L^p -prostori. Neenakosti (Hölder, Minkowski). Dualni prostori.
- Predznačne in kompleksne mere: Predznačne mere in Hahnov razcepni izrek. Kompleksne mere in Radon-Nikodymov izrek. Funkcije z omejeno varianco.
- Produktne mere: Merjenje in integriranje po produktnih prostorih (Fubinijev izrek). Konvolucija.
- Odvajanje: Odvodi mer. Odvodi funkcij.
- Rieszov izrek o reprezentaciji pozitivnih linearnih funkcionalov na $C(X)$. Kompaktni Hausdorffovi prostori.

- Basic concepts of measure theory: Algebra, σ -algebra, Borel σ -algebra on $\mathbb{R}^n$. Measure and its basic properties. Measurable spaces. Positive measures. Outer measures. Lebesgue measure on $\mathbb{R}^n$.
- Functions and integrals: Measurable functions. Simple measurable functions. The integral of a simple measurable function. The integral of a measurable function. The monotone convergence theorem. Fatou's lemma and Lebesgue's dominated convergence theorem. Relationships between Riemann's and Lebesgue's integral.
- Convergence: Sequences of measurable functions and convergence. Convergence almost everywhere. Norm and normed L^p -spaces. Inequalities (Hölder, Minkowski). Dual spaces.
- Signed and complex measures: Signed measures and the Hahn decomposition theorem. Complex measures and the Radon-Nikodym theorem. Functions of bounded variation.
- Product measures: Measures and integrals on product spaces (Fubini's theorem). Convolution.
- Differentiation: Differentiation of measures. Differentiation of functions.
- The Riesz representation theorem on positive linear functionals on $C(X)$. Compact Hausdorff spaces.

**Temeljni študijski viri / Textbooks:**

1. M. Capinski, E. Kopp: *Measure, integral and probability*, Springer-Verlag London, 2004.
2. D. L. Cohn: *Measure theory*, Birkhäuser, 1994.
3. R. Drnovšek: *Rešene naloge iz teorije mere*, DMFA, 2001.
4. M. Hladnik: *Naloge in primeri iz funkcionalne analize in teorije mere*, DMFA, 1985.
5. W. Rudin: *Real and complex analysis*, 3th edition, Mc-Graw-Hill, 1986.
6. H. Sohrab, *Basic real analysis*, Birkhauser Boston, 2003.
7. I. Vidav, *Višja matematika II*, DZS, Ljubljana, 1975.

Cilji:

Glavni cilj predmeta je proučiti temeljne koncepte in rezultate teorije mere.

Predvideni študijski rezultati:

Znanje in razumevanje:

- merljivi prostori, merljive funkcije, abstraktno integriranje, izreki o konvergenci, L^p -prostori, produktne mere, odvodi mer.

Prenesljive/ključne spretnosti in drugi atributi:

- Poznavanje osnov teorije mere je podlaga za študij različnih matematičnih področij (funkcionalne analize, verjetnosti, parcialnih diferencialnih enačb itd.).

Metode poučevanja in učenja:

- Predavanja
- Seminarske vaje

Načini ocenjevanja:**Objectives:**

The main goal of the course is to study the fundamental concepts and results of measure theory.

Intended learning outcomes:

Knowledge and Understanding:

- Measurable spaces, measurable functions, abstract integration, convergence theorems, L^p -spaces, product measures, differentiation of measures.

Transferable/Key Skills and other attributes:

- Knowing the fundamentals of measure theory is a prerequisite for studying various mathematical areas (functional analysis, probability, partial differential equations etc.).

Learning and teaching methods:

- Lectures
- Tutorial

Assessment:

Delež (v %) /
Weight (in %)

Pisni izpit	100%	Written exam
-------------	------	--------------

Materialni pogoji za izvedbo predmeta :

Predavalnica

Material conditions for subject realization

Lecture hall

Obveznosti študentov:

(pisni, ustni izpit, naloge, projekti)

Pisni izpit

Students' commitments:

(written, oral examination, coursework, projects):

Written exam

Opomba:

Vse sestavine opisa predmeta do vključno z načini ocenjevanja za izvedbo predmeta so obvezna sestavina učnega načrta predmeta kot ga določajo Merila za akreditacijo visokošolskih zavodov in študijskih programov (Ul. RS, št. 101/2004) v 7. členu. Obveznosti študentov ne sodijo k sestavinam opisa predmeta, so pa obvezni del sestavin študijskih programov in zato priporočljiv del obrazca opisa predmetov. Vse nadaljnje sestavine opisa v ležeči pisavi niso obvezne.